



Etude d'algorithmes pour la detection de signaux impulsifs d'ondes gravitationnelles Contrôle de la cavité mode-cleaner de VIRGO

T. Pradier

► To cite this version:

T. Pradier. Etude d'algorithmes pour la detection de signaux impulsifs d'ondes gravitationnelles Contrôle de la cavité mode-cleaner de VIRGO. Physique mathématique [math-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2001. Français. NNT: . tel-00006567

HAL Id: tel-00006567

<https://theses.hal.science/tel-00006567>

Submitted on 22 Jul 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE PARIS SUD
CENTRE D'ORSAY

THÈSE *présentée*

pour obtenir

Le GRADE de DOCTEUR EN SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ PARIS XI ORSAY

Spécialité : Champs, Particules, Matières

par

Thierry PRADIER

***Étude d'algorithmes pour la détection de signaux impulsifs
d'ondes gravitationnelles***

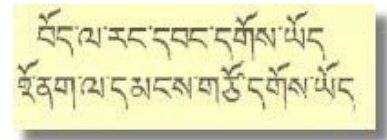
Contrôle de la cavité Mode-Cleaner de VIRGO

Soutenue le 24 Avril 2001 devant la Commission d'examen

MM.	François	RICHARD	Président
	Raffaele	FLAMINIO	Rapporteur
	Eric	GOURGOULHON	Rapporteur
	Jacques	DUMARCHEZ	Examineur
Mme	Catherine Nary	MAN	Examineur
M.	Patrice	HELLO	Directeur de Thèse

Aux trois personnes qui ont su me guider,
me soutenir, tendrement ...
ma mère, mon père...et Annek.

1



*La culture est le joyau qui satisfait les désirs et les besoins,
c'est aussi le signe qu'un peuple est indépendant.*

¹ *Liberté pour le Tibet ...*

Kinderüberraschung

Voilà. Bon. Ben ma thèse elle est finie, étonnant, non? On a toujours l'impression que pour cette fameuse page de remerciements, on va faire un truc extraordinaire et inoubliable. Je crois maintenant plutôt que cette page est à l'image d'une thèse, quelque chose qui reflète un travail, une personne, un effort, une équipe, une époque dans une expérience, une période de la vie, sans être forcément géniale: elle existe, humblement, et son existence marque la fin d'une vie particulière, celle d'un thésard (snif)...Si elle existe, c'est grâce à beaucoup, beaucoup de gens que je dois ici remercier...Je vais essayer de ne pas en faire un roman...

Tout a commencé lorsque j'avais 5 ans, et que...

On reprend. Un peu d'ordre dans tout ça ne peut pas faire de mal.

Le laboratoire et le jury

Merci tout d'abord à François Richard à double titre, pour m'avoir accueilli au LAL, et pour avoir accepté la présidence de ce jury de thèse.

Un grand merci à Michel Davier pour m'avoir accepté comme thésard dans cette jeune équipe VIRGO ... J'ai beaucoup appris au contact de son stylo bleu dévastateur. Merci aussi pour, le premier, avoir lancé les hostilités à Rome sur les hectolitres de *grappe* locales.

Je dois vraiment ici remercier mes deux rapporteurs Éric et Raffaele pour leurs commentaires (toujours pertinents) et pour avoir fait de ce manuscrit quelque chose de lisible (??? ...). Merci pour tout ce temps consacré à mes milliers de pages sans queue ni tête, en particulier à Raffaele qui a trouvé (comment?) du temps entre deux alignements de tours de VIRGO. Merci à Éric pour ses remarques sur la partie astrophysique de ce manuscrit.

Merci à Nary pour avoir accepté de faire partie de ce jury, et d'avoir su toujours rendre agréable ma collaboration avec le groupe de Nice. Merci enfin à Jacques Dumarchez d'avoir accepté de lire ma prose, et de faire partie de ce mémorable jury.

Ceux qui m'ont attiré au LAL ...

Je voudrais ici remercier François Lediberder, qui m'a fait découvrir et aimer la physique (rien que ça!), et qui a permis mes premiers contacts avec le LAL. C'est en partie grâce à lui que je suis venu au LAL en licence pour un stage sur EROS.

Et c'est cette équipe EROS qui m'a fait découvrir et apprécié le travail de recherche et la vie dans un laboratoire. Je veux donc ici remercier profondément Marc, Réza, Olivier et François. Vous êtes responsables de mon retour au LAL pour une thèse (sisi!!). En outre, merci encore pour ce portable qui m'a bien dépanné!!!

Et puis, finalement, merci à Laurent Serin et Corinne Augier pour leur aide et leur soutien.

Le directeur de thèse et l'équipe

Rhhhhhââ Patrice (soupir). Enfin, tu ne m'auras plus sur le dos, plus jamais toutes ces fautes à corriger, plus jamais à crier le matin parce que... Bref. Vraiment merci d'avoir su guider mes pas lors de cette thèse, de m'avoir laissé libre d'explorer les chemins que je voulais découvrir, pour me remettre de temps en temps sur la bonne route ... La liberté, c'est pas si facile à utiliser, il faut savoir quoi en faire!!

Merci pour toutes ces discussions sur la physique, l'enseignement, la méta ou la pataphysique. Merci enfin de m'avoir montré qu'il pouvait y avoir plus râleur que moi, même si tu n'arrives pas à la cheville de J.-P. Bacri. Et encore désolé pour ma dyslexie du clavier ... et tes weekends gâchés.

Le terme d'équipe prend tout son sens lorsque l'on évoque VIRGO ... LAL. Une équipe soudée (après tout, on est tous dans la même galère, souquez ferme!) dynamique (peut-être moins le vendredi soir) robuste, performante (par contre elle ne fait pas encore le café). Ainsi, laissez moi ici (j'insiste) remercier Fabien *Barry White* Cavalier, Marie-Anne *I'm'enerve* Bizouard (ou *J-en-ai-marre*), pour leur relecture attentive et attentionnée du manuscrit, et pour toutes les discussions de physique que nous avons pu avoir au cours de ces 3 ans. Je n'oublie pas Philippe Heusse!

Merci à Matteo *TIM* Barsuglia (ou bien Matteo *CiaaAAAAaaao!* Barsuglia) pour m'avoir guidé à Cascina, et pour avoir su, malgré son travail sur le site, toujours su me consacrer du temps pour les choses importantes.

Finalement, Merci aussi aux deux "jeunes" du groupe Philippe *PisaPisa!* Canitrot ("jeune" mais déjà docteur et papa) pour sa ... folie (?) et son "naturel" (?? ...), et à Nicolas *C'est-pas-crédible* Arnaud. Laissez-moi tout de même vous dire qu'un thésard qui ne boit pas de café, c'est quelque part pas humain.

J'aimerais dans ce petit paragraphe remercier aussi Michel *On-peut-pas-travailler-comme-ca* Dehamme et Monique *Petit-Assent-qui-chante* Taurigna pour leur aide et leur travail pendant ces mois sur le *soft*. Toujours disponibles et souriants, même quand c'est un p'tit thésard qui vient vous poser des questions (stupides), je vous en remercie.

Le site

Ces p'tits (longs!) moments à Cascina resteront à jamais dans ma mémoire, et pas uniquement à cause de la mer pas loin. L'équipée *Mode-Cleaner* fut pour moi une découverte, celle du travail en équipe, dans un laboratoire, à régler des oscillos (et c'est pas un TP, ca DOIT marcher!!), ou tirer des câbles, et scier des parois!!!

Par qui commencer? Tout d'abord, l'équipe Optique de Nice, ex-Laser-Optics à Orsay. Vous n'êtes pas resté longtemps après mon arrivée, juste le temps pour moi de m'habituer à vous, et de vous regretter (snif). Depuis, on n'a plus jamais fait d'aussi longues tablées au CESFO!! Alors en souvenir du temps où l'on cesfoyait gaiement ensemble, et puis des moments de travail ou d'anti-travail sur le site, laissez moi remercier François *Porte-Avions* Bondu, tout particulièrement parce que c'est lui qui m'a initié aux secrets du *Mode-Cleaner*, qui m'a supporté et aidé tout au long de ces mois, moi et mes cheveux trop longs sous la charlotte. Merci encore pour avoir toujours répondu sans faille à tous mes mails désespérés dans les dernières semaines.

Ensuite, j'aimerais remercier Henrich *Birkensstock* Heitmann (d'autres diront *Cahuète-Scrountch*) pour sa disponibilité sur le site et son enthousiasme ... Merci aussi à Magali *Avé-l'assent* Loupias et à Thierry *I Muvrini* Battistini, pour les soirées autour d'une bière ou bien autour d'une bière + pizza... Sans toutes ces personnes, la face de Cascina en aurait été changée.

Finalement, je ne veux surtout pas oublier Simon *Killer Loop* Mataguez (ou *Mister Propre*), pour m'avoir accueilli chez lui, m'avoir fait découvrir Pise, le Giardino Scotto, Big Ben... pour n'avoir jamais refusé une pause café sur le site (il est trop bon pour dire non). Pour tout quoi, ta présence sur le site a toujours été un réconfort. Le seul problème, ce sont tes horaires. Quelle idée de partir du site à 20h, alors qu'on vient juste de locker. Un merci aussi à Frédéric *Mercury* Richard ...

AAAaaaah le site (soupir)...une seule chose: les kangoos un peu trop fragile.

Last but not least

Les thésards du LAL!! Sophie G., Esther (souvenirs souvenirs), Sophie T. ou Sandrine et Mélissa, je mentirais si je disais que toutes ces présences féminines ne sont pas agréables au cours d'une pause café ... Merci à Sophinette, estherita, Elias, Jéré et Armand pour toutes les fois où nous avons cesfoyé ensemble, des bols d'air pur dans une vie de fou. Bonne route à Sophie T. ... Merci aussi à Gianni!!

J'aimerais ici remercier pour finir ceux qui m'ont suivis depuis tout ce temps: mes amis, mes copains, mes poteaux... En vrac (et sans ordre de préférence...), merci à Arnaud (si j'ai pleuré ce jour-là, c'est bien qu'il y a une raison), François, parce que ca fait si longtemps, Jean-François, Anne-Sophie. Désolé pour notre téléphone aux abonnés absents ces derniers mois ...

Merci à Sylvain *Tabarnouche* Grollau (ou *El Grollo*). Qui sait, sans lui, je ne serais peut-être jamais "monter à Paris"??? Et pis JBDVDR (qui a souhaité garder l'anonymat) alias *El Jibi* ou *la fouine*, forcément, pour sa présence et son amitié, même à des centaines de km. Remercier un ami pour son amitié, étrange? Merci sincèrement à vous, Sylvain et Jean-Baptiste.

Et pis je vais tout de même pas oublier la "bande de Saclay", Seb. *DaftPunk* Biraud (ou encore *Don-t-stop-crushin'-the-lemon*), Céline *AllyMcBeal* Bonfils, Gaëlle *hihihi* Raffalli et Mathias *Alors!* Cuntz!! Vieux Suédois!

Je souhaite remercier profondément mes "bo"-parents, Jipé et Jaja, pour leur compréhension et leur soutien, particulièrement ces derniers mois!

Enfin, merci du fond du coeur à mon père et à ma mère pour m'avoir amené jusqu'ici, et surtout, surtout, pour être présent à ma soutenance. Je leur dois beaucoup, peut-être n'en ai-je pris conscience que trop tard?

Annañ, Daou-Lagad Lemm Levrizm 'vel Lano eul Lenn Mor ... Ne Trugarekaater ket ar Mor, met ar Kontemplañ ha Cherissañ, plaen. Ha te gouarn, Atao.

Merci tout de même pour ta présence, ta patience pendant ces trois ans, ... j'ai toujours été incapable de faire une liste moi! Merci enfin pour ta relecture de ce monticule de papier, tes conseils et ton aide, toujours précieuse. Londres soit louée! Anne, ma douce, ma mie ...

Table des matières

Introduction	1
I Ondes Gravitationnelles, Sources Astrophysiques et Détection	5
1 De la Relativité aux ondes de gravitation	9
1.1 Introduction à la Relativité	10
1.2 Quelques résultats de la Relativité Restreinte	10
1.3 Le Principe d'Équivalence	11
1.4 La courbure de l'Espace-Temps	12
1.5 Les Équations d'Einstein	14
1.6 Conclusion	17
2 Le Rayonnement Gravitationnel	19
2.1 Origine du rayonnement gravitationnel	20
2.2 Génération et Émission d'Ondes Gravitationnelles	22
2.3 PSR 1913+16	25
2.4 Une expérience de Hertz pour la gravitation?	27
2.5 Les sources potentielles	27
2.6 Comment détecter une onde de gravitation?	28
3 Les sources continues	33
3.1 Coalescences de systèmes binaires	34
3.2 Étoiles à neutrons	35
3.3 Fond de rayonnement gravitationnel	40
4 Les Sources Impulsives	43
4.1 Les Supernovae	44
4.2 Un Catalogue de signaux impulsifs	54
4.3 Instabilités dans les étoiles à neutrons	60
4.4 Naissance d'un trou noir	69
4.5 Fusion de deux objets compacts	73
4.6 Neutrinos et sources impulsives	77
4.7 Sursauts Gammas et sources impulsives	78
4.8 Perspectives	83
5 La détection interférométrique	87
5.1 Principe de la détection: l'interféromètre de Michelson	88
5.2 Les sources de bruit	94
5.3 Les améliorations au principe de base	96
5.4 L'extraction du signal gravitationnel	100
5.5 Les détecteurs interférométriques dans le monde	101

6	Le Projet VIRGO	103
6.1	La Configuration Optique	104
6.2	VIRGO dans le détail	105
6.3	Le contrôle de VIRGO	111
6.4	La chaîne d'acquisition des données	111
6.5	La sensibilité attendue pour VIRGO	113
II	L'analyse des données dans les détecteurs interférométriques	115
1	Analyser et caractériser le bruit de VIRGO	119
1.1	Les bruits dans VIRGO	121
1.2	Caractérisation du Bruit	123
1.3	Techniques de pré-traitement des données	128
2	La détection des sources continues	133
2.1	La détection des Coalescences de systèmes Binaires	134
2.2	Le fond stochastique	136
2.3	Les sources périodiques	139
2.4	Conclusion	142
3	Étude de filtres de sélection en ligne pour VIRGO	143
3.1	Hypothèses et définitions	145
3.2	Un détecteur basé sur la fonction d'autocorrélation (NA)	149
3.3	Des corrélations avec des formes d'ondes connues	152
3.4	Détection d'une variation de pente	153
3.5	Un détecteur quadratique: ALF	155
3.6	Distances de détection (filtres de régression)	156
3.7	Implémentation pratique des filtres de régression	158
3.8	Redéfinition d'un événement	158
3.9	Études des performances des filtres de régression	160
3.10	Résultats avec des signaux physiques	164
3.11	Caractérisation du bruit	170
3.12	Robustesse par rapport au blanchiment des données	180
3.13	Résolution en temps	183
3.14	Relation avec les modèles de supernovae	193
3.15	Un aperçu de méthodes d'analyse hors ligne	202
3.16	Résumé et conclusion	203
III	Le contrôle du <i>Mode Cleaner</i> de VIRGO	205
1	Réponse d'une cavité résonnante: le <i>Mode-Cleaner</i>	209
1.1	Pourquoi un <i>Mode-Cleaner</i> ?	210
1.2	Cavités résonnantes	211
1.3	Champs de propagation	212
1.4	Champs gaussiens et cavités résonnantes	213
1.5	Propriétés de filtrage d'une cavité	214
1.6	Propriétés optiques d'une cavité triangulaire	221
1.7	Le <i>Mode-Cleaner</i> suspendu de VIRGO	222
2	Contrôle d'une cavité suspendue	225
2.1	Spécifications: Transmission, stabilité en fréquence et en puissance	226
2.2	Contrôles locaux	227
2.3	Alignement	228
2.4	Le signal Pound-Drever	228
2.5	La chaîne du contrôle global du <i>Mode-Cleaner</i>	231
2.6	Contrôle longitudinal: actionneurs	233
2.7	Spécifications sur la boucle d'asservissement	234

3	L'acquisition de la résonance	237
3.1	L'acquisition de la résonance avec le servo linéaire	239
3.2	Présentation de la technique des impulsions	249
3.3	Applications au <i>Mode-Cleaner</i> : Simulations	250
3.4	Améliorations au principe de base	259
3.5	Des simulations plus réalistes	265
3.6	Applications au <i>Mode-Cleaner</i> : Implémentation	268
3.7	Tests effectués <i>in situ</i>	269
3.8	Simulations et expérience	277
4	Premiers résultats sur le <i>Mode-Cleaner</i>	279
4.1	La stratégie de contrôle	280
4.2	Caractéristiques optiques de la cavité	280
4.3	Estimation des Fonctions de Transfert	288
4.4	Contrôle longitudinal de la cavité <i>Mode-Cleaner</i>	292
4.5	Une nouvelle topologie	298
4.6	Discussion	303
4.7	Résumé des résultats importants	304
	Conclusion	305

Liste des figures

Ondes Gravitationnelles et Sources Astrophysiques	9
2.1 Effet du passage d'une onde gravitationnelle	23
2.2 Effet de l'émission d'ondes gravitationnelles sur PSR 1913+16	27
2.3 Schéma de principe d'une barre résonnante	29
3.1 Émission gravitationnelle pendant la coalescence d'un système binaire d'objets com- pacts	35
3.2 Instabilités séculaires dans une étoile à neutrons en rotation	38
3.3 Limites existantes sur $\Omega_{og}(f)$	42
4.1 Types "basiques" de supernovae (spectres)	45
4.2 Classification des supernovae	45
4.3 Taux de supernovae par an en fonction de la distance	46
4.4 Spectres au maximum - SN Ia	47
4.5 Spectres au maximum - SN Ib/c	48
4.6 Spectres au maximum - SN II	49
4.7 Exemples de signaux gravitationnels - effondrement en SN II (signal de type II) . .	52
4.8 Exemples de signaux gravitationnels - effondrement en SN II (signal de type I) . .	52
4.9 Formes d'ondes et spectre en énergie - effondrement en SN II	52
4.10 Résumé des amplitudes attendues - effondrement en SN II	54
4.11 Exemples de formes d'ondes - effondrement en SN II (type I, II, III)	59
4.12 Spectre en énergie correspondant - effondrement en SN II (type I, II, III)	59
4.13 Résumé des amplitudes attendues, en fonction de la fréquence	60
4.14 Formes d'ondes - Instabilités de rotation dans les étoiles à neutrons	62
4.15 Spectre en énergie correspondant	63
4.16 Émission gravitationnelle - Étoile à neutrons	63
4.17 Instabilités continues et impulsionsnelles - Étoile à neutrons	64
4.18 Instabilité Chandrasekhar-Friedman-Schutz	65
4.19 Fenêtre d'instabilités des r-modes	66
4.20 Amplitude caractéristique des r-modes en fonction de la fréquence	67
4.21 Amplitude de l'onde gravitationnelle pour une excitation de r-mode	67
4.22 h_{\times} pour un effondrement en trou noir d'une étoile sans rotation	71
4.23 h_{+} et énergie moyenne (étoile en rotation) en fonction du moment angulaire	72
4.24 Exemples de formes d'ondes, collision de deux étoiles à neutrons	74
4.25 Exemples de formes d'ondes, collision de deux étoiles à neutrons	75
4.26 Allures de l'onde gravitationnelle correspondante	75
4.27 Simulations de la coalescence de deux étoiles à neutrons	76
4.28 Formation de jets durant la fusion d'un système binaire et résumé des scénarios envisagés pour la production de sursauts gammas	79
4.29 Exemples de scénarios possibles - sursauts gammas originaires de systèmes binaires	80
4.30 Exemples de scénarios possibles - sursauts gammas originaires de systèmes binaires (naine blanche)	80
4.31 Exemples de scénarios possibles - sursauts gammas originaires de systèmes binaires (collapsar)	80
4.32 Le boulet de canon : origine des sursauts gammas?	82

La détection des ondes de gravitation	83
5.1 Un interféromètre de Michelson avec miroirs suspendus.	89
5.2 Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson.	89
5.3 $\Delta\phi(t)/h(t)$ en fonction de la fréquence pour un interféromètre de 3 km	92
5.4 Réponse angulaire d'un interféromètre	92
5.5 Fonction d'Airy, finesse $\mathcal{F} = 2, 10, 100$	98
5.6 Principe d'un interféromètre de Michelson avec recyclage de puissance	99
5.7 Les détecteurs interférométriques dans le monde.	101
6.1 VIRGO vu du ciel au début 2001	105
6.2 La source Laser de VIRGO	107
6.3 Le dispositif complet de VIRGO	108
6.4 Fonctions de transfert pour le superatténuateur de VIRGO	109
6.5 Le superatténuateur de VIRGO	110
6.6 VIRGO et ses tubes à vide	110
6.7 Schéma général de l'acquisition des données dans VIRGO	112
6.8 Présélection en ligne	112
6.9 La courbe de sensibilité attendue pour VIRGO	113
Analyse des données	114
1.1 Densité spectrale de données simulées et densité spectrale prévue pour VIRGO . . .	126
1.2 Lien entre un filtre de blanchiment et un processus Auto-Régressif	126
1.3 Schéma du principe de fonctionnement d'un filtre adaptatif [232].	127
1.4 Bruit simulé de VIRGO, et résultat du blanchiment des données	128
3.1 Courbe de sensibilité attendue pour VIRGO	145
3.2 Fonction d'autocorrélation avec ou sans signal	150
3.3 Autocorrélation: Seuil de détection en fonction du nombre de simulations	151
3.4 Autocorrélation: performance pour les signaux du catalogue de référence	152
3.5 SNR associé à SD pour un pic de type gaussien, en fonction de la fenêtre d'analyse	154
3.6 SNR associé à SSD pour un pic de type gaussien, $N = 0.5$ ms et $N = 5$ ms	155
3.7 Coefficient de corrélation linéaire correspondant, pour $N = 10$ et $N = 100$	155
3.8 Distribution de ALF pour $N = 1.5$ ms	157
3.9 Redéfinition d'un événement: un amas de déclenchements consécutifs	159
3.10 Seuil de détection pour ALF en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse, en fonction du nombre de fenêtres utilisé en parallèle	160
3.11 Gain sur le taux de fausses alarmes en tenant compte de la redéfinition d'un événement	161
3.12 Limite de détection, signal de type I	163
3.13 Performance maximale pour chacun des signaux ZM - Cas de SD et de OD.	164
3.14 Performance maximale pour chacun des signaux ZM - Cas de ALF	165
3.15 Tailles optimales des fenêtres d'analyse pour SD et OD (catalogue ZM)	165
3.16 Tailles optimales de fenêtres d'analyse pour ALF (catalogue ZM)	166
3.17 Performance des filtres en fonction de la taille de la fenêtre utilisée	166
3.18 Efficacités de détection pour les différents filtres de régression linéaire	168
3.19 Performance de ALF en fonction du taux de fausses alarmes	169
3.20 Taille des amas de déclenchements, pour deux taux de fausses alarmes	170
3.21 Intervalle de temps entre déclenchements (fausses alarmes) de X_+ et X_-	171
3.22 Intervalle de temps entre déclenchements (de fausses alarmes) de X_+ et X_- : $\delta t_{\pm} \leq$ 0.5, 1.5, 2.5, 5, 10 et 50 ms	171
3.23 Distributions de δt_{\pm} entre déclenchements de X_{\pm} : signal de type I et bruit	174
3.24 Distributions de δt_{\pm} entre déclenchements de X_{\pm} : signal de type II et bruit	174
3.25 Distributions de δt_{\pm} entre déclenchements de X_{\pm} : signal de type III et bruit	175
3.26 Fraction d'événements de bruit éliminés en fonction du nombre de déclenchements consécutifs de ALF	176
3.27 Signal de type I, SNR faible et fort: fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n	179

3.28	Signal de type II, SNR faible et fort : fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n	179
3.29	Signal de type III, SNR faible et fort : fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n	180
3.30	Excès de fausses alarmes : composante à 0.6 Hz	181
3.31	Évolution du paramètre de <i>blancheur</i> du spectre en fonction de l'amplitude de la composante à 0.6 Hz	182
3.32	Exemple de signal de type ZM	184
3.33	Différence entre le temps de premier déclenchement de ALF et le temps du maximum de ALF - Exemple	186
3.34	Différence entre le temps de premier déclenchement de ALF et le temps du maximum de ALF - Distribution	187
3.35	Probabilité de trouver le maximum physique du signal à δt du premier déclenchement de ALF - Signal de faible SNR ou de fort SNR, et en fonction du type du signal	189
3.36	Résolution en temps - Signal de type I utilisé	190
3.37	Temps de premier déclenchement et temps du maximum de ALF - signal de type I	190
3.38	Résolution en temps - Signal de type II utilisé	191
3.39	Temps de premier déclenchement et temps du maximum de ALF - signal de type II	191
3.40	Résolution en temps - Signal de type III utilisé	192
3.41	Temps de premier déclenchement et temps du maximum de ALF - signal de type III	192
3.42	Intervalle de temps entre rebond et maximum du signal gravitationnel Δt	193
3.43	Formes des signaux avec $\Delta t \geq 0.5$ ms	194
3.44	Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt	197
3.45	Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (suite)	197
3.46	Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (suite)	198
3.47	Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (fin)	198
3.48	Efficacité de détection de ALF en fonction du taux de fausses alarmes, pour différents SNR	200

Le *Mode-Cleaner*

204

1.1	Génération de bruit de phase par le couplage entre les fluctuations de position du faisceau laser et les désalignements des miroirs. On a négligé les changements d'orientation des faisceaux engendrés.	210
1.2	Schéma d'une cavité plan-sphérique.	212
1.3	Profil d'un faisceau gaussien	213
1.4	Un faisceau gaussien dans une cavité plan-sphérique.	214
1.5	Schéma simplifié d'une cavité en anneau	215
1.6	Spectre théorique des modes d'une cavité triangulaire	217
1.7	Atténuation en amplitude et en puissance des modes symétriques (m pair)	218
1.8	Atténuation en amplitude et en puissance des modes antisymétriques (m pair)	218
1.9	Le <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO	223
1.10	Le dispositif expérimental de la source laser	224
2.1	Module et phase du champ réfléchi pour une cavité Fabry-Perot simple	229
2.2	Transmission, réflexion en phase et en quadrature pour un Fabry-Perot simple de 144m, et de finesse 1000	230
2.3	Transmission et signal d'erreur linéarisé pour une cavité Fabry-Perot simple de 144m, et de finesse 1000	231
2.4	Description de la chaîne de contrôle du <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO.	232
2.5	Serveurs mis en jeu dans le contrôle du <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO	233
2.6	Diagramme de contrôle du <i>Mode-Cleaner</i>	234
3.1	Schéma d'une cavité triangulaire (haut), et celui d'une cavité Fabry-Perot simple qui a servi à modéliser le <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO.	240
3.2	Vitesse mesurée du banc <i>Mode-Cleaner</i> (selon l'axe du faisceau).	240

3.3	Mouvement relatif des deux masses du <i>Mode-Cleaner</i> simulé et vitesse du banc . .	241
3.4	Mouvement relatif des deux masses du <i>Mode-Cleaner</i> mesuré en asservissant la longueur d'onde du laser de VIRGO sur la longueur de la cavité	242
3.5	La chaîne de contrôle complète du <i>Mode-Cleaner</i>	242
3.6	Transmission et corrections appliquées au banc suspendu pour une finesse 1000, et un système analogique sans <i>trigger</i>	243
3.7	Longueur relative du <i>Mode-Cleaner</i> et vitesse d'expansion de la cavité pour une finesse 1000, et un système analogique sans <i>trigger</i>	244
3.8	Signal d'erreur et Puissance Transmise, dans le cas d'un <i>lock</i> analogique sans seuil sur la puissance transmise	244
3.9	Puissance Transmise et Correction appliquées au banc suspendu pour une finesse 1000, et un système analogique avec <i>trigger</i>	245
3.10	Longueur relative du <i>Mode-Cleaner</i> et vitesse d'expansion de la cavité pour une finesse 1000, et un système analogique avec <i>trigger</i>	245
3.11	Évolution du nombre de points dans la zone linéaire en fonction de la fréquence d'échantillonnage du système numérique	247
3.12	Fraction de passages à la résonance pour lesquels le nombre de points échantillonnés à 5 kHz est supérieur à n_0	247
3.13	Application d'une impulsion rectangulaire sur un miroir	249
3.14	Allure d'une impulsion triangulaire par rapport à une impulsion rectangulaire . .	252
3.15	Nombres de points à 10 kHz pendant une traversée de la résonance, sous l'effet des impulsions	253
3.16	Variation relative de la vitesse dans la zone linéaire	255
3.17	Erreur sur la reconstruction de la vitesse	256
3.18	Nombre de points à 5 kHz utilisés pour reconstruire la vitesse d'expansion de la cavité, pendant une traversée de la résonance, sous l'effet des impulsions.	256
3.19	Distribution de $v_{\text{après}}/v_{\text{avant}}$	257
3.20	$v_{\text{après}}/v_{\text{avant}}$ en fonction de la vitesse juste avant l'application de l'impulsion et vitesse de sortie de la zone linéaire en fonction du rapport a_s/v_s	258
3.21	Rapport Vitesse Seuil/Vitesse Reconstituée au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire	259
3.22	Rapport Vitesse Seuil/Vitesse Réelle de la cavité au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire - <i>locks</i> perdus ou robustes	260
3.23	Vitesse Seuil/Vitesse Reconstituée en fonction de l'intervalle de temps entre le début du <i>lock</i> et la perte du <i>lock</i>	260
3.24	Compensation de la saturation de l'amplitude de l'impulsion	262
3.25	Effet des bobines sur une impulsion de forme triangulaire.	266
3.26	Forme de l'impulsion avec compensation de l'effet des bobines	268
3.27	La partie utilisateur du client contrôlant le <i>lock</i> du <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO. . . .	269
3.28	Tests <i>in situ</i> - Vitesses mal reconstruites	270
3.29	Tests <i>in situ</i> - Vitesses mal reconstruites	271
3.30	Tests <i>in situ</i> - Signal d'erreur triangulaire	272
3.31	Tests <i>in situ</i> - Impulsions rectangulaires et triangulaires	273
3.32	Tests <i>in situ</i> - Impulsions triangulaires avec et sans compensation de la saturation .	273
3.33	Tests <i>in situ</i> - Impulsions rectangulaires, compensation de la saturation	274
3.34	Tests <i>in situ</i> - Transition entre des impulsions rectangulaires et triangulaires et entre les impulsions et le servo linéaire	274
3.35	Phase de la fonction de Transfert du correcteur numérique	275
3.36	Module de la fonction de Transfert du correcteur numérique	276
3.37	Durée de la séquence lecture/calcul/écriture du correcteur numérique	277
3.38	Niveaux de bruits en sortie des ADC dans la salle d'acquisition (où la correction est calculée) et dans le bâtiment <i>Mode-Cleaner</i> (où la correction est appliquée aux bobines contrôlant le banc suspendu).	277
4.1	Mesure du Signal d'erreur et signal en transmission	281
4.2	Idem, sur un Intervalle Spectral Libre	282
4.3	Spectre des modes du <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO.	283
4.4	Spectre des modes théoriques du <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO	284

4.5	Mesure du rayon de courbure du miroir <i>Mode-Cleaner</i>	285
4.6	Développement des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$ (simulations)	286
4.7	Apparition et développement des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$ (simulations)	287
4.8	Apparition des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$ (simulations)	287
4.9	Fonction de transfert selon l'axe x pour le banc <i>Mode-Cleaner</i> , avec et sans <i>damping inertiel</i>	289
4.10	Fonctions de transfert pour les 6 degrés de liberté pour le banc <i>Mode-Cleaner</i> . . .	289
4.11	<i>Lock</i> du laser sur la cavité <i>Mode-Cleaner</i>	290
4.12	Bruit de longueur et vitesse selon z mesuré en asservissant le laser sur la cavité <i>Mode-Cleaner</i>	291
4.13	Idem, Détail pour les basses fréquences	291
4.14	Fonction de transfert des bobines contrôlant le banc <i>Mode-Cleaner</i>	292
4.15	Fonction de transfert des actionneurs piézoélectriques contrôlant le miroir courbe .	293
4.16	Fonction de transfert optique de la cavité	295
4.17	Fonction de transfert des bobines + amplificateurs	295
4.18	Fonction de transfert du système actionneurs + signal de PDH	296
4.19	Fonction de transfert du système en boucle ouverte	297
4.20	Fonction de transfert du système correcteur	297
4.21	Longueur de la cavité et signal de correction envoyé aux bobines contrôlant le banc suspendu <i>Mode-Cleaner</i> - Amortissement des mouvements résiduels	298
4.22	Bruit de longueur du <i>Mode-Cleaner</i> - Amortissement des mouvements résiduels . .	299
4.23	Schéma de principe de la nouvelle topologie de contrôle	300
4.24	Premier <i>lock</i> du <i>Mode-Cleaner</i> sur la cavité de référence	301
4.25	Fonction de Transfert mesurée du correcteur numérique	301
4.26	Mélange des forces entre les deux bobines contrôlant l'axe z du banc <i>Mode-Cleaner</i>	302
4.27	Fonction de transfert mesurée entre z et θ_y (autour de 1 Hz) - Diagonalisation de degrés de liberté	303

Liste des tableaux

Ondes Gravitationnelles, Sources Astrophysiques	9
1.1 Analogies entre Relativité Générale et physique Newtonienne.	17
3.1 Taux d'occurrence de formation et de coalescence de systèmes binaires	36
4.1 Taux de supernovae	45
4.2 Émission gravitationnelle pour des instabilités de rotation	62
4.3 Croissance des instabilités dynamiques	64
La détection des ondes de gravitation	83
6.1 Spécifications optiques pour le CITF et VIRGO	106
Analyse des données	114
1.1 Amplitudes équivalentes: perturbations électromagnétiques	121
1.2 Spectre en sortie d'un filtre de blanchiment: ζ	127
3.1 Performances de SD, OD, ALF pour différentes largeurs d'un signal gaussien . . .	161
3.2 Performances des filtres SD, OD et ALF pour différentes paramètres d'un signal sinusoïdal amorti	162
3.3 SNR optimal limite de détection pour ALF, pour des signaux gaussiens	163
3.4 SNR optimal limite de détection pour ALF, pour des signaux du catalogue ZM . .	163
3.5 Performances des différents filtres de régression linéaire	167
3.6 Probabilité d'occurrence d'une configuration de coïncidence entre X_+ et X_-	172
3.7 Efficacité de détection d'un signal de type I pour un processus de coïncidences . .	172
3.8 Efficacité de détection d'un signal de type II pour un processus de coïncidences . .	172
3.9 Efficacité de détection d'un signal de type III pour un processus de coïncidences .	173
3.10 Résumé de la fraction de signal ou de bruit remplissant une condition de coïncidence donnée	174
3.11 Efficacité de détection pour ALF et ALF_{trig} qui tient compte du nombre de déclen- chements consécutifs de ALF - $N = 1.5$ ms, signal de type I	176
3.12 Efficacité de détection pour ALF et ALF_{trig} qui tient compte du nombre de déclen- chements consécutifs de ALF - $N = 5$ ms, signal de type I	177
3.13 Nombre moyen de déclenchements consécutifs pour ALF, en fonction du type du signal	178
3.14 Perte de signal pour une réduction de 90 % des fausses alarmes	178
3.15 Effet d'un mauvais blanchiment sur le nombre de fausses alarmes	180
3.16 Paramètre ζ obtenu dans le cas d'une amplitude d'une composante à 0.6 Hz pour un excès de fausses alarmes de 10 %	183
3.17 SNR optimal de détection pour ALF pour des signaux de type ZM	184
3.18 Erreurs systématiques et statistiques - Temps de premier déclenchement - Signal gaussien	185
3.19 Erreurs systématiques et statistiques - Temps du maximum - Signaux gaussiens . .	185
3.20 Résolution en temps signaux "de type" ZM - Temps de premier déclenchement . . .	187

3.21	Résolution en temps signaux “de type” ZM - Temps du maximum	188
3.22	Résolution en temps pour des signaux ZM des 3 types - Temps de premier déclenchement	188
3.23	Résolution en temps pour des signaux ZM des 3 types - Temps du maximum . . .	188
3.24	Résolution temporelle de ALF pour les 3 signaux étudiés, en fonction du SNR . . .	189
3.25	Caractéristiques des différents signaux du catalogue ZM	195

Le *Mode-Cleaner*

204

2.1	Résumé des spécifications pour le <i>Mode-Cleaner</i> de VIRGO	227
3.1	Performances obtenues pour une finesse $\mathcal{F} = 1000$, avec le servo linéaire utilisé avec ou sans <i>trigger</i> sur la puissance transmise	248
3.2	Paramètres d’acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 10$ kHz)	253
3.3	Paramètres d’acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz)	254
3.4	Paramètres d’acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz), et réduction graduelle de la vitesse du miroir	264
3.5	Paramètres d’acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz) - Force appliquée mise à zéro lors de la traversée d’une résonance . .	265
3.6	Paramètres d’acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz) - Effet de filtrage passe-bas induit par les bobines	266
4.1	Zéros et pôles de la fonction de transfert des bobines, à basse fréquence.	292

Introduction



N PHYSIQUE DES PARTICULES, le Modèle Standard fait l'objet d'actives recherches dans le but d'en vérifier les fondements et/ou prédictions. Dans le domaine de la Gravitation, la théorie de la Relativité Générale d'Einstein décrit des phénomènes qui pour la plupart sont observés au niveau macroscopique, et qui se manifestent avec de faibles amplitudes à l'échelle atomique. Apparemment, aucune relation entre ces deux domaines de physique.

Certaines prédictions ont pu être vérifiées expérimentalement, au début du siècle essentiellement (avancée du périhélie de Mercure par exemple). L'expérience EROS (Expérience de Recherches d'Objets Sombres) recherche depuis une dizaine d'années la Matière Noire dans l'Univers en utilisant une autre de ces prédictions, la déviation des rayons lumineux par un astre massif, et, par extension, l'effet de lentille gravitationnelle.

Pourtant, une prédiction de la théorie d'Einstein attend confirmation depuis près d'un siècle : les Ondes Gravitationnelles. Selon la théorie, l'accélération de corps massifs crée une perturbation de la métrique de l'espace-temps (autrement dit, un changement dans la distance *lumière* entre deux points) se propageant dans l'Univers à la vitesse de la lumière, et portée par une particule élémentaire, le graviton. Jusqu'à présent, ce phénomène n'a jamais été *directement* observé. Russel Hulse et Joseph Taylor (prix Nobel 1993) ont cependant mis en évidence leur existence en mesurant très précisément les temps d'arrivées des signaux émis par un pulsar en orbite avec un compagnon (PSR 1913+16) et en parvenant à la conclusion que la décroissance du rayon orbital de ce système était due à une perte d'énergie sous forme de rayonnement gravitationnel. Ces résultats étaient en accord avec la théorie à mieux que 0.5% près.

La création sur Terre d'ondes gravitationnelles d'amplitudes suffisantes pour être détectées étant pour le moment impossible, les chercheurs se sont donc logiquement tournés vers le Cosmos, théâtre des phénomènes les plus violents (explosion d'étoiles, collisions de Trous Noirs...). Au vu de la faiblesse des ondes émises, personne jusque dans les années 60 (technique oblige) n'avait envisagé pouvoir un jour les détecter directement. Joseph Weber fut alors le premier à imaginer la technique des Barres Résonnantes, où l'énergie déposée par l'onde gravitationnelle est mesurée à la fréquence de résonance de la barre. Longtemps limitées technologiquement, elles continuent à être opérationnelles aujourd'hui, sans résultats probants jusqu'à présent.

Une autre technique fut ensuite envisagée : les détecteurs interférométriques, qui visent non pas à détecter le graviton, mais l'effet du passage d'une onde gravitationnelle. C'est dans le contexte d'une de ces antennes, le projet VIRGO, en construction à Cascina près de Pise en Italie, que s'inscrit cette thèse. La possibilité d'une telle détection devrait ouvrir la voie à une toute nouvelle astronomie qui nous donnera les clefs d'une meilleure (en tout cas plus complète) compréhension de l'Univers. La France et l'Italie au sein de l'expérience VIRGO, les Etats-Unis avec LIGO, les Japonais (TAMA) ainsi que le Royaume-Uni et l'Allemagne (GEO) contribuent à la naissance de ce nouveau domaine d'observation.

Les sources principales éventuelles d'Ondes Gravitationnelles peuvent être divisées en trois catégories distinctes : fond de rayonnement gravitationnel (d'origine cosmologique ou superposition de sources astrophysiques), sources continues (coalescence d'un système binaire d'objets massifs et compacts, étoiles à neutrons ou trous noirs, ainsi que l'émission périodique d'un pulsar essentiellement) et sources transitoires (explosion d'une étoile en Supernova de type II par exemple). La préparation à l'analyse des données pour les instruments du type de VIRGO a commencé depuis longtemps pour les coalescences de binaires, qui sont les sources les mieux modélisées et les

plus prometteuses dans l'état actuel de nos connaissances, ainsi que pour les sources périodiques. D'un autre côté, peu d'outils existent en ce qui concerne les sources de signaux impulsifs d'ondes gravitationnelles, pour lesquelles peu de modèles de formes d'ondes précises existent. La première partie de cette thèse est donc dédiée à l'étude d'une famille de filtres développés dans le but de détecter de telles sources, pour être ensuite utilisés comme algorithmes de préselection en ligne des données de VIRGO.

Les Supernovae furent historiquement les premières sources d'ondes de gravitation envisagées. Les simulations d'effondrement d'étoiles massives isolées en étoiles à neutrons (Supernovae de type II) suggèrent de faibles déviations par rapport à la symétrie sphérique, et, par conséquent, une puissance émise sous forme d'ondes gravitationnelles durant les quelques millisecondes de l'effondrement qui resterait assez faible : l'amplitude typique pour une telle source située à 10 Mpc ne devrait pas excéder 10^{-22} . Les simulations s'avèrent de plus incapables de prédire l'exacte forme de ces signaux, puisque des changements infimes dans les paramètres de départ peuvent complètement changer les signaux obtenus. Cette situation appellent donc des méthodes de recherches d'une grande efficacité et d'une grande robustesse. Au mieux, ces simulations nous donnent une idée des bandes de fréquences utilisées par de tels signaux. Le *filtrage adapté*, intensivement utilisé dans le cas des coalescences de binaires, n'est donc pas utilisable pour de telles sources. Les méthodes Temps-Fréquence sont bien sûr pertinentes pour détecter des sources mal modélisées mais les ressources informatiques qu'elles supposent ne permettent pas de les utiliser en temps réel (en ligne). Les quelques méthodes développées dans cette thèse permettront aussi de détecter toutes sortes de signaux transitoires ou non stationnaires dans les données de VIRGO. De tels événements pourront être éliminés *a posteriori* s'ils coïncident avec des signaux obtenus avec des capteurs dédiés à différentes sortes de bruits environnementaux (bruit sismique ou acoustique par exemple). D'autre part, ces événements pourront être validés par des coïncidences avec d'autres détecteurs d'ondes gravitationnelles.

Le but de cette thèse est donc dans un premier temps de développer et de tester des filtres dédiés à la recherche d'Ondes Gravitationnelles, qui soient efficaces, mais en même temps simples et assez rapides pour être utilisés en ligne. La performance et l'efficacité de tels filtres ont été évaluées en prenant comme base de comparaison un catalogue de signaux impulsifs de supernovae.

Une telle étude se situe en aval d'un détecteur interférométrique. En amont se situe la source Laser. La détection d'ondes gravitationnelles repose sur la mesure du mouvement de *masses libres* disposées à plusieurs kilomètres l'une de l'autre, grâce à un interféromètre de Michelson. Pour pouvoir fonctionner optimalement, le laser utilisé traverse une cavité triangulaire appelée *Mode-Cleaner* qui a pour but de filtrer les défauts spatiaux du laser, ainsi que son bruit de puissance et de fréquence. Les miroirs étant en permanence soumis à l'agitation sismique, cette cavité a besoin d'être amenée à la résonance, son point de fonctionnement : c'est l'acquisition de la résonance. Le contrôle longitudinal (*i.e.* suivant l'axe du faisceau laser) peut alors prendre le relais et conserver la cavité à la résonance. La difficulté d'une telle acquisition provient à la fois de la haute finesse du *Mode-Cleaner* (qui est inversement proportionnelle à la largeur de la raie de résonance) et de l'utilisation d'un système numérique pour son contrôle (d'où une fréquence d'échantillonnage finie, contrairement à un système analogique, et un nombre de points autour de la résonance faible).

Une méthode (déjà envisagée pour l'interféromètre central de VIRGO ou C1TF) visant à amortir les mouvements relatifs de la cavité et à faciliter le fonctionnement de l'asservissement linéaire a donc été testée en simulations dans le cadre du *Mode-Cleaner*. Une telle méthode a aussi pour but essentiel de réduire les temps morts en cas de perte du contrôle longitudinal de la cavité, qui seraient autant de temps de perte du faisceau pour le reste de VIRGO. Une architecture client-serveur pour le contrôle longitudinal a ensuite été développée, incorporant aussi cette technique d'acquisition de la résonance. Des tests de cette architecture ont par la suite été menés sur le site de l'expérience, pour démontrer son bon fonctionnement et sa robustesse.

L'activité expérimentale sur la cavité *Mode-Cleaner* a commencé peu après la fin de ces tests, au printemps 2000, jusqu'à ce que des mesures démontrent que le miroir installé à un des sommets de cette cavité triangulaire ne remplissait pas les spécifications demandées. Malgré ces imperfections, la cavité *Mode-Cleaner* a tout de même été amenée à la résonance grâce à une nouvelle topologie de contrôle au cours de l'automne 2000. Le nouveau miroir devrait être installé dans le courant du printemps 2001.

Ce manuscrit comporte trois parties. Dans une première partie, nous exposerons les quelques développements théoriques utiles à la compréhension du phénomène des ondes gravitationnelles. Ensuite, les sources astrophysiques principales seront présentées, avec l'accent mis sur les différentes sources transitoires (impulsives), et les signaux gravitationnels qui en résultent. Enfin, les principes de la détection interférométrique seront exposés, ainsi que le projet VIRGO en particulier.

Une deuxième partie commencera par présenter des éléments d'analyse des données spécifiques aux détecteurs interférométriques en cours de construction. On verra que l'analyse des données dédiée aux sources continues est particulièrement bien définie, et repose essentiellement sur des méthodes dérivées du filtrage adapté, qui suppose une connaissance précise du signal attendu.

Le troisième et dernier chapitre de cette partie exposera les quelques techniques développées ici pour la détection de signaux transitoires dans les données de VIRGO, destinées à servir d'algorithme de présélection en ligne. Nous présenterons en particulier les performances (efficacités de détection) obtenues sur un catalogue de signaux physiques (issus de simulations), ainsi que les études menées en vue de distinguer un événement de bruit d'un événement de signal. D'autres études que nous avons conduites ont permis de donner des spécifications de performances précises aux algorithmes de blanchiment des données de VIRGO. Finalement, la résolution en temps de tels filtres (erreurs systématiques et statistiques) sera présentée, ainsi que les implications quant à d'éventuelles futures coïncidences avec des détecteurs de neutrinos.

La troisième et dernière partie de ce manuscrit décrira dans un premier temps les caractéristiques optiques et les propriétés de filtrage spatial essentielles d'une cavité triangulaire telle que le *Mode-Cleaner* de VIRGO, ainsi que les moyens dont on dispose pour la contrôler.

L'étude en simulation d'une technique d'acquisition de la résonance, ainsi que son implémentation pratique et les tests effectués sur le site, constitue le troisième chapitre de cette partie. Enfin, le quatrième et dernier chapitre présentera les premiers résultats obtenus sur le contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO, première cavité suspendue en fonctionnement dans l'expérience.

PARTIE I

ONDES GRAVITATIONNELLES
ET
SOURCES ASTROPHYSIQUES

Préambule

Cette partie décrira dans un premier temps les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du phénomène des ondes gravitationnelles. Puis les différentes classes de sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles ainsi que les formes des signaux émis seront présentées : sources continues, et surtout sources transitoires (ou impulsives), puisque ce sont elles que les méthodes développées dans la partie II cherchent à détecter. Enfin, on détaillera les principes de la détection interférométrique, ainsi que le projet VIRGO dans son ensemble.

Chapitre 1

De la Relativité aux ondes de gravitation

Contenu du chapitre

1.1	Introduction à la Relativité	10
1.2	Quelques résultats de la Relativité Restreinte	10
1.3	Le Principe d'Équivalence	11
1.4	La courbure de l'Espace-Temps	12
1.4.1	Courbure et géodésique	12
1.4.2	Dérivée Covariante	13
1.4.3	Calcul de la Connection Affine	13
1.4.4	Notion de Covariance Généralisée	13
1.4.5	Equation d'une Géodésique	13
1.5	Les Équations d'Einstein	14
1.5.1	Forme du Tenseur de Riemann	14
1.5.2	Déviations d'une Géodésique	14
1.5.3	Tenseur Energie-Impulsion	15
1.5.4	Les équations d'Einstein	16
1.5.5	La limite Newtonienne	16
1.6	Conclusion	17



A THÉORIE DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE proposée par Einstein en 1916 nous a offert une toute nouvelle vision de l'**Espace-Temps** dans lequel nous vivons. La matière n'évolue plus dans un continuum espace-temps passif, mais, bien au contraire, la présence de matière modifie ce continuum. Cette distorsion provoque la déviation de la trajectoire de particules de matière **et** de lumière différente de celle attendue pour leur chemin classique. Ainsi, Einstein prédit que la lumière des étoiles qui passe au voisinage du soleil devrait être déviée de 1.75 arcsec, une quantité faible mais qui fut cependant mesurée avec succès en 1919 par Eddington, à l'occasion d'une éclipse de soleil. Cette confirmation relança l'intérêt des scientifiques pour la théorie d'Einstein.

La gravitation domine notre Univers à grande échelle, liant la matière en étoiles, les étoiles en galaxies, et les galaxies en amas de galaxies. La théorie classique qui la décrit est basée sur la loi de Newton qui établit que deux masses m_1 et m_2 séparées d'une distance r subissent une attraction gravitationnelle mutuelle F d'expression :

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

où G est la constante de gravitation universelle. Des calculs basés sur cette équation ont pu prédire le mouvement des planètes avec une grande précision. Néanmoins, une petite partie (43 arcsec) de la précession du périhélie de l'orbite de Mercure (532 arcsec par siècle) n'a pu être expliquée. En dépit de ses succès, la loi de la Gravitation de Newton a par ailleurs un gros défaut : elle est indépendante du temps, ce qui signifie que la force gravitationnelle pourrait agir instantanément à toute distance. Un tel comportement est en contradiction avec la Relativité Restreinte qui impose qu'aucun signal ne peut être transmis à une vitesse supérieure à celle de la lumière. La nécessité d'une nouvelle théorie était donc devenue clairement évidente.

1.1 Introduction à la Relativité

Le **principe de relativité** stipule l'existence d'une classe particulière de systèmes de références (ou référentiels) par rapport auxquels les lois de la physique locale prennent exactement la même forme ¹.

Les **théories de la relativité** désignent l'ensemble des lois cinématiques (transformation entre repères inertiels) et dynamiques (physique locale) qui satisfont au principe de relativité. On peut montrer qu'il n'existe que deux groupes de transformations entre repères d'inertie ayant cette propriété. Le premier est le groupe de Galilée, qui est caractérisé par l'existence d'un **temps absolu**. La théorie correspondante est la théorie de Newton, avec des lois du mouvement déterminant les accélérations des corps en fonction de la configuration géométrique (relative) **instantanée** du système en interaction.

La seconde solution est le groupe des transformations de Lorentz-Poincaré :

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu} + a^{\mu} \quad (1.1)$$

avec $\eta_{\alpha\beta}\Lambda^{\alpha}_{\mu}\Lambda^{\beta}_{\nu} = \eta_{\mu\nu}$, et $\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ qui représente la métrique de **Minkowski** (voir le paragraphe suivant pour les notations). Ce groupe est caractérisée par l'existence d'une **vitesse absolue c** , indépendante du référentiel. La limite $c \rightarrow \infty$ nous redonne alors les transformations de Galilée.

1.2 Quelques résultats de la Relativité Restreinte

Les postulats de base de la Relativité Restreinte sont au nombre de deux. Le premier stipule que les lois de la Physique prennent des formes identiques dans tout repère inertiel, *i.e.* dans tout repère qui se déplace avec une vitesse constante par rapport à un repère lié à des galaxies éloignées. Le deuxième nous dit que la vitesse de propagation de la lumière est une constante. Un point dans

¹ Il constate aussi, mais sans l'expliquer, l'existence de repères privilégiés (en outre non accélérés par rapport à des étoiles lointaines fixes) où les lois de la physique revêtent une forme simplifiée. Une détermination théorique satisfaisante des repères inertiels (où le principe d'inertie est valable), en fonction par exemple de la distribution de matière dans l'Univers (principe de Mach) n'existe pas.

l'espace-temps, que l'on appellera un **événement**, est de plus caractérisé par des coordonnées x, y, z par rapport à un système Cartésien d'axes à un instant t . Ces quatre coordonnées d'espace-temps forment un quadri-vecteur de composantes :

$$x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z.$$

Dans un autre repère inertiel se déplaçant avec une vitesse relative $v = \beta c$ parallèle à l'axe x (axe x'), les nouvelles coordonnées pour le même événement sont données par la transformation de Lorentz :

$$\begin{cases} x^{0'} &= \gamma(x^0 - x^1\beta) \\ x^{1'} &= \gamma(x^1 - x^0\beta) \\ x^{2'} &= x^2, \quad x^{3'} = x^3 \end{cases} \quad (1.2)$$

où $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}$, avec $0 \leq \beta < 1$ et $\gamma \geq 1$. L'intervalle entre deux événements P_1 et P_2 séparés par $(\Delta x^0, \Delta x^1, \Delta x^2, \Delta x^3)$ est défini comme étant :

$$\Delta s^2 = (\Delta x^0)^2 - (\Delta x^1)^2 - (\Delta x^2)^2 - (\Delta x^3)^2 = (\Delta x^0)^2 - \Delta r^2$$

Il est par construction invariant par transformation de Lorentz. Si une horloge voyage de P_1 à P_2 , alors l'intervalle de temps qu'elle mesure entre ces deux événements est appelé le **temps propre** $c\Delta\tau = \Delta s$.

Pour simplifier l'écriture des calculs, on utilisera souvent la convention de sommation suivante dite sommation d'Einstein :

$$ds^2 = \sum_{i,j=0}^3 \eta_{ij} dx^i dx^j = \eta_{ij} dx^i dx^j = dx_j dx^j$$

avec $x_i = \eta_{ij} x^j$ et $\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ qui représente la métrique de **Minkowski** (espace-temps plat).

L'intervalle Δs^2 peut être positif, négatif ou nul. Dans ce dernier cas, on a $c\Delta t = \Delta r$ et l'intervalle $P_1 P_2$ sera dit du type **lumière** puisqu'un rayon lumineux pourra voyager entre P_1 et P_2 . Quand $c\Delta t > \Delta r$ alors Δs^2 est positif et P_2 peut être atteint depuis P_1 en voyageant avec une vitesse inférieure à celle de la lumière : l'intervalle est de type **temps**, et il est possible de choisir un repère inertiel dans lequel $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$. Finalement, si Δs^2 est négatif, $c\Delta t < \Delta r$ et aucune information ne pourra passer de P_1 à P_2 puisque cela nécessiterait de voyager à une vitesse supérieure à celle de la lumière. Un intervalle de ce type est dit du type **espace** : on peut en effet choisir un repère inertiel dans lequel $t_1 = t_2$. Ce qui se passe alors en P_1 n'a aucune influence sur P_2 , et *vice versa*.

Un autre vecteur important est le quadri-vecteur Energie-Impulsion donné par :

$$p^0 = E/c, \quad p^1 = p_x, \quad p^2 = p_y, \quad p^3 = p_z$$

où E est l'énergie totale du système et \vec{p} représente l'impulsion relativiste. Dans ce cas, l'invariant de Lorentz est la quantité $(p^0)^2 - (\vec{p})^2 = E^2/c^2 - (\vec{p})^2 = m^2 c^2$ avec m la masse de la particule considérée.

1.3 Le Principe d'Équivalence

Quand Galilée comparait les chutes de corps constitués de différents matériaux, il essayait de répondre à une question fondamentale : l'attraction gravitationnelle dépend-elle de la composition des corps sur laquelle elle agit ? Encore aujourd'hui la réponse à cette question n'est pas triviale.

On sait que la masse nucléaire est inférieure à la somme des masses de ses nucléons à cause de l'énergie de liaison due à la force nucléaire qui agit entre eux. Cette énergie de liaison est nulle dans le cas de l'Hydrogène (un seul et unique proton) mais atteint 0.7% de la masse ($\times c^2$) des nucléons dans le cas du Fer. Par conséquent si la force gravitationnelle devait dépendre, comme dans le cas de l'interaction forte, du nombre de nucléons (donc de la composition) plutôt que de la masse, une différence de 0.7% entre l'accélération gravitationnelle de l'Hydrogène et du Fer devrait apparaître.

L'analyse d'expériences du type de celles menées par Galilée se fait de la manière suivante. La force agissant sur une masse m_g plongée dans un champ gravitationnel est $F = m_g g$, où m_g est la **masse gravitationnelle**. Selon la deuxième loi de Newton, l'accélération a de cette masse peut s'écrire $F = m_i a$ où m_i est la **masse inertielle**. On en déduit que $a = \frac{m_g}{m_i} g$. Or, jusqu'à présent, aucune expérience n'a révélé de variation dans cette accélération gravitationnelle entre différents matériaux. Le rapport $\frac{m_g}{m_i}$ peut donc être choisi égal à l'unité, ce qu'Einstein a interprété en disant que le mouvement d'un corps neutre en un point donné de l'espace-temps est indépendant de sa composition. C'est le **Principe d'Equivalence Faible**.

Einstein considéra ensuite les implications d'un tel principe pour un mouvement de chute libre, *i.e.* le mouvement d'un corps soumis à l'action des seules forces gravitationnelles. Alors localement (dans une région de l'espace suffisamment petite pour que le champ gravitationnel puisse être considéré comme constant et uniforme), les résultats d'expériences physiques dans un repère en chute libre sont indépendants du mouvement. Le **Principe d'Equivalence Fort** rajoute que ces résultats seront les mêmes quelque soit le repère et à tout instant, et que ces résultats locaux doivent être cohérents avec la Relativité Restreinte. Un de ces conséquences est que l'énergie gravitationnelle se comporte comme de la masse inerte ordinaire, *i.e.* elle ne se distingue pas des autres formes de masse.

1.4 La courbure de l'Espace-Temps

Une description Minkowskienne de l'Univers est valable dans le cas d'un espace-temps plat. Or, des observations telles que la déviation des rayons lumineux par des astres massifs nous indiquent clairement que l'espace-temps réel qui nous entoure est courbe. On peut donc réécrire l'intervalle de temps propre ds entre deux événements de l'espace-temps séparés par dx^μ comme étant :

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

où $g_{\mu\nu}$ est fonction de la position et du temps. A ce niveau, le principe d'équivalence dans sa version forte requiert que dans un repère en chute libre toute mesure expérimentale locale doit être en accord avec la Relativité Restreinte. Cela signifie que localement un repère de Minkowski décrit parfaitement la structure de l'espace-temps réel, *i.e.* pour un événement donné de l'espace-temps, on peut toujours trouver un système de coordonnées tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{\mu\nu}(y) = \eta_{\mu\nu} \\ \left(\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right)_y = 0 \end{array} \right. \quad (1.3)$$

La définition d'un tel repère nous permet d'obtenir une métrique d'espace quadratique mais localement plat.

1.4.1 Courbure et géodésique

La définition la plus générale d'une **géodésique** consiste à dire que c'est le plus court (ou le plus long) chemin suivi par une particule sur une surface. Une manière de déterminer la courbure d'une surface à deux dimensions est de mesurer la déviation entre deux géodésiques voisines. Dans un espace de dimension supérieure, une telle mesure nous donnerait la courbure de Gauss (courbure traditionnelle) de la surface à deux dimensions contenant ces géodésiques. Cette technique est toujours valable en espace-temps courbe, à la condition que nous puissions dans un premier temps déterminer la nature d'une géodésique dans l'espace-temps.

Une géodésique en espace-temps plat est une ligne droite ; c'est aussi le chemin suivi par un corps libre tel qu'il est décrit par la première loi du mouvement de Newton. De la même manière, une géodésique du type temps dans un espace-temps de Minkowski est le chemin suivi par un corps libre. Le principe d'équivalence nous indique alors une façon de transférer cette définition d'une géodésique à un espace-temps courbe.

Si une géodésique du type temps dans un espace de Minkowski est le chemin suivi par un corps libre, alors pour être cohérent, une géodésique du type temps dans un espace-temps courbe doit être le chemin suivi par un corps en chute libre. Cela constitue l'interprétation d'une géodésique en espace-temps courbe : le chemin suivi par un corps en chute libre.

1.4.2 Dérivée Covariante

Notre but ici est de vouloir obtenir des lois physiques toujours valides après passage à un repère accéléré (par une transformation de Lorentz). Selon le Principe d'Equivalence, ces lois exprimées dans un repère en chute libre doivent être cohérentes avec la Relativité Restreinte. D'autre part, on peut montrer que des lois exprimées comme des **équations tensorielles** sont automatiquement invariantes de Lorentz (on dit **covariantes**). Ces deux idées vont être réunies dans les Principe de Covariance Généralisée, introduit par Einstein. Il énonce que les lois physiques peuvent être exprimées sous forme d'équations tensorielles qui se réduisent à des lois cohérentes avec la Relativité Restreinte dans un repère en chute libre. Une loi valable en Relativité Restreinte pourra donc être généralisée pour s'appliquer à tout repère accéléré en l'exprimant sous forme tensorielle. Or, beaucoup de lois physiques font intervenir des dérivées spatio-temporelles et ne sont donc pas des quantités tensorielles. C'est là que se révèle nécessaire la notion de **dérivée covariante**, tenseur qui coïncide avec la dérivée traditionnelle dans un repère en chute libre.

La définition d'un tel tenseur fait appel à la notion de **transport parallèle**. Elle fait apparaître des quantités appelées **Connections Affines** de la métrique, notées $\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}$. Elle s'écrit :

$$\frac{Dq^{\mu}}{Ds} = \frac{dq^{\mu}}{ds} + \Gamma_{\sigma\rho}^{\mu} q^{\sigma} \left(\frac{dx^{\rho}}{ds} \right)$$

qui est la composante μ de la dérivée covariante du vecteur de composante q^{μ} . Les connections affines ne sont pas des tenseurs et s'annulent dans un repère en chute libre.

1.4.3 Calcul de la Connection Affine

Toute l'information sur la structure de l'espace-temps étant contenue dans l'équation de la métrique, il est naturel de vouloir exprimer les connections affines en fonction de la métrique $g_{\mu\nu}$. Avec la notation $g_{\mu\nu,\rho} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\rho}}$, on peut montrer que :

$$\Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha} = \frac{1}{2} g^{\alpha\mu} (\partial_{\gamma} g_{\mu\beta} + \partial_{\mu} g_{\beta\gamma})$$

ce qui nous donnera alors une expression de la dérivée covariante sous la forme :

$$\frac{Dq^{\mu}}{Dx^{\nu}} = q^{\mu}_{,\nu} + \Gamma_{\nu\rho}^{\mu} q^{\rho}$$

1.4.4 Notion de Covariance Généralisée

Ce principe implique que les lois physiques doivent être exprimées sous forme d'équations tensorielles et que dans un repère en chute libre, elles coïncident avec la Relativité Restreinte. Voyons ceci dans le cas de la deuxième loi de Newton :

$$F^{\mu} = \frac{dp^{\mu}}{d\tau}$$

où F^{μ} est le quadri-vecteur Force $\left(\gamma \frac{dE}{cdt}, \gamma \frac{dp_i}{dt} \right)$, expression qui devient :

$$F^{\mu} = \frac{Dp^{\mu}}{D\tau}$$

qui satisfait le Principe de Covariance Généralisée. C'est bien une équation tensorielle qui coïncide avec la Relativité Restreinte en chute libre.

1.4.5 Equation d'une Géodésique

Sous l'action de la gravitation seule (chute libre), on a :

$$\frac{Dp^{\mu}}{D\tau} = 0$$

puisque la force est due à la métrique. Cette équation constitue **l'équation d'une géodésique**. Avec $p^{\mu} = m \frac{dx^{\mu}}{d\tau}$, on peut réécrire cette équation sous la forme :

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

1.5 Les Équations d'Einstein

La technique générale qui consiste à remplacer les dérivées traditionnelles par des dérivées covariantes ne peut pas s'appliquer dans le cas de la gravitation de Newton, puisqu'elle n'est pas cohérente avec la Relativité Restreinte. La Relativité Restreinte s'applique en effet à un espace-temps plat alors que les forces gravitationnelles sont une manifestation de sa courbure. Einstein perçut qu'il devait y avoir un lien direct entre la distribution en masse/énergie et la courbure de l'espace-temps et que ce lien devait être exprimé en termes de tenseurs. C'est là l'essence même des équations d'Einstein.

1.5.1 Forme du Tenseur de Riemann

La courbure d'une surface dans un espace à deux dimensions est quantifiée par la donnée de la Courbure (dite de Gauss) en chaque point, ce qui n'a plus de sens dans le cas d'un espace à trois ou quatre dimensions. La description complète de la courbure en un point donné dans un tel espace est contenue dans un tenseur de rang 4 appelé **Tenseur de Riemann** ou Tenseur de Courbure. Pour un événement x , passer dans un repère en chute libre rend l'espace-temps localement plat et par conséquent :

$$\begin{cases} g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} \\ g_{\mu\nu,\rho} = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

au point x . La courbure ne peut donc pas être décrite par les coefficients de la métrique ou par leurs dérivées premières. En fait, un repère en chute libre au point x diffère de celui au point $x + \Delta x$, ce qui implique, en procédant à un développement de Taylor :

$$\begin{cases} g_{\mu\nu}(x + \Delta x) = \eta_{\mu\nu} + \frac{1}{2} g_{\mu\nu,\rho\sigma} \Delta x^\rho \Delta x^\sigma \\ g_{\mu\nu,\rho}(x + \Delta x) = g_{\mu\nu,\rho\sigma} \Delta x^\sigma \end{cases} \quad (1.5)$$

La variation de $g_{\mu\nu}$ dépend donc uniquement des dérivées secondes $g_{\mu\nu,\rho\sigma}$ au point x : ces dérivées doivent logiquement contenir l'information sur la courbure de l'espace-temps.

Le tenseur imaginé par Riemann prend alors la forme suivante :

$$R_{\beta\gamma\delta}^\alpha = \Gamma_{\beta\delta,\gamma}^\alpha - \Gamma_{\beta\gamma,\delta}^\alpha + \Gamma_{\sigma\gamma}^\alpha \Gamma_{\beta\delta}^\sigma - \Gamma_{\sigma\delta}^\alpha \Gamma_{\beta\gamma}^\sigma$$

qui s'annule bien quand l'espace-temps est plat et qui contient les dérivées secondes de la métrique $g_{\mu\nu}$.

1.5.2 Déviation d'une Géodésique

Un changement de coordonnées peut toujours annuler l'accélération et les connections affines. Ce n'est pas le cas pour le tenseur de Riemann : il s'annule uniquement si l'espace-temps est plat, quelque soit le système de coordonnées choisi.

D'autre part, on peut montrer que deux géodésiques initialement voisines et parallèles ne restent pas parallèles indéfiniment, mais convergent ou divergent en fonction de la courbure locale. De même deux méridiens sont "parallèles" à l'équateur mais convergent aux pôles. Ainsi, pour un vecteur ξ de l'espace-temps courbe reliant des points sur deux géodésiques voisines à x et $x + \xi$, on peut démontrer l'**équation de déviation de la géodésique** qui prend la forme :

$$\frac{D^2 \xi^\mu}{D\tau^2} + R_{\nu\rho\lambda}^\mu \xi^\rho \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\lambda}{d\tau} = 0 \quad (1.6)$$

Cette équation exprimée sous forme tensorielle est valable dans tout système de coordonnées. Elle nous sera utile pour étudier l'effet du rayonnement gravitationnel sur la matière.

1.5.3 Tenseur Energie-Impulsion

En Relativité Restreinte, l'énergie et l'impulsion sont deux aspects de la même entité, le quadri-vecteur Energie-Impulsion. Ils sont connectés à la masse par le biais de la relation $E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4$. Cela suggère que la masse, l'énergie et l'impulsion seront intimement liées dans une théorie générale de la gravitation.

Pour clarifier les choses, mettons la première loi de Newton sous forme différentielle. La force d'attraction d'un corps de masse M sur une masse unité à une distance r peut s'écrire :

$$F = \frac{GM}{r^2}$$

Intégrer le flux de la force F sur une sphère centrée sur la masse nous donne :

$$\int \vec{F} \cdot d\vec{S} = -4\pi r^2 \frac{GM}{r^2} = -4\pi GM.$$

Le théorème de Stokes nous permet alors d'écrire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = -4\pi G \rho \quad (1.7)$$

où ρ est la densité de matière à l'intérieur du volume. Le potentiel gravitationnel ϕ donné par $\vec{F} = -\vec{\nabla}\phi$ permet de mettre (1.7) sous la forme :

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho,$$

où ρ et ϕ sont des quantités *locales*. Prenons un nuage de poussières dans un repère au repos S , avec une densité d'énergie $\rho_0 c^2 = m_0 n_0 c^2$, avec m_0 la masse moyenne d'un grain de poussière et n_0 le nombre de grains par unité de volume. Dans un repère S' se déplaçant à une vitesse $v = \beta c$ par rapport au nuage, chaque grain a une impulsion plus grande, et le volume contenant un nombre donné de grains subit une contraction de Lorentz selon la direction du mouvement. La quantité m_0 devient donc $m = m_0 \gamma$ et n_0 devient $n = n_0 \gamma$. Par conséquent, la densité ρ_0 se transforme en $\rho = \rho_0 c^2 \gamma^2$.

On peut voir par ailleurs que ρ se comporte exactement comme la composante 00 d'un tenseur de rang 2 noté $T^{\mu\nu}$:

$$T^{\mu\nu} = \rho_0 v^\mu v^\nu - \sigma^{\mu\nu}$$

où v^μ est le quadri-vecteur vitesse du nuage et $\sigma^{\mu\nu}$ le tenseur de "travail". Ce tenseur est appelé **Tenseur Energie-Impulsion**. $T^{\mu\nu}$ est en fait le flux de la μ ème composante de l'impulsion le long de la direction ν . Ainsi :

- T^{00} est la densité d'énergie,
- cT^{0i} est le flux d'énergie par unité de surface parallèle à la direction i (flux de chaleur),
- T^{ii} est le flux de la composante i de l'impulsion par unité de surface parallèle à la direction i (pression à travers le plan i),
- T^{ij} est le flux de la composante i de l'impulsion par unité de surface parallèle à la direction j (traîne visqueuse à travers le plan j),
- cT^{i0} est la densité de composante i de l'impulsion.

On peut montrer que les lois de conservations habituelles peuvent s'écrire sous la forme :

$$T_{;\alpha}^{\beta\alpha} = 0 \quad \text{soit encore} \quad \frac{\partial T^{\beta\alpha}}{\partial x^\alpha} + \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha T^{\beta\mu} + \Gamma_{\mu\beta}^\beta T^{\mu\alpha} = 0$$

C'est un tenseur symétrique de rang deux, qui s'annule en l'absence de matière et qui est de divergence nulle.

1.5.4 Les équations d'Einstein

Einstein identifia ensuite le tenseur Energie-Impulsion comme étant la source de la courbure de l'espace-temps et suggéra donc la relation la plus simple possible entre ces deux quantités sous la forme :

$$KT_{\mu\nu} = G_{\mu\nu}$$

où $G_{\mu\nu}$ est un tenseur décrivant la courbure et K une constante scalaire, dont la valeur décrit l'efficacité avec laquelle la densité d'énergie modifie l'espace-temps. Par conséquent, $G_{\mu\nu}$ doit être un tenseur de rang 2, symétrique et de divergence nulle. Le tenseur de Riemann de rang 4 quantifiant la courbure, il est naturel d'imaginer que $G_{\mu\nu}$ soit une **contraction** du tenseur $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha$, c'est à dire un tenseur de la forme $R_{\beta\delta} = R_{\beta\alpha\delta}^\alpha = g^{\alpha\sigma} R_{\alpha\beta\sigma\delta}$, que l'on appelle **Tenseur de Ricci**, et qui est en fait l'unique contraction du tenseur de Riemann. Sa divergence n'est pas nulle mais la quantité :

$$G_{\beta\delta} = R_{\beta\delta} - g_{\beta\delta} R/2$$

où le deuxième terme du second membre est la divergence de $R_{\beta\delta}$, avec $R = g^{\beta\delta} R_{\beta\delta}$ (**scalaire de Ricci**), est bien de divergence nulle. Ce tenseur d'Einstein s'annule effectivement en l'absence de matière et la limite Newtonienne décrite dans la suite nous impose que :

$$G_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta}$$

avec G la constante de la gravitation universelle classique.

On notera que ces équations peuvent s'étendre au cas où l'on peut écrire :

$$G_{\alpha\beta} - \Lambda g_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta} \quad (1.8)$$

avec Λ la constante cosmologique. Initialement, Einstein n'avait pas introduit cette constante. Or, il s'est aperçu que son absence favorisait un univers en expansion, concept en contradiction avec sa vision d'un univers statique. Cette constante *ad hoc* rajoutée par Einstein semblerait être non-nulle, comme l'indiquent des données récentes sur les supernovae de type Ia.

1.5.5 La limite Newtonienne

Il peut être instructif de vérifier que dans la limite des champs gravitationnels faibles et lentement variables, les équations d'Einstein se réduisent bien à la loi de la gravitation de Newton. On pourra alors relier les nouvelles variables de la théorie d'Einstein à celles plus familières, utilisées en gravitation classique. Dans la limite classique, on peut écrire :

$$g_{\mu\nu} \simeq \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.9)$$

avec toutes les composantes de $h \ll 1$. Dans des coordonnées cartésiennes, on a $\eta_{00} = +1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$. Dans la limite où les vitesses sont $\ll c$, et où les impulsions sont négligeables devant les énergies, le terme dominant du tenseur énergie-impulsion est donc la densité d'énergie T_{00} . Les équations d'Einstein deviennent alors :

$$R_{00} = \frac{8\pi G (T_{00} - T_{00}^0 g_{00}/2)}{c^4} - \Lambda g_{00} \quad (1.10)$$

On voit que les connections affines sont linéaires en h . On peut montrer qu'on peut alors écrire une approximation du tenseur de Ricci sous la forme :

$$R_{00} = \eta^{\alpha\sigma} \frac{h_{\sigma 0,0\alpha} - h_{00,\alpha,\sigma} + h_{0\alpha,\sigma 0} - h_{\alpha\sigma,00}}{2} \quad (1.11)$$

1.6. CONCLUSION

Dans la limite des mouvements lentement variables, on peut ignorer les dérivées temporelles par rapport aux dérivées spatiales, ce qui nous donne :

$$R_{00} = -\frac{\eta^{ij}h_{00,ij}}{2} = \frac{1}{2}h_{00,ii} \quad (1.12)$$

On peut montrer d'autre part que $h_{00} = -\frac{2GM}{rc^2} = \frac{2\phi}{c^2}$, avec ϕ le potentiel gravitationnel. On en tire que $R_{00} = \nabla^2\phi/c^2$. En supposant par ailleurs que $T_{00} = \rho c^2$ (et $g_{00} = 1$ dans le terme de droite de l'équation (1.10)), on aboutit à :

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\rho - \Lambda c^2 \quad (1.13)$$

On obtient donc la forme différentielle de la loi de Newton, si $\Lambda = 0$ ².

En reprenant l'équation de la géodésique, on peut en outre montrer les analogies suivantes :

Relativité Générale	Analogie Newtonien
$g_{\mu\nu}$	$1 + 2\phi/c^2$
Tenseur métrique	Potentiel gravitationnel ϕ/c^2
$g_{\mu\nu,\alpha}, \Gamma_{\nu\alpha}^\mu$	$(\partial\phi/\partial x^\alpha)/c^2$
	Force gravitationnelle/ c^2
$g_{\mu\nu,\alpha\beta}, R_{\nu\alpha\beta}^\mu$	$(\partial^2\phi/\partial x^\alpha\partial x^\beta)/c^2$
	Force de Marée/ c^2

Tableau 1.1: Analogies entre Relativité Générale et physique Newtonienne.

Nous avons donc maintenant tous les éléments à notre disposition pour étudier en détails le phénomène des ondes gravitationnelles.

1.6 Conclusion

La théorie de la Relativité Générale est maintenant une théorie bien établie, puisque ces effets ont été vérifiés un peu partout dans l'Univers observable : avancée du périhélie de Mercure, déviation de rayons lumineux par le Soleil, déviation des échos radars dans le système solaire, mais aussi effet de microlentille gravitationnelle en direction de galaxies voisines de la nôtre, et enfin, lentille gravitationnelle de quasars lointains ($z \sim 2 - 3$). L'observation du pulsar PSR 1913 + 16 va en outre apporter la preuve, bien qu'indirectement, de l'existence des ondes gravitationnelles, qui constituent le sujet du chapitre suivant.

²On peut calculer que la force par unité de masse s'écrit $F = -GM/r^2 + c^2\Lambda r/3$, et, avec $\Lambda \leq 10^{-52}m^{-2}$, l'accélération due au terme cosmologique sur Terre est 10^{-22} fois celle due à l'attraction gravitationnelle du Soleil.

Chapitre 2

Le Rayonnement Gravitationnel

Contenu du chapitre

2.1	Origine du rayonnement gravitationnel	20
2.1.1	Propriétés du rayonnement gravitationnel	20
2.1.2	Les états de polarisation	21
2.1.3	Effet du passage d'une onde de gravitation	22
2.2	Génération et Émission d'Ondes Gravitationnelles	22
2.2.1	Rayonnement d'une source quasi-newtonienne	23
2.2.2	Flux d'énergie gravitationnelle	24
2.2.3	La formule du quadrupôle	24
2.3	PSR 1913+16	25
2.3.1	Décroissance de la période orbitale	26
2.4	Une expérience de Hertz pour la gravitation?	27
2.5	Les sources potentielles	27
2.6	Comment détecter une onde de gravitation?	28



ÉLECTROMAGNÉTISME ET LA GRAVITATION présentent de nombreuses analogies. Il est donc naturel que les équations d'Einstein, comme celles de Maxwell, admettent des solutions radiatives. On verra qu'en général l'amplitude de ces solutions est extrêmement faible. Alors pourquoi étudier ce domaine de la physique? tout simplement parce qu'à chaque fois qu'une nouvelle fenêtre d'observation est apparue (domaines infrarouge, X, radio), c'est un nouveau point de vue sur l'Univers qui s'est révélé et ainsi la clef d'une meilleure, et en tout cas plus complète, compréhension de l'Univers.

L'interaction des ondes gravitationnelles avec la matière est très faible. Cela signifie que ces ondes arrivent jusqu'au détecteur sans avoir été affectées par la matière rencontrée dans leur trajet entre la source et le détecteur. La diffusion ou l'absorption est négligeable, même si un effet similaire à celui des lentilles gravitationnelles est toujours possible [7]. L'information transportée par les ondes gravitationnelles n'est pas corrompue même si elles proviennent des régions les plus reculées ou les plus cachées de l'Univers, comme le coeur d'une supernova par exemple. D'autre part, ces ondes sont émises par le mouvement d'ensemble de leur source, et non pas par des atomes ou électrons individuels, comme dans le cas électromagnétique. Elles transportent donc une toute autre information que celle habituellement apportée par l'astronomie traditionnelle. Ensuite, comme on le verra dans le chapitre suivant, des ondes gravitationnelles peuvent être émises par des **trous noirs**, ce qui nous offre là une manière unique de pouvoir observer *directement* des objets par ailleurs inaccessibles. Des indices forts nous prouvent que des trous noirs géants occupent le centre de beaucoup de galaxies [8], et puisque des trous noirs plus petits semblent être des objets "communs" dans notre galaxie, la perspective de pouvoir les observer est d'un grand intérêt.

Le fond de rayonnement fossile ou **cosmique** à 3 K nous a apporté des informations sur l'Univers quelques 100 000 ans après le Big Bang. L'étude de la nucléosynthèse primordiale nous donne accès à un univers vieux de 3 minutes seulement. Un fond équivalent d'ondes gravitationnelles, en cas de détection, pourraient nous montrer l'Univers tel qu'il était seulement 10^{-24} seconde après sa "naissance", juste à la fin de la période de l'inflation.

Finalement, le rayonnement gravitationnel est une des dernières prédictions fondamentales de la Relativité Générale d'Einstein qui n'a pas encore été directement observée (avec les trous noirs). Si d'autres théories de la gravitation sont correctes, alors les différences entre ces différentes théories devraient par exemple pouvoir se révéler dans les propriétés de ces ondes (par exemple leur polarisation ou célérité). En principe, une théorie plus complète doit pouvoir être construite, puisque celle d'Einstein n'est pas une théorie quantique. Il devrait exister une théorie unifiée des forces fondamentales, dans laquelle la gravitation est reliée aux autres forces. L'observation du rayonnement gravitationnel provenant du Big Bang ou peu après devrait pouvoir nous aider à trouver la nature d'une telle relation.

2.1 Origine du rayonnement gravitationnel

L'origine du phénomène est simple: la courbure de la métrique et la présence de matière et son mouvement d'ensemble sont reliées par le tenseur énergie-impulsion à travers les équations d'Einstein. Nous allons montrer comment une perturbation de la métrique dépendant du temps va pouvoir se développer et se propager jusqu'à nous.

2.1.1 Propriétés du rayonnement gravitationnel

Pour décrire un espace vide, l'équation de base :

$$R_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G(T_{\alpha\beta} - T_{\mu}^{\mu}g_{\alpha\beta}/2)}{c^4} \quad (2.1)$$

(où la constante cosmologique Λ a été prise égale à zéro), devient :

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} = 0 \quad (2.2)$$

En présence d'une perturbation à la métrique de Minkowski, provoquée par le mouvement d'ensemble de masses, on peut écrire :

$$g_{\alpha\beta} \simeq \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \quad \text{avec} \quad |h| \ll 1 \quad (2.3)$$

En ne retenant que les termes du premier ordre en $h_{\alpha\beta}$, on peut écrire $G_{\alpha\beta}^{(1)} = R_{\alpha\beta}^{(1)} = 0$. Toujours au premier ordre en h , on a :

$$R_{\alpha\beta} \simeq \frac{1}{2} g^{\rho\sigma} (h_{\nu\beta,\alpha\rho} - h_{\beta\alpha,\sigma\rho} + h_{\rho\alpha,\rho\beta} - h_{\rho\sigma,\alpha\beta}) \quad (2.4)$$

soit, en réinjectant dans (2.2) :

$$\partial_{\alpha\sigma} h_{\beta}^{\rho} - \partial_{\rho} h_{\beta\alpha}^{\rho} + \partial_{\beta} h_{\rho\alpha}^{\rho} - \partial_{\alpha\beta} h_{\rho}^{\rho} = 0 \quad (2.5)$$

Pour chaque solution, on peut générer une solution équivalente par un changement de coordonnées (on peut montrer que ce changement est équivalent à une transformation de jauge). Une solution simple est alors d'imposer que chaque terme de l'équation (2.5) soit séparément nul. Cette simplification revient à :

$$h_{\rho}^{\rho} = 0 \quad (2.6a)$$

$$\partial_{\rho} h_{\beta}^{\rho} = \partial^{\rho} h_{\rho\alpha} = 0 \quad (2.6b)$$

$$\partial_{\rho} h_{\alpha\beta} = 0 \quad (2.6c)$$

L'équation (2.6a) demande que la trace soit nulle et (2.6b) impose une divergence nulle, de telle manière que toute solution de (2.6c) vérifie (2.5) (si la trace et la divergence sont nulles). On peut en plus imposer $h_{\rho 0} = 0$. Nous verrons dans la section suivante les conséquences du choix d'une telle jauge.

2.1.2 Les états de polarisation

La condition (2.6b) contient quatre contraintes pour h , tandis que (2.6c) avec (2.6a) en contiennent quatre aussi (en tenant compte de la symétrie de h). En général, $h_{\alpha\beta}$ possédant 10 composantes indépendantes, il existe donc 2 composantes indépendantes pour $h_{\alpha\beta}$. Ce sont les deux états de polarisation h_{+} et h_{\times} de l'onde gravitationnelle.

Enfin, la condition (2.6c) est juste l'équation de propagation d'une onde plane dans le vide, à la vitesse c :

$$\square h_{\alpha\beta} = 0 = \frac{\partial^2 h_{\alpha\beta}}{\partial x_{\alpha} \partial x^{\alpha}} \quad (2.7)$$

Une solution, pour une telle équation, sous forme d'ondes planes s'écrit $h_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} e^{ik n_{\alpha} x^{\alpha}}$, où k est le nombre d'onde. L'équation (2.7) devient alors :

$$n^{\alpha} n_{\alpha} = 0 \quad (2.8)$$

de telle manière que n^{α} est de type *lumière*, et donc $n^{\alpha} = (1, \vec{n})$. Pour une onde se propageant parallèlement à l'axe z , on peut écrire :

$$h_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} \cos[k(ct - z)] = A_{\alpha\beta} \cos(\omega t - kz) \quad (2.9)$$

en définissant $\lambda = 2\pi/k$ et $\omega = kc$. En écrivant à nouveau les équations (2.6), on trouve alors :

$$A_{11} + A_{22} = 0 \quad (2.10)$$

$$A_{12} = A_{21} \quad (2.11)$$

Le choix de ce système de coordonnées a rendu les amplitudes $A_{\alpha\beta}$ de traces nulles et transverses. Ce changement de coordonnées, ou jauge, est appelé la jauge TT (pour *Traceless Transverse*).

2.1.3 Effet du passage d'une onde de gravitation

Pour bien visualiser l'effet d'une onde gravitationnelle sur la matière, considérons deux corps voisins de masse m , en chute libre, sans interaction. Ce système est caractérisé par le quadri-vecteur vitesse (relative) u^α , le quadri-vecteur ξ^α connectant les deux masses et le temps propre τ .

La distance entre les deux masses est alors $l = \sqrt{\xi \cdot \xi} = \|\xi\|$ qui varie selon :

$$\frac{d^2 l}{d\tau^2} = \frac{1}{l} (\nabla u \nabla u \xi) \cdot \xi$$

Au moyen de l'équation de déviation de la géodésique dérivée au chapitre précédent, on peut alors écrire que :

$$\frac{d^2 l}{d\tau^2} = -\frac{1}{l} R_{\alpha\beta\gamma\delta} \xi^\alpha u^\beta \xi^\gamma u^\delta$$

Pour une onde plane qui se propage le long de l'axe z , prenons un repère de Lorentz attaché au système (jauge TT) où on peut écrire :

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h$$

avec \bar{h}_{xx} , \bar{h}_{yy} , \bar{h}_{xy} , \bar{h}_{yx} qui sont les seules composantes non nulles mais qui ne sont pas indépendantes. Avec les conditions $\bar{h}_{xx} + \bar{h}_{yy} = 0$ (trace nulle) et $\bar{h}_{xy} = \bar{h}_{yx}$ (symétrie), on obtient deux états de polarisations indépendants h_+ et h_\times .

Il est alors possible d'exprimer le tenseur de Riemann dans la jauge TT et en introduisant les coordonnées sphériques :

$$\xi^x/l = \cos\theta, \quad \xi^y/l = \sin\theta \cos\phi, \quad \xi^z/l = \sin\theta \sin\phi$$

Alors, avec l_0 la séparation des masses en l'absence de perturbation gravitationnelle :

$$l = l_0 \left[1 + \frac{1}{4} (\bar{h}_{xx} - \bar{h}_{yy}) \sin^2 \theta \cos 2\phi + \frac{1}{2} \bar{h}_{xy} \sin^2 \theta \sin 2\phi \right]$$

$$\text{soit} \quad \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{4} (\bar{h}_{xx} - \bar{h}_{yy}) \sin^2 \theta \cos 2\phi + \frac{1}{2} \bar{h}_{xy} \sin^2 \theta \sin 2\phi \quad (2.12)$$

$$= \frac{1}{2} (\bar{h}_+ \sin^2 \theta \cos 2\phi + \bar{h}_\times \sin^2 \theta \sin 2\phi) \quad (2.13)$$

L'effet montré ci-dessus, appliqué à des masses d'épreuve disposées en cercle à un instant initial donné précédant le passage d'une onde gravitationnelle, est décrit dans la figure 2.1. Bien sûr, cet exemple est illustratif. Pour être exhaustif, il faudrait inclure dans ces équations les interactions entre les masses (par exemple au moyen d'une force visqueuse et d'une force de rappel).

2.2 Génération et Émission d'Ondes Gravitationnelles

Une différence fondamentale entre les rayonnements électromagnétique et gravitationnel est qu'il n'y a pas de rayonnement dipolaire dans le cas gravitationnel. Pour comprendre cela, comparons les potentiels dans les deux cas : l'un est le potentiel électrostatique dû aux charges q^α aux points r^α , l'autre est un potentiel gravitationnel dû aux masses m^α en r^α . Dans le cas quasi-Newtonien de charges/masses se déplaçant à faible vitesse, on a en un point \vec{R} localisé par rapport au centre de masse du système :

$$4\pi\epsilon_0\phi_{es}(\vec{R}) = \sum \frac{q^\alpha}{|\vec{R} - \vec{r}^\alpha|} \quad (2.14)$$

qui devient :

$$4\pi\epsilon_0\phi_{es} = \sum \frac{q^\alpha}{R} - \sum q^\alpha x_i^\alpha \left[\frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{1}{R} \right) \right] + \dots \quad (2.15)$$

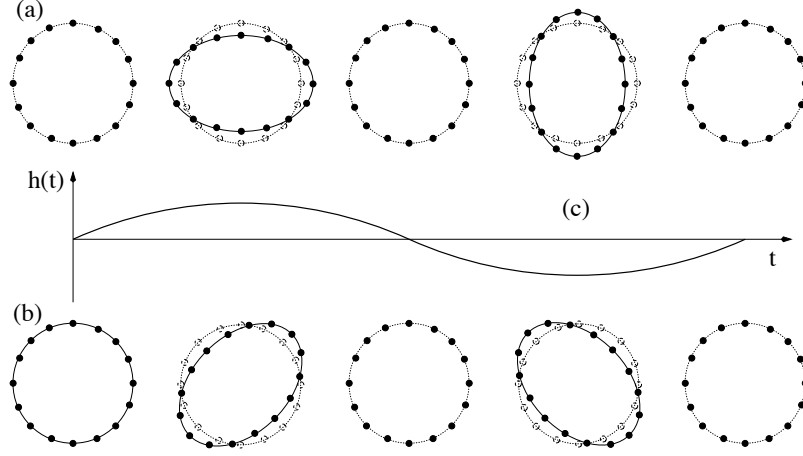


Figure 2.1: Effet du passage d'une onde gravitationnelle (pour les deux polarisations) sur des masses d'épreuve disposées en cercle

si $r \ll R$ et où $x_i^\alpha(X_i)$ sont les composantes de $r^\alpha(R)$.

Dans le cas gravitationnel, on obtient :

$$\frac{\phi}{G} = \sum \frac{m^\alpha}{R} - \sum m^\alpha x_i^\alpha \left[\frac{\partial}{\partial X_i} \left(\frac{1}{R} \right) \right] + \dots \quad (2.16)$$

Le rayonnement est proportionnel à $\frac{d^2 \phi}{dt^2}$ et le second terme du développement est responsable du rayonnement dipolaire. Dans le cas gravitationnel, ce terme contient :

$$\sum m^\alpha \frac{d^2 x_i^\alpha}{dt^2} \quad (2.17)$$

qui est égal à la somme des forces auxquelles le système est soumis, et qui s'annule donc pour un système isolé. Le rayonnement est donc quadrupolaire ($\sum m^\alpha x_i^\alpha x_j^\alpha$) à l'ordre le plus bas dans le cas gravitationnel.

2.2.1 Rayonnement d'une source quasi-newtonienne

Les ondes gravitationnelles transportent de l'énergie qui déforme l'espace-temps. L'équation $G_{\alpha\beta} = 0$ doit être modifiée en :

$$G_{\alpha\beta}^{(1)} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta} \quad (2.18)$$

avec $G_{\alpha\beta}^{(1)}$ le développement au premier ordre de $G_{\alpha\beta}$, et où $T_{\alpha\beta}$ est le tenseur Energie-Impulsion porté par les ondes. Cette équation est équivalente à un développement au second ordre de $G_{\alpha\beta} = 0$, qui s'écrit :

$$G_{\alpha\beta}^{(1)} + G_{\alpha\beta}^{(2)} = 0 \quad (2.19)$$

Au second ordre en $h_{\alpha\beta}$, on peut donc écrire avec une bonne approximation :

$$T_{\alpha\beta} \simeq -\frac{c^4}{8\pi G} G_{\alpha\beta}^{(2)} \quad (2.20)$$

2.2.2 Flux d'énergie gravitationnelle

Dans la Jauge TT, on peut calculer que pour une onde plane :

$$T_{00} = \frac{c^2}{16\pi G} \langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle \quad (2.21)$$

avec $\langle \rangle$ qui désigne une moyenne sur plusieurs cycles de l'onde. Le flux d'énergie par unité de surface et de temps peut alors s'écrire :

$$F = cT_{00} = \frac{c^3}{16\pi G} \langle \dot{h}_+^2 + \dot{h}_\times^2 \rangle = \frac{c^3}{32\pi G} \langle \dot{h}_{ij} + \dot{h}_{ij} \rangle \quad (2.22)$$

2.2.3 La formule du quadrapôle

Pour des sources quasi-Newtoniennes, où la courbure est petite et où la vitesse des particules est négligeable devant c , l'approximation linéaire de la métrique est valable. Dans ce cas, dans la jauge TT, on peut écrire les équations d'Einstein sous la forme :

$$\square h_{\alpha\beta} = \frac{16\pi G T_{\alpha\beta}}{c^4} \quad (2.23)$$

où $T_{\alpha\beta}$ est le tenseur énergie-impulsion, nul en dehors de la source. Loin de la source, à une distance r , on peut donc écrire que :

$$h_{\alpha\beta}(t) = \frac{4G}{c^4} \int T_{\alpha\beta}(t - \frac{r}{c}) \frac{dV}{r} \quad (2.24)$$

où l'intégrale est calculée sur la source. Cette solution est analogue aux solutions retardées de l'électromagnétisme d'une source distante. Soit y_μ les coordonnées d'un point de la source. Alors :

$$h_{\alpha\beta}(t) = \frac{4G}{rc^4} \int T_{\alpha\beta}(t - \frac{r}{c}) d^3y \quad (2.25)$$

si $y \ll r$. Pour une source non relativiste, on peut faire les approximations suivantes :

$$\begin{cases} T_{00} & \simeq \rho_0 c^2 + \rho_0 v^2/2 \\ T_{ij} & \simeq \rho_0 v_i v_j \end{cases} \quad (2.26)$$

avec ρ_0 la densité de masse au repos et v_j la vitesse $\ll c$. Alors $\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\int T_{00} y_i y_j d^3y) \simeq 2c^2 \int T_{ij} d^3y$, en considérant en plus que les accélérations sont petites. La perturbation h_{ij} prend alors la forme :

$$h_{ij} = \frac{2G}{rc^4} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\int \rho_0 y_i y_j d^3y \right) \quad (2.27)$$

On retrouve ici le moment quadrapolaire de la source I_{ij} :

$$I_{ij} = \int \rho_0 y_i y_j d^3y \quad (2.28)$$

Puisque le choix de la jauge TT a été fait, il faut rendre ce moment quadrapolaire de trace nulle et transverse. Pour commencer, on peut prendre le moment quadrapolaire réduit \mathcal{I} défini par :

$$\mathcal{I}_{ij} = \int T_{00} (y_i y_j - \delta_{ij} y_k^2) d^3y \quad (2.29)$$

avec $T_{00} \simeq \rho_0$. Pour obtenir une trace nulle, il “suffit” [4] de considérer :

$$I_{ij}^{TT} = P_{il}P_{jm}I_{lm} - \frac{1}{2}P_{ij}P_{lm}I_{lm} \quad (2.30)$$

où $P_{jl} = \delta_{jl} - n_j n_l$ est l’opérateur de projection d’un vecteur sur la direction transverse à un vecteur $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$ dirigé de la source vers l’observateur.

A une distance r de la source, la contribution quadrupolaire est alors :

$$h_{ij}(t) = \frac{2G}{rc^4} \ddot{I}_{ij}^{TT}(t - \frac{r}{c}) \quad (2.31)$$

C’est une équation retardée : l’amplitude au point r au temps t est déterminée par le comportement de la source à l’instant $t - \frac{r}{c}$, détail que l’on omettra dans la suite.

On en déduit que le flux F s’écrit :

$$F = \frac{G}{8\pi r^2 c^5} < \ddot{I}_{ij}^{TT} \ddot{I}_{ij}^{TT} > \quad (2.32)$$

Le flux total à travers une sphère de rayon r centrée sur la source représente la quantité d’énergie totale émise par la source par unité de temps ou **Luminosité** $L_{grav} = r^2 \int F d\Omega$:

$$L_{grav} = \frac{G}{5c^5} < \ddot{\mathcal{I}}_{ij} \ddot{\mathcal{I}}_{ij} > \quad (2.33)$$

où $\mathcal{I}_{ij} = \int (x_i x_j - \delta_{ij} x_k^2/3) \rho dV$ est le moment quadrupolaire réduit de la source. Nous allons maintenant étudier la première preuve observationnelle de l’existence des ondes gravitationnelles¹.

2.3 PSR 1913+16

Ce pulsar appartient à un système binaire situé à 5 kpc de la Terre. Les deux compagnons ont des masses proches de $1.4 M_\odot$, et leur orbite est très resserrée, à tel point que dans cette configuration, le rapport GM/rc^2 fait que les effets de relativité générale doivent être importants. On a pu recueillir trois sortes d’information relativistes sur ce pulsar : la précession de l’orbite (avance du périhélie), le décalage vers le rouge gravitationnel, et la décroissance de la période orbitale [11].

Un pulsar est une étoile à neutrons de quelques kilomètres de diamètre, reste d’une supernova. C’est une étoile en rotation rapide (de 1 ms à quelques secondes de période), mais l’axe magnétique n’est pas alignée avec son axe de rotation. Des faisceaux de radiations électromagnétiques sont alors produits le long de l’axe magnétique. Ces émissions peuvent alors être détectés sur Terre avec des radio-télescopes.

De l’observation du changement de la période d’émission du pulsar ($80 \mu s$ sur 7.75 h), on a pu déduire que le pulsar était en orbite autour d’un compagnon. L’excentricité de l’orbite, ainsi que le périhélie (ou périastre), et l’inclinaison i du plan orbital avec la ligne de visée ont pu être déterminés avec précision. D’autre part, les fluctuations de la période du pulsar par effet Doppler permettent de remonter aux masses des deux étoiles². Les paramètres du système binaire sont donc très bien déterminés.

Les paramètres déterminés par l’observation du pulsar binaire peuvent être divisés en deux groupes :

- Les paramètres Newtoniens (qui déterminent l’orbite Newtonienne) :

1. P_{orb} la période orbitale,
2. e l’excentricité de l’orbite,

¹ Il est à noter que ce n’est pas la seule [9] : la distribution des périodes orbitales des variables cataclysmiques, qui montre une remontée pour $P_{orb} \lesssim 2h$, ne peut s’expliquer que par la perte de moment cinétique due à l’émission d’ondes gravitationnelles.

² Aucune contrepartie optique ou radio du compagnon n’a été observée.

3. $x = a \sin i/c$, où a est le demi-grand axe de l'orbite, i l'angle entre le moment angulaire orbital et la ligne de visée (de la Terre vers le Pulsar),
 4. ω , la longitude du périastre,
 5. T_0 l'instant du passage au périastre ;
- Les paramètres post-Newtoniens (associés aux effets relativistes) :
 1. $\dot{\omega}$ l'avancée du périastre,
 2. γ le paramètre caractérisant le décalage vers le rouge gravitationnel,
 3. \dot{P}_{orb} , le taux de décroissance de la période orbitale.

Les valeurs de ces paramètres obtenues après 15 ans de prise de données sont d'une remarquable précision, et on a pu déterminer les masses des deux astres en orbite [10] :

$$m_p = 1.442 \pm 0.003 M_\odot \quad , \quad m_c = 1.386 \pm 0.003 M_\odot \quad (2.34)$$

avec m_p la masse du pulsar, et m_c la masse du compagnon sombre.

2.3.1 Décroissance de la période orbitale

Un système binaire soumis à la Relativité Générale émet des ondes gravitationnelles dont on peut calculer la luminosité [12] :

$$\mathcal{L} = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{(m_p m_c)^2 (m_p + m_c)}{a^5} f(e) \quad (2.35)$$

avec $f(e)$ une fonction de l'excentricité de l'orbite, et a son demi-grand axe. Le système binaire perd de l'énergie et du moment angulaire par émission d'ondes gravitationnelles, le pulsar est donc en mouvement spiralant vers son compagnon, et les deux étoiles se rencontreront dans 3.5×10^8 ans. La prédiction de la Relativité Générale de la décroissance de la période orbitale peut être calculée en utilisant les mesures de masses (2.34) et l'on trouve [11] :

$$\dot{P}_{orb}^{th} = -\frac{192}{\pi} \left[\frac{2\pi G}{c^3 P_{orb}} \right]^{5/3} \frac{m_p m_c}{(m_p + m_c)^{1/3}} f(e) \quad (2.36)$$

$$= (-2.40216 \pm 0.00021) \times 10^{-12} \text{ s.s}^{-1} \quad (2.37)$$

L'observation donne $\dot{P}_{orb}^{obs} = -2.425(10) \times 10^{-12} \text{ s.s}^{-1}$ soit un accord à mieux que 0.5 % [13] (voir la figure 2.2).

Cet observation offre donc une confirmation supplémentaire pour la Relativité Générale, et, de plus la preuve, bien qu'indirecte, de l'existence des ondes gravitationnelles.

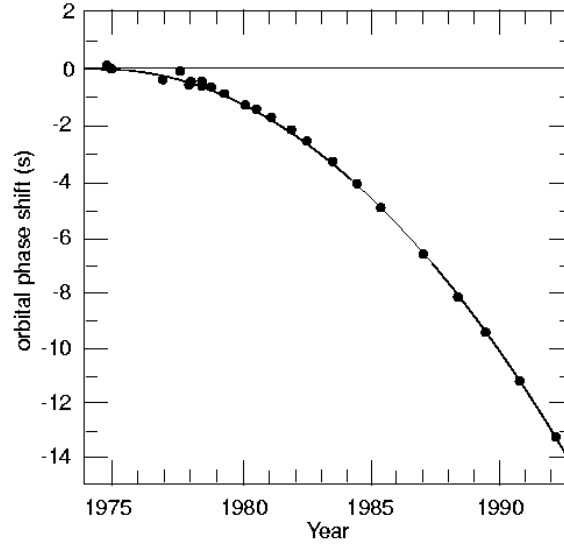


Figure 2.2: Décroissance de la période orbitale $P_{orb} \simeq 7.75h$ du système binaire PSR 1913+16 mesurée par le décalage des instants de passage au périastre par rapport à une orbite de période constante. La courbe superposée est la prédiction pour des pertes par émission d'ondes gravitationnelles, calculée avec $\Delta(t) = (\dot{P}_{orb}/2P_{orb})t^2$, où \dot{P}_{orb} est donnée par la Relativité Générale.

2.4 Une expérience de Hertz pour la gravitation?

Dans le cadre de l'approximation newtonienne, l'amplitude d'une onde gravitationnelle émise par un objet en mouvement est donnée par (2.31). Pour un système de deux masses m_1 et m_2 distantes de r , en rotation autour de leur centre de masse, dans le plan (Oxy), la masse réduite est $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ et pour une pulsation de rotation ω , on peut vérifier en calculant le moment quadrupolaire que les ondes gravitationnelles émises sont données par :

$$\begin{cases} h_+ &= \frac{1}{2}(1 + \cos^2 i) h_0 \cos(2\omega t) \\ h_\times &= \cos i h_0 \sin(2\omega t) \end{cases} \quad (2.38)$$

avec i l'angle entre l'axe de rotation du système et l'axe de visée, et avec $h_0 = \frac{4G}{Rc^4} \mu r^2 \omega^2$. On voit donc qu'avec des valeurs atteignables en laboratoire, *e.g.* $m = 1$ kg, $r = 1$ m, $R = 1$ m, et une pulsation de l'ordre de 1 rad/s, l'amplitude des ondes émises est :

$$h_0 \simeq 10^{-45} \quad (2.39)$$

On voit donc qu'une expérience de Hertz, du type émission-détection en laboratoire d'ondes gravitationnelles est impossible, puisque même en augmentant considérablement les masses et vitesses de rotation mises en jeu, le seuil de détection (qui est, comme on le verra dans la suite, de l'ordre de 10^{-21}) est encore bien loin.

2.5 Les sources potentielles

En approximant le moment quadrupolaire par $I \simeq aMR^2$, où a est un facteur d'asymétrie, M la masse de la source, R sa dimension, et ω sa pulsation, on peut écrire la puissance rayonnée sous la forme :

$$P \simeq \frac{G}{c^5} a^2 M^2 \omega^6 d^4 \quad (2.40)$$

Il est ensuite possible [1] de transformer le rapport G/c^5 (qui est faible) en c^5/G ($\simeq 4 \times 10^{52}$ W). En écrivant $R_S = \frac{2GM}{c^2}$ le rayon de Schwarzschild de la source et $\omega \sim v/d \sim v/c \times c/d$ (v une vitesse typique de la source), on obtient :

$$P \simeq \frac{c^5}{G} a^2 \left(\frac{R_S}{d} \right)^2 \left(\frac{v}{c} \right)^6 \quad (2.41)$$

Une forte puissance rayonnée gravitationnelle est donc assurée si $d \sim$ quelques R_S (objets compacts) et $v \sim c$ (vitesses relativistes). Des objets tels que des étoiles à neutrons (rayon R_S) ou des trous noirs seront donc des candidats intéressants, ainsi que tout objet fortement asymétrique. Il est à noter cependant qu'en dépit de la puissance rayonnée qui peut être très forte, les amplitudes des ondes gravitationnelles sont toujours très petites ; heureusement, la section suivante le décrira, les détecteurs d'ondes gravitationnelles actuels ne sont sensibles qu'à l'amplitude des ondes, et non, comme dans le cas électromagnétique, à la puissance rayonnée.

Les sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles peuvent être divisées en trois groupes, en fonction du type de signaux qu'elles produisent. Les signaux **impulsifs** peuvent durer plusieurs millisecondes, et pour les sources astrophysiques, sont le plus souvent associés à des événements catastrophiques : effondrement gravitationnel, phase finale d'une coalescence de deux étoiles à neutrons ou de deux trous noirs, absorption d'une étoile par un trou noir massif... Les signaux **continus** peuvent avoir des durées de l'ordre du jour (voire plus). Leurs sources émettent un rayonnement continu et comprennent des étoiles à neutrons en rotation et des systèmes binaires. Les amplitudes, formes et durées des signaux que nous décrivons dans la suite sont bien sûr plus ou moins spéculatifs. Le dernier groupe contient le fond **stochastique**, superposition de l'ensemble des sources périodiques de la Galaxie, ainsi que le rayonnement gravitationnel émis par l'Univers primordial. Ceci sera abordé dans les chapitres suivants, mais avant cela, voyons une des techniques qui a été envisagée pour la détection des ondes de gravitation, les barres résonnantes. L'autre technique, la détection interférométrique, sera exposée dans le détail dans le chapitre I.5, et en particulier l'expérience VIRGO (chapitre I.6).

2.6 Comment détecter une onde de gravitation ?

La détection directe d'ondes gravitationnelles requiert la mesure de déplacements relatifs et leur changement au cours du temps. Il semble possible de construire en laboratoire de tels instruments directement sensibles aux variations de la métrique. Le premier est un résonnateur mécanique dans lequel une onde gravitationnelle dépose une partie de son énergie. La mesure de l'amplitude de vibration excitée par l'onde permet d'en déduire la perturbation h . Le deuxième appareil fait une mesure différentielle de longueur dans deux axes orthogonaux : un interféromètre de Michelson permet alors des mesures précises de h . Cette technique sera exposée en détails dans le chapitre I.5.

Les barres résonnantes

Ce type d'appareil fut inventé en 1960 par Joseph Weber et fut ensuite amélioré par lui et beaucoup d'autres [14]. Il consiste en une barre massive isolée sismiquement qui possède une fréquence naturelle de vibration acoustique longitudinale ν_0 (voir figure 2.3). Une perturbation impulsive de la métrique (une onde gravitationnelle) d'amplitude h de fréquence et de polarisation adaptées à la barre excitera celle-ci et provoquera des oscillations, qui dureront longtemps après que la perturbation soit passée. Ces oscillations amorties pourront être détectées par des transducteurs connectés mécaniquement à la barre.

La fréquence fondamentale ν_0 pour une onde stationnaire longitudinale dans une barre de longueur l peut s'écrire $\nu_0 = \frac{v_s}{2l}$ avec v_s la vitesse du son dans le matériau de la barre. Pour un alliage d'aluminium à basse température, la vitesse du son est de l'ordre de quelques 10^3 m.s⁻¹. Détecter un signal impulsif à une fréquence de l'ordre de 1 kHz (supernova de type II) nécessitera donc une barre de longueur de l'ordre du mètre. L'énergie déposée par une onde gravitationnelle dans une barre de masse M et de longueur l peut s'écrire $E_g \simeq M v^2 / 2$ où v , la vitesse moyenne à l'intérieur de la barre pour une onde d'amplitude h et de fréquence angulaire ω , s'écrit $v = \omega h l$. Alors :

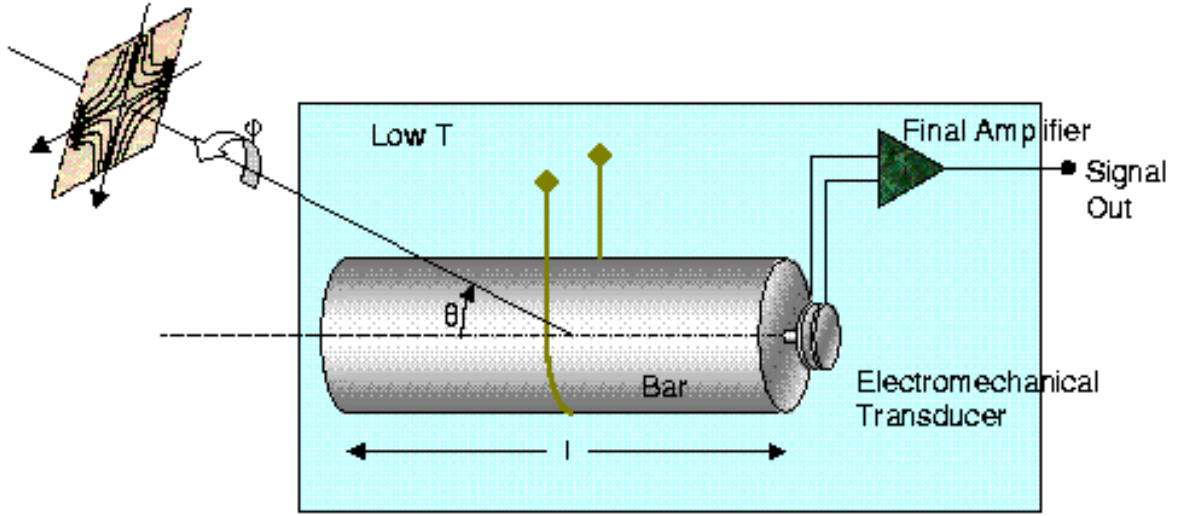


Figure 2.3: Vue schématique de l'arrivée d'une onde gravitationnelle de polarisation Φ sur une barre résonnante. La barre, refroidie et isolée sismiquement, est excitée mécaniquement par l'onde gravitationnelle. L'excitation est enregistrée par un transducteur.

$$E_g \simeq M\omega^2 h^2 l^2 / 2 \quad (2.42)$$

Pour une supernova galactique de type II, on peut prendre $h \simeq 10^{-20}$, et l'énergie déposée dans une barre d'une masse de 2 T et de 3 m de longueur serait $E_g \simeq 10^{-29} J$. Pour un mode d'oscillation à une température de quelques kelvins, l'énergie thermique est de l'ordre de $E_t \simeq kT \simeq 10^{-23} J$ pour $T = 4$ K.

Le bruit thermique domine donc en ce qui concerne les barres résonnantes. Mais il faut aussi tenir compte du fait que beaucoup de matériaux sont de bons résonateurs. Pour ceux-ci, le couplage entre les différents modes de vibrations internes est généralement faible de telle manière que les oscillations pourront durer pendant un temps assez long. De plus, l'énergie thermique de tous ces modes variera sur les mêmes échelles de temps, donc lentement. Une mesure rapide de ces oscillations serait donc uniquement sensible aux fluctuations de l'énergie thermique E_t sur l'intervalle de temps de mesure. La qualité d'un résonateur est en général quantifiée par la donnée du facteur de qualité $Q = \omega_0 / 2\gamma$, où ω_0 est la fréquence naturelle de résonance, et γ est la constante de temps pour l'amortissement des oscillations d'amplitude $A(t) = A(0) \times e^{-\gamma t} \cos \omega t$. Un alliage d'aluminium peut avoir un facteur $Q \simeq 10^7$, de telle manière qu'à 1 kHz, la constante γ vaut environ $3 \times 10^{-4} s^{-1}$. Une mesure durant 1 seconde subira donc des fluctuations thermiques de l'ordre de $E_t \gamma \simeq 10^{-27} J$. Cette réduction du bruit thermique rend donc réaliste la possibilité de détecter des ondes gravitationnelles à l'aide d'une barre massive convenablement refroidie.

Trois barres fonctionnent ou ont fonctionné depuis 1991, sans succès jusqu'à présent : EXPLORER au CERN (Université de Rome), ALLEGRO en Louisiane et NIOBE en Australie. Ces trois barres sont refroidies à $\sim 2-4$ K, et ont une sensibilité $\dot{h} \sim 10^{-19} Hz^{-1/2}$. Deux autres barres cryogéniques ($T \sim 0.1$ K) NAUTILUS et AURIGA en Italie viennent d'entrer dans la phase préliminaire de prise de données [15]. Leur sensibilité est de l'ordre de $\dot{h} \sim 10^{-22} Hz^{-1/2}$ autour de leur fréquence de résonance (dans une bande de fréquence de l'ordre de 1 Hz), correspondant à $h_{min} \simeq 5 \times 10^{-19}$. Des projets de réseaux de barres disposant de fréquences de résonance sont en cours d'élaboration, élaborant ainsi une sorte de "xylophone" sensible à des ondes gravitationnelles de fréquences différentes [16].

SOURCES ASTROPHYSIQUES

Chapitre 3

Les sources continues

Contenu du chapitre

3.1	Coalescences de systèmes binaires	34
3.1.1	Coalescence de deux trous noirs	35
3.2	Étoiles à neutrons	35
3.2.1	Pulsars	36
3.2.2	Instabilités en barre	37
3.2.3	r-modes	38
3.2.4	Oscillation d'étoiles à neutrons	39
3.2.5	Conclusions	40
3.3	Fond de rayonnement gravitationnel	40
3.3.1	Caractérisation du fond de rayonnement	41
3.3.2	Limites observationnelles sur $h_0^2 \Omega_{og}(f)$	41
3.3.3	Prédictions théoriques	42



DARMI LES SOURCES ASTROPHYSIQUES les mieux connues actuellement, on trouve les systèmes d'objets compacts, composés d'étoiles à neutrons ou de trous noirs : la dynamique du système est simple, les amplitudes attendues se trouvent dans la bande de détection des interféromètres kilométriques en construction, et les pulsars binaires tels que PSR 1913+16 et PSR 1534+12 [34] semblent confirmer les modèles théoriques. Nous allons présenter ici quelques aspects de ces sources. Les autres types de sources de **signaux continus** (par opposition à **transitoires**) seront exposés plus en détails : signaux provenant d'oscillations ou d'excitations d'étoiles à neutrons, ou fond stochastique gravitationnel, d'origine cosmologique.

3.1 Coalescences de systèmes binaires

Un système binaire tel que PSR 1913+16 perd de l'énergie et du moment cinétique par émission d'ondes gravitationnelles. Cette émission s'explique très bien par la formule du quadrupôle, puisque ce système de deux objets en orbite autour de leur centre de masse possède un moment quadrupolaire variable. Cette perte d'énergie et de moment angulaire conduit à la circularisation de l'orbite et surtout à la décroissance de son rayon. On obtient alors un **mouvement en spirale** des deux objets qui se rapprochent du centre de masse. Cette phase est de durée inférieure à $t = H^{-1}$ (le temps de Hubble), la détection d'un tel phénomène avec VIRGO est donc possible. Puis, lorsque la séparation des deux astres compacts atteint une valeur critique, les effets de courbure entraînent le "plongeon" des deux objets l'un vers l'autre : c'est la **dernière orbite stable**.

Dans l'approximation Newtonienne, les objets sont traités comme des masses ponctuelles, et le rayonnement tire son origine des oscillations du moment quadrupolaire. La forme d'onde résultante est appelée un *chirp*, une oscillation d'amplitude croissante et dont la fréquence augmente progressivement (voir figure 3.1). L'observation d'un tel signal permettrait de déterminer d'importantes caractéristiques de la source :

- la mesure de l'amplitude relative des deux polarisations permet de remonter à l'inclinaison i de l'orbite par rapport à la ligne de visée selon la formule :

$$\frac{h_{\times}}{h_{+}} = \frac{2 \cos i}{1 + \cos^2 i} \quad (3.1)$$

- la mesure de l'évolution de la fréquence détermine la masse *chirp* :

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = M \left(\frac{\mu}{M} \right)^{3/5} \quad (3.2)$$

avec m_1, m_2, μ, M les masses des deux objets, les masses réduite et totale du système.

- la forme d'onde permet en outre de déterminer l'ellipticité de l'orbite.

Dans le cas d'une orbite circulaire, l'évolution de la fréquence avec le temps est donnée par l'équation (à l'ordre le plus bas) :

$$f(t) = \left(f_0^{-8/3} - \pi^{8/3} \frac{256}{5} \frac{G^{5/3}}{c^5} \mathcal{M}^{5/3} t \right)^{-3/8} \quad (3.3)$$

avec $f_0 = f(t = 0)$. Le temps de coalescence est :

$$\tau_c = \frac{5}{256} \frac{c^5}{G^{5/3}} \mathcal{M}^{-5/3} (\pi f_0)^{-8/3} \simeq 3.0 \left[\frac{f_0}{100 \text{ Hz}} \right] \left[\frac{\mathcal{M}}{M_{\odot}} \right]^{-5/3} \quad (3.4)$$

et représente l'intervalle de temps entre l'instant $t = 0$ (entrée du signal dans la bande de détection de VIRGO par exemple : $f_0 \simeq$ quelques Hz) et l'instant de la dernière orbite stable. Les amplitudes des deux états de polarisation peuvent être écrites sous la forme [39] :

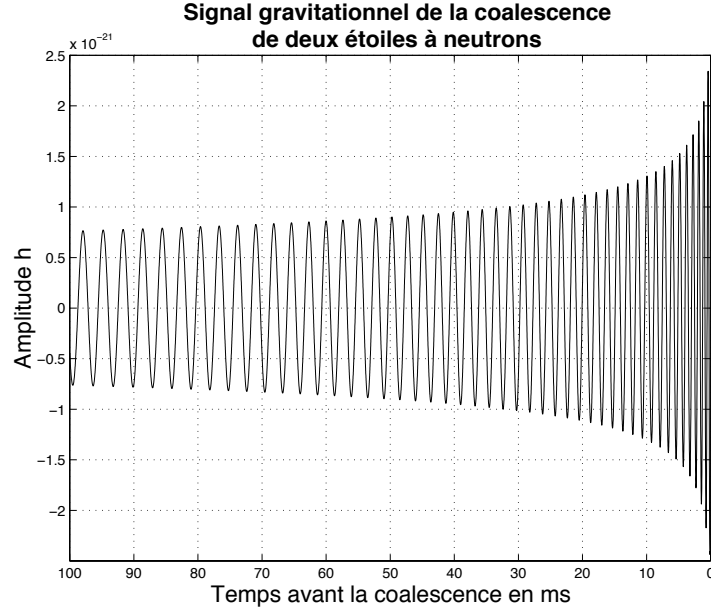


Figure 3.1: Amplitude d'une onde gravitationnelle émise pendant la phase du mouvement en spirale de la coalescence d'un système d'objets compacts: 2 étoiles à neutrons de $1.4 M_{\odot}$ situées à 10 Mpc.

$$\begin{cases} h_+(r, \theta, t) = 6.0 \times 10^{-21} (1 + \cos^2 \theta) \left[\frac{\mathcal{M}}{M_{\odot}} \right]^{-5/3} \left[\frac{1 \text{ Mpc}}{r} \right] \left[\frac{f(t)}{1 \text{ kHz}} \right]^{2/3} \cos(2\pi f t) \\ h_{\times}(r, \theta, t) = \pm 1.2 \times 10^{-20} \cos \theta \left[\frac{\mathcal{M}}{M_{\odot}} \right]^{-5/3} \left[\frac{1 \text{ Mpc}}{r} \right] \left[\frac{f(t)}{1 \text{ kHz}} \right]^{2/3} \sin(2\pi f t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Ces formules représentent l'émission gravitationnelle à l'ordre Newtonien. Lorsque les effets relativistes sont importants, il faut prendre en compte l'approximation post-newtonienne.

Lorsque la phase quasi-circulaire prend fin, le plongeon s'amorce et l'évolution dépend alors de la nature des astres considérés (trou noir ou étoile à neutrons) ainsi que l'équation d'état dans le cas d'une étoile à neutrons. À la fin de ce processus, deux phénomènes peuvent se produire :

- la coalescence des deux objets conduisant à la formation éventuelle d'un trou noir,
- la destruction de l'une des étoiles à neutrons par les forces de marées, et la formation d'un disque d'accrétion autour de l'astre le plus massif.

L'études de ces phénomènes requiert des calculs hydrodynamiques complexes menés dans le cadre de la Relativité Générales qui ne seront pas exposés ici.

3.1.1 Coalescence de deux trous noirs

Les modèles d'évolution stellaire prédisent la formation de systèmes doubles étoile à neutrons - trou noir et trou noir - trou noir. Le taux d'occurrence est bien sûr beaucoup plus incertain que dans le cas de deux étoiles à neutrons, mais d'un autre côté le signal attendu est beaucoup plus fort. On trouvera dans la table 3.1 un résumé des taux d'occurrence attendus [17, 21, 22, 38, 23] pour toutes les configurations dont nous venons de parler, ainsi que pour les phases succédant à la dernière orbite stable (plongeon, fusion et oscillation du nouvel objet formé).

3.2 Étoiles à neutrons

Notre galaxie posséderait au moins quelques 10^8 étoiles à neutrons en rotation, qui se formerait à un taux de l'ordre de une tous les 30 ans. Certaines de ces étoiles à neutrons appartiennent à des systèmes binaires. Il existe plusieurs modes de rayonnement d'ondes gravitationnelles pour un tel objet :

Source	Taux (/Mpc ³ /an)	D_{eff} (Mpc)	Nombre (/an)
Phase en spirale			
NS - NS	$3.10^{-9} - 10^{-6}$	~ 200 (20)	$0.15 - 50$ ($10^{-4} - 10^{-2}$)
NS - BH	$6.10^{-9} - 10^{-6}$	$\sim 300 - 500$ (25 - 40)	$0.6 - 400$ ($3.10^{-4} - 0.3$)
BH - BH	0.510^{-8}	$\sim 500 - 1500$ (50 - 100)	$0 - 400$ (0 - 0.2)
Fusion et <i>ringdown</i>			
Progéniteur stellaire	0.510^{-8}	$70 - 1800$ (10 - 200)	$0 - 400$ (0 - 1.2)
Autre	?	$\leq 10\,000$ (≤ 700)	?

Tableau 3.1: Taux d'occurrence de formation et de coalescence de systèmes binaires dans l'Univers (Étoile à neutrons - Étoile à neutrons, Étoile à neutrons - Trou noir, et Trou noir - Trou noir) et distance de détection attendue (D_{eff}) pour LIGO II. La distance de détection attendue pour VIRGO ou LIGO I est donnée entre parenthèses.

- Pour une rotation moyenne (de quelques Hz à environ 500 Hz), l'étoile commence à s'aplatir aux pôles. Le champ magnétique peut provoquer la rotation autour d'un axe différent de son axe de symétrie, d'où un moment quadrupolaire variable.
- Des inhomogénéités de densité peuvent intervenir durant la formation de l'étoile ou lors de mouvements convectifs instables du noyau.
- La présence d'un disque d'accrétion, avec un moment angulaire désaligné par rapport à l'axe de l'étoile affecte la symétrie axiale.
- Les modes normaux d'oscillation de l'étoile (radiaux ou non) peuvent extraire de l'énergie rotationnelle sous forme gravitationnelle.
- Des instabilités dans le fluide relativiste de l'étoile peuvent se traduire sous forme d'émission gravitationnelle.

3.2.1 Pulsars

Des étoiles à neutrons en rotation possèdent un moment quadrupolaire variable dans le temps, et émettent donc des ondes gravitationnelles, soit à travers une configuration triaxiale, soit à travers un désalignement de leur axe de symétrie par rapport à leur axe de rotation, qui produit une précession dans le mouvement de l'étoile. Dans le premier cas, la fréquence de l'onde gravitationnelle émise est égale au double de sa fréquence de rotation, tandis que dans le second cas, deux modes sont possibles : $f = f_{\Omega}, 2f_{\Omega} \pm f_{\text{precession}} \simeq 2f_{\Omega}$ (f_{Ω} fréquence de rotation). C'est le premier mode qui domine pour de petits angles d'oscillation, alors que c'est le deuxième pour des désalignements importants.

Dans le cas d'une étoile en rotation de configuration triaxiale, l'amplitude gravitationnelle peut s'écrire pour les deux polarisations [32, 33] :

$$\begin{cases} h_+(t) &= 2H(1 + \cos^2 i) \cos(2\Omega t) \\ h_{\times} &= 4H \cos i \sin(2\Omega t) \end{cases} \quad (3.6)$$

où i est l'angle entre l'axe de rotation et le vecteur de propagation de l'onde (axe de visée). Ω est la vitesse angulaire de rotation, et l'amplitude H est donnée par :

$$H = \frac{G}{rc^4} \epsilon I_{zz} \Omega^2 \quad (3.7)$$

pour une source à une distance r , avec l'**ellipticité** définie par :

$$\epsilon = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \quad (3.8)$$

I_{ij} sont les moments d'inertie principaux de l'étoile. La détection des deux modes de polarisation d'un pulsar radio donnerait une mesure de l'angle i et une estimation de l'ellipticité, si la distance peut être connue par ailleurs (dispersion du signal radio à travers le plasma interstellaire par exemple). Des limites supérieures de la valeur de ϵ ont pu être obtenues en supposant que le ralentissement observé des pulsars est essentiellement provoquée par l'émission d'ondes gravitationnelles. Pour des pulsars classiques, on obtient alors $\epsilon \lesssim 10^{-3}$, tandis que les pulsars "millisecondes" paraissent avoir des déformations équatoriales inférieures à 10^{-8} . Si on considère un temps d'observation de l'ordre de 10^7 s, quelques détections devraient être possibles pour VIRGO si $\epsilon \simeq 10^{-6}$ [21].

Des contraintes anisotropes provoquées par des champs magnétiques forts peuvent être capables de déformer une étoile à neutrons, ainsi que des rotations de l'axe de symétrie durant la phase initiale de refroidissement et de solidification de la croûte de l'étoile [125, 127, 129]. Une étoile à neutrons en phase d'accrétion peut ainsi développer des variations de température qui violent la symétrie axiale, ce qui produirait un moment quadrupolaire non négligeable. On peut estimer l'ellipticité par [21] :

$$\epsilon_B \simeq 4 \times 10^{-8} g \left(\frac{B}{10^{14} \text{ Gauss}} \right)^2 \quad (3.9)$$

où g est un facteur dépendant de la structure de l'étoile (équation d'état). Typiquement $g \sim 14$, ce qui donne un champ magnétique de l'ordre de $1.3 \times 10^{14} G$ pour obtenir $\epsilon \sim 10^{-6}$. On estime à 23 % de la population totale le nombre de pulsars dans la Galaxie possédant un champ B d'amplitude supérieure à cette valeur.

3.2.2 Instabilités en barre

Des fluides incompressibles en rotation, soumis à leur propre gravité sont sujets à des instabilités non axisymétriques quand le rapport $\beta = T/|W|$ de l'énergie de rotation T et de l'énergie gravitationnelle W est assez grand. Ces instabilités correspondent à des modes non radiaux toroidaux de fonctions propres $e^{\pm im\phi}$, où $m = 2$ est le mode "barre" (ϕ un angle) : le mode à la croissance la plus rapide lorsque la rotation est importante. Des étoiles newtoniennes (où la Relativité Générale n'intervient pas de manière significative [119]) incompressibles en présence d'un mécanisme de dissipation (viscosité ou réaction au rayonnement gravitationnel ¹) deviennent instables de manière **séculaire** par rapport à la formation d'une barre lorsque $\beta \geq 0.14$ [114, 115, 116]. Dans ce cas, la croissance de l'instabilité est essentiellement déterminée par les échelles de temps dissipatives les plus courtes. D'un autre côté, quand $\beta \geq 0.27$, l'étoile devient **dynamiquement** instable, et la croissance de l'instabilité dépend essentiellement de l'échelle de temps hydrodynamique du système. Ces limites d'instabilité ne sont pas rigoureusement établies pour des étoiles relativistes, et d'autres simulations sont nécessaires.

Des simulations numériques ont justement montré que la formation de la barre dans des étoiles dynamiquement instables est accompagnée d'une perte de masse et de moment angulaire [84, 126], et la matière éjectée forme alors des bras spiraux dans le plan équatorial. Le temps de vie d'une telle configuration est incertaine. En fait, la perte de moment angulaire provoquée par l'éjection de masse et l'émission d'ondes gravitationnelles réduit β en dessous de la valeur critique pour les instabilités dynamiques, tout en restant critique pour les instabilités séculaires.

Pour la phase d'instabilité dynamique ($\beta \geq 0.27$), les amplitudes d'ondes gravitationnelles émises sont de l'ordre de $h_c \simeq 3 \times 10^{-22}$ pour une source à 20 Mpc. Néanmoins, la fréquence caractéristique varie d'un auteur à l'autre, avec des valeurs entre 490 Hz [105] et 4 kHz [84]. Pour la partie à basse fréquence, on obtient un rapport signal-sur-bruit de l'ordre de 2 pour une source à 20 Mpc. Cette valeur est divisée par 10 à plus haute fréquence (2 - 3 kHz).

Beaucoup de simulations suggèrent qu'après la phase d'instabilité dynamique (si initialement $\beta \simeq 0.27$), l'étoile retrouve une configuration axisymétrique mais avec β toujours au-dessus du seuil d'instabilité séculaire [119, 120, 122, 124]. Dans ce cas, le système évolue hors de la symétrie axiale, en un temps déterminé par la réaction au rayonnement gravitationnel, soit de l'ordre de quelques secondes pour $\beta \in [0.2, 0.25]$. La configuration exacte de l'étoile dépend alors de l'influence de la viscosité.

¹ L'émission d'ondes gravitationnelles provoque une perte d'énergie dans la source qui peut être écrite $\langle \frac{dE}{dt} \rangle = -\frac{G}{8\pi c^5} \langle \ddot{I}_{ij} \ddot{I}^{-ij} \rangle$.

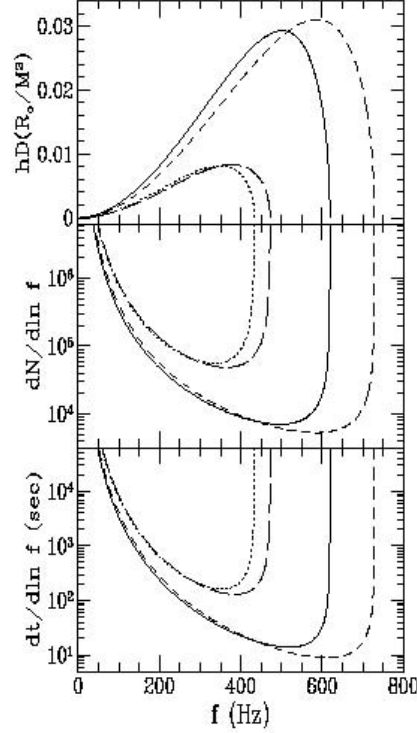


Figure 3.2: Caractéristiques de l'émission gravitationnelle pour une étoile à neutrons qui présente des instabilités séculaires : amplitude en fonction de la fréquence, nombre de cycles pour une fréquence f , et temps caractéristique de l'évolution [88].

Durant la transition vers une configuration triaxiale [126, 130, 131], la fréquence de l'onde gravitationnelle émise est une fonction croissante de la vitesse angulaire de l'étoile, et elle est donc maximale au début de la transition ($\nu_{max} \simeq 800$ Hz), puis elle décroît de façon monotone. L'émission d'ondes gravitationnelles emportant une partie du moment angulaire, la configuration finale est un ellipsoïde triaxial sans rotation, qui n'émet plus d'ondes gravitationnelles. L'amplitude de l'onde augmente donc, atteint un maximum (vers 500 Hz), puis décroît à nouveau vers zéro. L'énergie totale émise sous forme d'ondes gravitationnelles est ainsi de l'ordre de $4 \times 10^{-3} Mc^2$ durant la transition. C'est beaucoup plus que ce qui est attendu (voir chapitre suivant) pour un effondrement en supernova ($\simeq 10^{-8} Mc^2$). Le rapport signal-sur-bruit pour un tel signal serait de l'ordre de 8 et 6 pour une source à 10 Mpc, pour VIRGO et LIGO. La figure 3.2 montre les caractéristiques de l'émission gravitationnelle due à des instabilités séculaires.

3.2.3 r-modes

Ce mode de rotation appartient à une classe d'instabilités induites par la réaction au rayonnement gravitationnel excité par le mécanisme CFS (Chandrasekhar-Friedman-Schutz) [82, 83]. Si le champ de vitesse pour le mode en question va de l'intérieur vers l'extérieur (vu par un observateur lointain), mais donc dans le sens contraire vu de l'étoile, alors quand la perturbation diminue le moment angulaire de l'étoile (sous forme de rayonnement), le système peut trouver un état de plus basse énergie et moment angulaire. Ces oscillations de fluide à grande échelle sont similaires aux ondes de Rossby, et dans les deux cas, la force de rappel est la force de Coriolis [112].

Dans les dix premières secondes de la formation de l'étoile à neutrons, la température est très grande ($T \simeq 10^{10}$ °K) et les instabilités en barre commencent à se développer. Si la température est encore plus grande, la viscosité de volume peut supprimer le mécanisme CFS, tandis que la viscosité de cisaillement joue un rôle stabilisateur pour des températures inférieures à 10^7 °K. Il y a donc un intervalle bien défini pendant lequel l'étoile peut devenir instable [121]. L'étoile à neutrons se refroidit ensuite par émission de neutrinos et décélère par émission d'ondes gravitationnelles, avant de se stabiliser avec une période de rotation autour de 15-25 ms. Selon ce scénario, aucun pulsar plus rapide que cette limite ne devrait être observé. Cependant, les estimations dépendent

aussi fortement du rôle de la croûte de l'étoile ainsi que de son champ magnétique.

Ces modes de rotation sont caractérisés par des fréquences qu'on peut exprimer sous la forme [117]:

$$\omega_r = \frac{(m-1)(m+2)}{(m+1)}\Omega \quad m \geq 2 \quad (3.10)$$

avec Ω la fréquence de rotation de l'étoile. Pour $m = 2$, cette fréquence est $4/3\Omega$. De plus, cette émission est directement connectée à des multipôles de courants et non plus à des quadrupôles de masse.

L'amplitude des modes de rotation est faible initialement, mais elle augmente sur un temps de l'ordre de 100 s, jusqu'à ce qu'un régime non-linéaire soit atteint, et que des effets de saturation apparaissent. Cette phase de saturation est celle qui est la mieux détectable, et dure de l'ordre de $10^4 - 10^5$ s pour une étoile possédant une croûte (deux ordres de grandeur de plus si l'étoile est fluide). L'amplitude gravitationnelle attendue pendant la phase de saturation est [106]:

$$h(t) \simeq 10^{-24} \alpha \frac{20 Mpc}{r} \quad (3.11)$$

pour une étoile à neutrons de $1.4 M_\odot$, avec α l'amplitude radiale du mode (sans dimension). Dans ce cas-là, avec une amplitude caractéristique donnée par

$$h_c = h(t) [\nu(t) \frac{dt}{d\nu}]^{1/2}, \quad (3.12)$$

on peut calculer la valeur du SNR qui de l'ordre de 2.2α pour une source située à 20 Mpc, prenant en compte le bruit de VIRGO[123]. Si l'amplitude du mode de rotation est proche de l'unité lors de la phase de saturation, les étoiles à neutrons en rotation rapide pourraient être des sources potentielles intéressantes pour VIRGO et LIGO.

3.2.4 Oscillation d'étoiles à neutrons

Les étoiles à neutrons possèdent un grand nombre de modes de pulsations. Des modes d'oscillations non radiaux tels que les modes g (gravité), p (pression), s (*shear*), t (toroidal), et i (interface) n'ont pas une grande contribution quant à l'émission d'ondes gravitationnelles. Les modes fondamentaux (f) atteignent un maximum à la surface de l'étoile, avec des fréquences entre 1.5 et 4 kHz, et des temps d'amortissement de l'ordre de la dizaine de secondes.

La pression est la force de rappel dans le cas des modes p et les fréquences caractéristiques dépendent du temps de traversée de l'étoile par les ondes acoustiques. Ces fréquences sont supérieures à 5 kHz (et le temps d'amortissement est supérieur à celui des modes f). Les modes g, restaurés par la gravité, ont des fréquences de l'ordre de quelques centaines de Hz. L'interaction de ces différents modes est complexe et dépend de la composition exacte de l'étoile. Les modes f, p et g sont des modes polaires tandis que les autres modes sont des modes axiaux.

En plus de ces modes "newtoniens", il existe une classe de modes uniquement associés aux perturbations de l'espace-temps lui-même: les modes w (pour *wave*). Ils interviennent lorsque les ondes gravitationnelles sont piégées par la courbure de la métrique engendrée par les densités de masses. Ils ne dépendent pas des perturbations du fluide: ce sont donc des modes aussi bien axiaux que polaires. Leurs fréquences sont supérieures à 7 kHz, et sont amorties en moins de 1 ms [21, 112, 153].

Ces modes peuvent être excités par des contraintes sur la croûte par la présence d'un champ magnétique fort et/ou par la rotation, qui vont induire une activité tectonique capable d'exciter ces modes (amortis par l'émission d'ondes gravitationnelles). Un autre mécanisme possible est l'occurrence d'une transition de phase à l'intérieur de l'étoile, produit par un "adoucissement" de l'équation d'état. Plusieurs arguments sont en faveur d'une équation d'état "dure".

Tout d'abord, les QPO (Quasi-Periodic Oscillations) à haute fréquence (kHz), dans le domaine X, originaire du disque d'accrétion autour d'étoiles à neutrons associées à des binaires de faible masses (Binaires X à faibles masses). Ces oscillations (de 300 à 1300 Hz) suggèrent la présence dans

le système binaire d'étoiles à neutrons massives, qui ne peuvent s'expliquer que par une équation d'état dure ($\Gamma \sim 4/3$) [107].

La masse d'une étoile à neutrons typique se situe autour de $1.4M_{\odot}$. Des équations d'état dures ou modérément dures suggèrent des densités centrales de l'ordre de 4 à 5 fois la densité de saturation nucléaire, qui sont donc inférieures à la densité critique pour la formation d'un condensat de kaons (autour de 6-7 fois cette densité). L'apparition d'un tel condensat "adoucit" l'équation d'état, et peut réduire la masse maximum de stabilité d'une étoile à neutrons, et donc déstabiliser l'étoile [109, 110].

D'autre part, si l'étoile accrète de la matière, la densité centrale augmente en menant finalement l'étoile à une situation métastable ; ainsi, de la matière formée de quark peut apparaître dans le coeur de l'étoile [109, 110, 111]. La densité d'énergie de matière formée de quark étant plus grande que la matière formée de hadrons, l'étoile doit se contracter en un temps court pour extraire de l'énergie gravitationnelle (qui fournira la chaleur latente de la transition de phase). Si une partie de cette énergie est convertie en modes f quadrupolaires, l'émission gravitationnelle aura une fréquence caractéristique de l'ordre de 2 kHz, pour un temps caractéristique de quelques centaines de millisecondes [108].

3.2.5 Conclusions

La classification/distinction des sources astrophysiques suivant la durée d'émission de leurs signaux est donc difficile, puisqu'on vient de voir qu'une même source, l'étoile à neutrons, peut être à l'origine de signaux aussi bien quasi-périodiques ou continus, ou en tout cas de durées supérieures à la seconde, que de signaux impulsionnels de durées de la dizaine de millisecondes. La même remarque peut être faite en ce qui concerne les systèmes doubles d'objets compacts, où la phase en spirale peut durer quelques minutes, tandis que les phases de plongeon et de fusion ne dureraient que quelques secondes ou millisecondes. Il conviendrait donc de classer les signaux plutôt que les sources, et ce en fonction des techniques d'analyse des données qui seront employées pour les détecter. Un algorithme de recherche de signaux impulsionnels pourra aussi bien détecter une oscillation d'étoile à neutrons que les modes quasi-normaux d'un trou noir, résultant de la fusion de deux astres compacts, ou qu'un dégazage des pompes à vide de VIRGO. La remarque ne tient plus pour la détection d'un fond stochastique gravitationnel, que nous allons présenter maintenant.

3.3 Fond de rayonnement gravitationnel

Une source possible d'ondes gravitationnelles est un fond de rayonnement d'origine cosmologique. C'est en fait l'analogue du fond de rayonnement micro-onde à $2.7^{\circ}K$. Un tel fond apporterait quantité d'informations sur l'Univers primordial, et donc sur la physique aux (hautes) énergies correspondantes.

Il faut se souvenir ici qu'un fond de particules fossiles donne un aperçu de l'état de l'Univers au temps où ces particules se sont découplées du plasma primordial. Cet instant est d'autant plus reculé dans l'histoire de l'univers que la section efficace d'interaction de la particule considérée est faible. Des particules interagissant uniquement gravitationnellement, telles que les gravitons, vont donc se découpler plus tôt que les particules soumises aux interactions faible, forte, ou électromagnétique.

La condition de découplage est que le taux d'interaction Λ du processus qui maintient l'équilibre devienne inférieur au temps caractéristique, donné par le paramètre de Hubble :

$$\Lambda \ll H \quad (3.13)$$

avec $\hbar = c = 1$. Or pour les gravitons, on a approximativement [25] :

$$\frac{\Lambda}{H} \simeq \left(\frac{T}{M_{Pl}} \right)^3 \quad (3.14)$$

Les gravitons se découplent au delà de l'échelle de Planck $M_{Pl} \simeq 10^{19}$ GeV, et donc 10^{-44} seconde après le Big-Bang. Ce fond de rayonnement doit porter encore aujourd'hui, à travers son spectre en fréquence, des informations sur sa création. Bien entendu, la faiblesse de la section efficace d'interaction de ce fond rend sa détection d'autant plus difficile.

3.3.1 Caractérisation du fond de rayonnement

L'intensité du fond de rayonnement gravitationnel peut être caractérisée par sa densité $\Omega_{og}(f)$, fonction de la fréquence :

$$\Omega_{og}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{\partial \rho_{og}}{\partial \log f} \quad (3.15)$$

où ρ_{og} est la densité d'énergie du fond de rayonnement à la fréquence f , et ρ_c la valeur actuelle de la densité d'énergie critique (pour obtenir un Univers fermé), $\rho_c = 3H_0^2/8\pi G$, $H_0 = h_0 \times 100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. Traditionnellement, on utilise la quantité $h_0^2 \Omega_{og}(f)$ pour caractériser le fond. $\Omega_{og}(f)$ est relié à la densité spectrale du fond de rayonnement par :

$$\Omega_{og}(f) = \frac{4\pi^2}{3H_0^2} f^3 S_h(f) \quad (3.16)$$

3.3.2 Limites observationnelles sur $h_0^2 \Omega_{og}(f)$

Des limites existent déjà sur la valeur de la densité de fond de rayonnement gravitationnel.

Nucléosynthèse primordiale

L'abondance des produits de la nucléosynthèse primordiale dépend des taux de production de particules et d'expansion de l'Univers (mesuré par H). Or la nucléosynthèse prédit avec une bonne précision les abondances observées de Deutérium, Hélium et Lithium, sans supposer de contribution gravitationnelle. La limite est alors [27] :

$$\int_0^\infty d(\log f) h_0^2 \Omega_{og}(f) \leq 5.6 \times 10^{-6} (N_\nu - 3) \quad (3.17)$$

où N_ν est le nombre d'espèces de neutrinos (3.2 à 95 % de niveau de confiance pour [27] ; le *Particle Physics Booklet 2000* donne $N_\nu = 3.00 \pm 0.06$).

Pulsars millisecondes

Ces pulsars sont à l'origine de mesures de précision remarquables. Ainsi, la période du pulsar B1937+21 est connue avec une précision de l'ordre de $4 \times 10^{-16} \text{ ms}$. Une fluctuation dans le temps d'arrivée du signal du pulsar causée par le passage d'une onde gravitationnelle peut donc transformer le pulsar et le radiotélescope en un détecteur de rayonnement gravitationnel. Pour une incertitude ϵ sur le temps d'arrivée du signal, et un temps d'observation du pulsar T , on peut dire que ce pulsar sera sensible à une amplitude $h = \epsilon/T$, pour des fréquences $f \simeq 1/T$. Pour $T = 1 \text{ an}$, $f_{max} \simeq 10^{-9} \text{ Hz}$. On obtient alors la limite [28] :

$$h_0^2 \Omega_{og}(f) \leq 4.8 \times 10^{-9} \left(\frac{f}{4.4 \times 10^{-9} \text{ Hz}} \right)^2 \quad (3.18)$$

COBE

Les observations du fond de rayonnement cosmologique effectuées par COBE ont aussi permis de contraindre les contributions gravitationnelles à la densité d'énergie de l'Univers. Un fond de rayonnement gravitationnel fort à des longueurs d'ondes très longues ($\lambda \sim 10^{25} \text{ m}$) doit produire un décalage vers le rouge des fréquences des photons du fond à 2.7° K , et donc une fluctuation de leur température (effet Sachs-Wolfe). En incluant l'effet des multipôles avec $2 \leq l \leq 30$ (l représente l'inverse d'une résolution angulaire sur le ciel), on trouve [259] :

$$h_0^2 \Omega_{og}(f) \leq 7 \cdot 10^{-11} \left(\frac{H_0}{f} \right)^2, \quad \text{pour } f \in [3 \cdot 10^{-18} \text{ Hz}, 10^{-16} \text{ Hz}] \quad (3.19)$$

avec une limite plus forte pour $f \sim 10^{-16} \text{ Hz}$: $h_0^2 \Omega_{og}(f) \leq 7 \cdot 10^{-14} \text{ Hz}$.

3.3.3 Prédictions théoriques

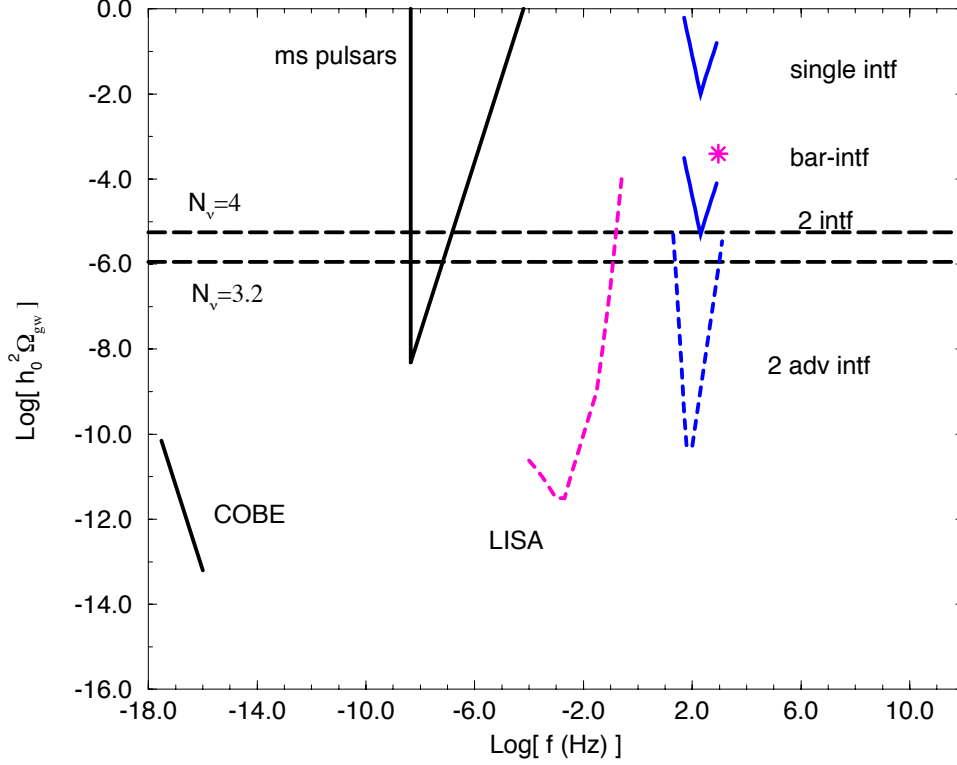


Figure 3.3: Limites sur le fond de rayonnement gravitationnel, provenant de la nucléosynthèse primordiale (tirets horizontaux, pour $N_\nu = 4$ et $N_\nu = 3.2$), de COBE et des pulsars millisecondes, avec la sensibilité d'un interféromètre du type VIRGO ou LIGO (ligne pleine), d'une barre (étoile), une corrélation entre une barre et un interféromètre et la corrélation entre deux interféromètres, deux interféromètres de seconde génération, et LISA [25].

Les limites que l'on vient d'exposer sont résumées dans la figure 3.3. Il existe beaucoup de mécanismes de production d'un tel fond de rayonnement gravitationnel : inflation (amplifications de fluctuations du vide entre la période inflationnaire et la période dominée par le rayonnement qui produiraient des ondes gravitationnelles), cordes cosmiques en vibrations, transitions de phase dans l'Univers primordial (la transition de phase QCD donnerait un signal piqué autour de $f \sim 4 \times 10^{-6}$ Hz)... Finalement, on notera qu'un fond de rayonnement diffus mais d'origine astrophysique celui-là peut toujours exister, comme superposition de la contribution de sources non résolues [29, 30, 31].

Chapitre 4

Les Sources Impulsives

Contenu du chapitre

4.1 Les Supernovae	44
4.1.1 Spectre, fréquence d'apparition et mécanismes physiques	44
4.1.2 Les Supernovae thermonucléaires : SN Ia	46
4.1.3 Les Supernovae gravitationnelles : SN II, Ib et Ic	48
4.2 Un Catalogue de signaux impulsifs	54
4.2.1 Généralités	55
4.2.2 Modèles numériques	56
4.2.3 Dynamique de l'effondrement rotationnel	56
4.2.4 Le signal gravitationnel	57
4.2.5 Discussions	58
4.3 Instabilités dans les étoiles à neutrons	60
4.3.1 Instabilités induites par la rotation	61
4.3.2 Les r-modes	65
4.3.3 Des quarks dans les étoiles	68
4.3.4 Instabilités induites par la convection	68
4.4 Naissance d'un trou noir	69
4.4.1 Émission gravitationnelle	70
4.5 Fusion de deux objets compacts	73
4.5.1 Taux d'occurrence	75
4.6 Neutrinos et sources impulsives	77
4.6.1 Résumé	78
4.7 Sursauts Gammas et sources impulsives	78
4.7.1 Une boule de feu pour origine?	78
4.7.2 Le boulet de canon	82
4.8 Perspectives	83



ES SOLUTIONS RADIATIVES des équations d'Einstein, les ondes gravitationnelles, peuvent être considérées comme des rides qui se déplacent à la “surface” de l'espace-temps plat à la vitesse de la lumière. Cependant la nature non linéaire des équations d'Einstein montre qu'une onde gravitationnelle interagit avec elle-même et implique que cette représentation “simpliste” du phénomène n'est valable que si le fond de rayonnement gravitationnel reste faible. D'autre part, ces ondes sont générées par l'accélération de masses. L'égalité des masses gravitationnelle et inertielle dans la théorie d'Einstein interdit l'existence d'un rayonnement dipolaire en gravitation, et le rayonnement est donc quadrupolaire à l'ordre le plus bas. Une telle onde transporte de l'énergie hors de la source avec une efficacité assez faible, et n'interagit que très peu avec la matière.

Des calculs simples (voir le chapitre 2) démontrent qu'il est pratiquement impossible de produire des ondes gravitationnelles d'amplitudes suffisantes pour être détectées en laboratoire. Cependant, des phénomènes astrophysiques violents impliquant des masses énormes et denses de matière pendant des temps caractéristiques très courts peuvent fournir un rayonnement gravitationnel d'amplitude détectable par la prochaine génération de détecteurs.

Les sources impulsives que nous présentons ici peuvent être regroupées en trois groupes. Le premier regroupe les supernovae (sections 4.1) et la section 4.2 détaillera les simulations de Zwerger et Müller, dont les signaux ont servis de références pour les filtres de sélection en ligne développés dans cette thèse. Les instabilités et oscillations dans l'étoile à neutrons formée lors d'un tel phénomène (sections 4.3) constituent le second groupe. Ensuite, les signaux émis pendant la formation d'un trou noir seront étudiés dans la section 4.4. Finalement, les phases finales (fusion) d'un système binaire en coalescence, qui constituent le quatrième et dernier groupe sont décrites dans les sections 4.5. Enfin, les sections 4.6 et 4.7 feront le lien entre les sources impulsives déjà décrites et les émissions de neutrinos et de sursauts gammas.

4.1 Les Supernovae

4.1.1 Spectre, fréquence d'apparition et mécanismes physiques

Au début des années 40, les supernovae étaient divisées en deux groupes distincts : les types I et II (SN I et SN II), caractérisés par l'absence ou la présence de raies de Balmer de l'Hydrogène. Puis le premier groupe a été divisé en trois sous-groupes : SN Ia, Ib et Ic.

Le type Ia regroupe 80% des SN I. Le type Ib se distingue du Ia par l'absence de raie Si II et une importante raie He I dans les spectres mesurés peu après le maximum de luminosité. Le groupe Ic regroupe les supernovae du type I différentes des types Ia et Ib (voir les figures 4.1 et 4.2).

Le type II lui même fut divisé en deux sous-types, en fonction de l'apparition ou non d'un plateau dans la courbe de lumière enregistrée (type II-P et II-L).

Fréquence d'apparition

On peut en outre classifier chaque type en fonction du type de galaxie dans lequel ces supernovae ont été observées. Aucune SN Ib ou II n'a ainsi été observée dans les galaxies elliptiques, alors qu'elles sont majoritaires dans les galaxies spirales (ainsi que dans les régions à très forte formation d'étoiles). Le taux de SN Ib est en outre a peu près proportionnel au taux de SN II et ne semble pas corrélé au taux de SN Ia. Cette observation est un reflet de la diversité des mécanismes physiques en jeu lors d'une SN Ia d'une part, et des SN II et Ib d'autre part [100]. La table 4.1 ainsi que la figure 4.3 résument nos connaissances actuelles en ce qui concerne les taux attendus de supernovae : on attend ainsi de l'ordre de 4 supernovae par an si VIRGO peut détecter jusqu'à l'amas de galaxies de la Vierge (18 Mpc).

Mécanismes physiques

D'une part, on peut rapprocher les SN Ib des SN II (et non pas SN Ia) au vu des remarques précédentes. D'autre part, les spectres caractéristiques des SN Ib et II sont très similaires, exceptés en ce qui concerne la présence d'Hydrogène dans ce dernier type.

Il est aujourd'hui admis que les mécanismes à l'origine des SN Ib, II et Ic sont les mêmes, à savoir l'effondrement gravitationnel du coeur d'une étoile massive en un objet compact (étoile à

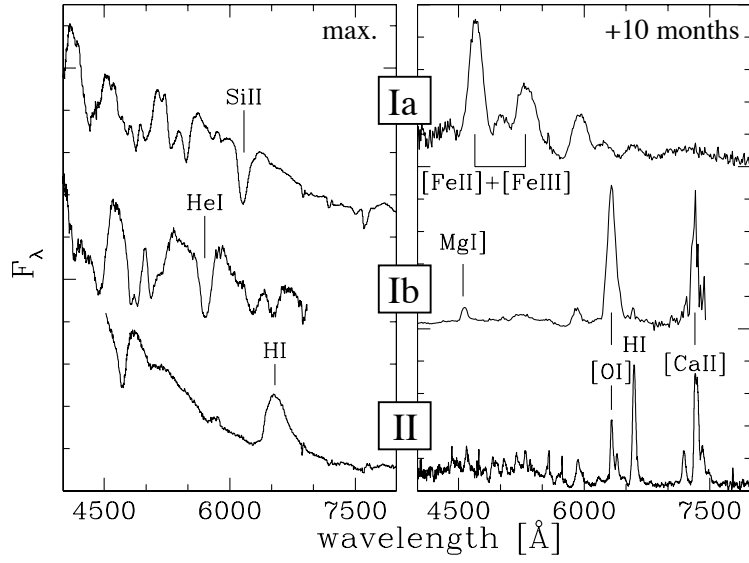


Figure 4.1: Types de Supernovae “basiques”. Une SN près du maximum (à gauche) montrant une raie $H\alpha$ est un type II. Pour une absorption forte en SiII, c’est un type Ia, sinon c’est un type Ib/c. À droite, on voit les raies d’émission 10 mois après le maximum [100].

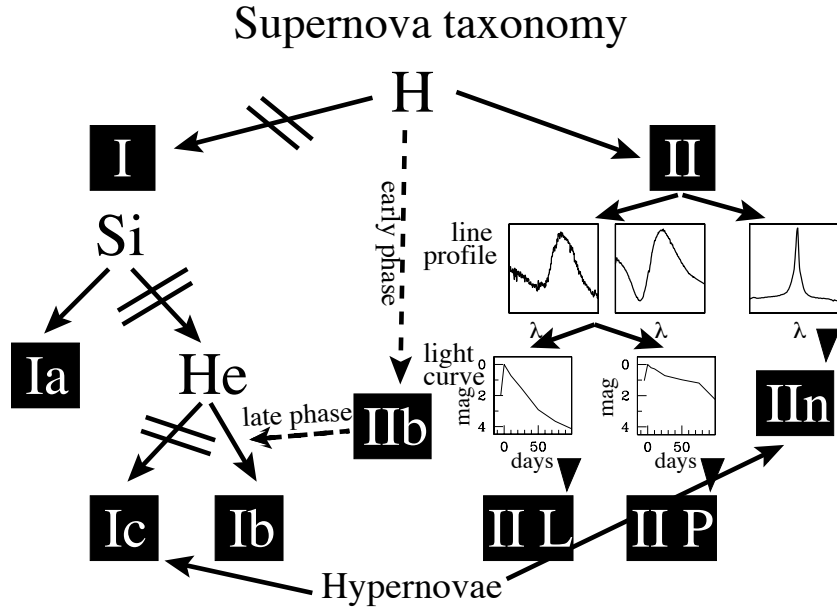


Figure 4.2: La connaissance du type exact de la supernova requiert aussi une analyse des profils de raies, des courbes de lumières, ainsi que de l’évolution du spectre [100].

Type de Galaxies	Taux de SN (SNu)		
	Ia	Ib/c	II
E-S0	0.15 ± 0.06	-	-
S0a-Sb	0.20 ± 0.07	0.11 ± 0.06	0.40 ± 0.19
Sbc-Sd	0.24 ± 0.09	0.16 ± 0.08	0.88 ± 0.37

Tableau 4.1: Taux de Supernovae tiré de [80], en fonction du type de la supernova et de la galaxie hôte.

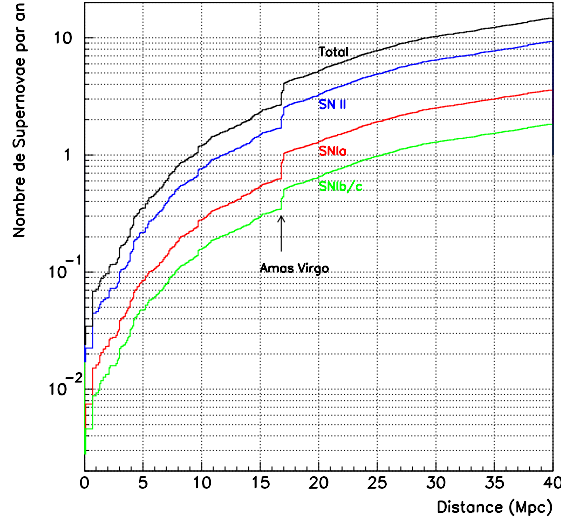


Figure 4.3: Taux de supernovae attendues par an en fonction de la distance (en Mpc) [68]

neutrons ou trou noir) [48, 47]. La présence d'un progéniteur impliquant une étoile massive explique pourquoi ces supernovae sont absentes de galaxies elliptiques, qui sont constituées d'étoiles âgées donc de faible masse. La diversité des types II-P, II-L, Ib et Ic est alors expliquée par la diversité des progéniteurs. Dans le cas des SN Ib et Ic le progéniteur a perdu son enveloppe d'Hydrogène alors que la différence II-P et II-L s'explique, elle, par la différence de tailles des enveloppes d'hydrogène.

La population des SN II est cependant caractérisée par une grande hétérogénéité. Les étoiles les plus massives passeront par une phase où le noyau de Fer va s'effondrer pour donner naissance à une étoile à neutrons ou à un trou noir. Les étoiles de masse intermédiaire formeront un noyau dégénéré de O-Ne-Mg, qui donnera une étoile à neutrons, tandis que les étoiles les moins massives formeront un noyau dégénéré de Carbone et Oxygène de masse supérieure à la masse critique de Chandrasekhar, et exploseront.

Le type Ia est très homogène quant à la magnitude absolue au maximum, la luminosité et l'évolution spectrale [56]. Dans tous les modèles de formation, les SN Ia impliquent une naine blanche dans un système binaire. Elle est essentiellement composée de Carbone et d'Oxygène avec des électrons fortement dégénérés, et elle a accreté suffisamment de matière de son compagnon pour atteindre un stade explosif (explosion thermonucléaire). La masse critique dans cette configuration, celle qui va provoquer l'explosion, est la masse de Chandrasekhar. Ce modèle a l'avantage de bien rendre compte de l'homogénéité observée dans ce groupe ainsi que de l'absence de H dans les couches externes.

4.1.2 Les Supernovae thermonucléaires : SN Ia

Tous les modèles aujourd'hui admis [40, 41] implique un système binaire dans lequel une naine blanche accrete de la matière en provenance de son compagnon (dont la nature exacte est encore en débat). L'accrétion augmente progressivement la masse de la naine blanche, formée de carbone et d'oxygène. On sait que si la masse de Chandrasekhar est atteinte, l'étoile devient instable et s'effondre. Cette masse est atteinte pour une densité centrale $\rho_c \simeq 2.7 \times 10^{13} \text{ kg.m}^{-3}$. Le seuil pour la fusion thermonucléaire étant de l'ordre de quelques $10^{12} \text{ kg.m}^{-3}$, la fusion du carbone se déclenche avant que l'instabilité gravitationnelle ne se produise. Cette fusion étant instable dans un milieu dégénéré (l'augmentation de température n'entraînant pas une augmentation de pression), une explosion thermonucléaire se produit, et détruit totalement la naine blanche.

Ce scénario explique entre autres l'absence d'hydrogène dans les SN Ia (les naines blanches en sont dépourvues), la présence de SN Ia dans les galaxies elliptiques (l'étoile n'a pas besoin d'être massive) ainsi que la courbe de lumière observée (décroissance radioactive du Nickel en Cobalt et du Cobalt en Fer) [45]. On trouvera dans la figure 4.4 une comparaison des spectres au maximum

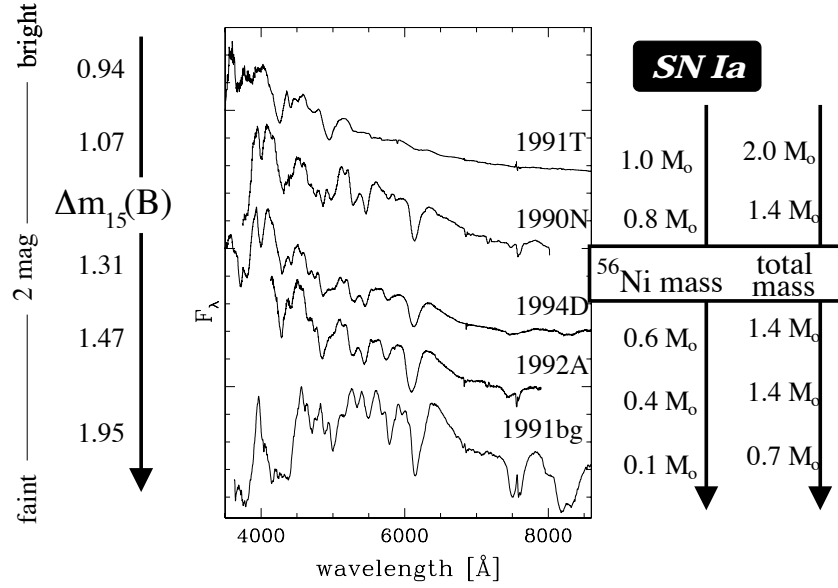


Figure 4.4: Comparaison des spectres au maximum pour des SN Ia, pour différentes luminosités. Sur la droite, les intervalles de masses de Ni et totale suggérés par les courbes de lumière.

pour des SN Ia, pour différentes luminosités.

L'énergie totale libérée lors d'une telle explosion représente environ 5×10^{-4} de la masse de la naine blanche. Cette énergie est essentiellement dégagée sous forme de photons, et dans une moindre mesure, dans l'énergie cinétique d'expansion.

La réaction initiale de fusion du carbone peut se propager de deux façon différentes. Lors d'une **détonation**, le front de combustion se propage à une vitesse supersonique, d'où une onde de choc. Dans les modèles de **déflagration**, la vitesse de propagation est subsonique. La nature exacte du processus en jeu dans les SN Ia est encore l'objet de discussions théoriques.

Nature du compagnon

La naine blanche composée de C et O avec des électrons fortement dégénérés accrète de la matière de son compagnon jusqu'à atteindre un stade explosif. Dans un premier scénario (une fois dégénéré), le compagnon est une étoile de la séquence principale ou une géante rouge. Dans un scénario doublement dégénéré, le compagnon est aussi une naine blanche [43, 44].

Importance des SN Ia en cosmologie

Les SN Ia forment une classe d'objets relativement homogène, à cause du mécanisme physique qui en est l'origine, l'explosion thermonucléaire de la naine blanche. Cette naine blanche a dans tous les cas approximativement la même masse, proche de la masse de Chandrasekhar. Ceci reste vrai même pour des supernovae situées à grande distance, elles peuvent donc servir d'indicateurs de distances cosmologiques [52, 53].

Le télescope Hubble (HST) nous permet d'observer de tels phénomènes jusqu'à $z \sim 1.1$. L'observation de SN Ia doit donc nous permettre d'extraire des paramètres tels que H_0 , Ω , la constante cosmologique Λ . En 1998, deux projets observèrent que les SN Ia à grande distance possédaient un éclat apparent plus faible que ce qui était prévu pour une constante cosmologique Λ nulle [54]. Cette conclusion $\Lambda \neq 0$ doit être prise avec précaution puisqu'un tel changement dans l'éclat apparent peut être expliqué par d'autres phénomènes physiques ¹.

¹ Une densité de poussière dans l'Univers différente à l'époque de la supernova par exemple.

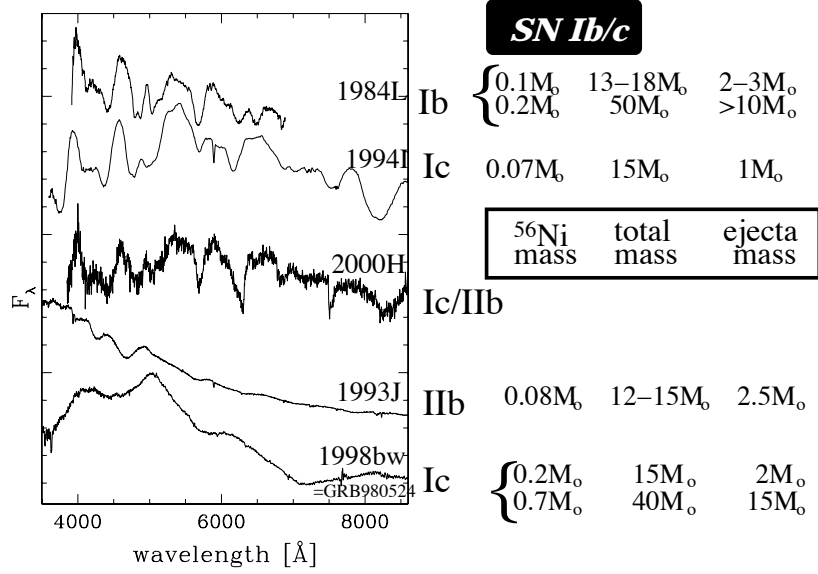


Figure 4.5: Comparaison des spectres au maximum pour des SN Ib/c, pour différentes luminosités. Sur la droite, les intervalles de masses de Ni, totale et d'ejecta suggérés par les courbes de lumière.

Emission d'ondes gravitationnelles

Dans le premier scénario invoqué pour les SN Ia, en fonction du taux d'accrétion, l'explosion est initiée au centre de l'étoile ou à la base de la couche accrétée, ce qui a pour conséquence d'éjecter uniquement les couches externes de l'étoile ou, dans le second cas, de détruire totalement la naine blanche. Ce scénario ne semble pas provoquer d'émission d'ondes gravitationnelles notables. L'observation d'un signal gravitationnel en coïncidence avec une supernova de type Ia serait donc favorable à une confirmation du second scénario. On estime à 6 % la fraction des systèmes binaires de masses comprises entre 3 et $9 M_{\odot}$ qui terminent leur évolution en SN Ia [42]. Cette fraction ne peut pas être atteinte par la fusion d'une paire de naines blanches C-O, puisque seulement 1 % des binaires de masse correspondante aboutissent en supernovae.

Dans le second scénario, le système perd de l'énergie par émission d'ondes gravitationnelles, ce qui provoque la phase de fusion des deux étoiles [51]. La naine blanche la moins massive est détruite et forme un disque d'accrétion autour de son compagnon plus massif, qui accrete de la masse et du moment angulaire. La rotation s'accélère, et le compagnon atteint la masse de Chandrasekhar. L'effondrement qui s'en suit ressemble fortement à une supernova de type II [46, 55]. L'émission gravitationnelle résulte en outre de la forte déformation du compagnon, à cause des forces de marée dues au disque d'accrétion d'une part, et de la rotation rapide de l'étoile d'autre part. Des simulations précises à ce niveau doivent être menées pour connaître exactement la forme et l'amplitude des signaux émis.

4.1.3 Les Supernovae gravitationnelles : SN II, Ib et Ic

Les figures 4.5 et 4.6 présentent respectivement les caractéristiques spectrales des SN Ib/c et SN II. Généralement, le progéniteur est une étoile massive avec $M \geq 10M_{\odot}$. La fusion se poursuit jusqu'au Fer, et ne s'arrête pas au Carbone/Oxygène comme dans le cas d'une naine blanche. Elle apparaît alors comme une supergéante rouge avec une structure en pelure d'oignon avec des couches concentriques de compositions différentes depuis le Fer (noyau) jusqu'à l'Hydrogène (enveloppe).

Le Fer est l'élément le plus stable, et sa densité est telle que les électrons sont dégénérés et fournissent la principale contribution à la pression du coeur. A la périphérie, la fusion du Silicium donne du Fer, la masse du noyau de Fer approche la masse critique de Chandrasekhar, et la pression des électrons ne supporte plus la gravitation. Le noyau s'effondre alors.

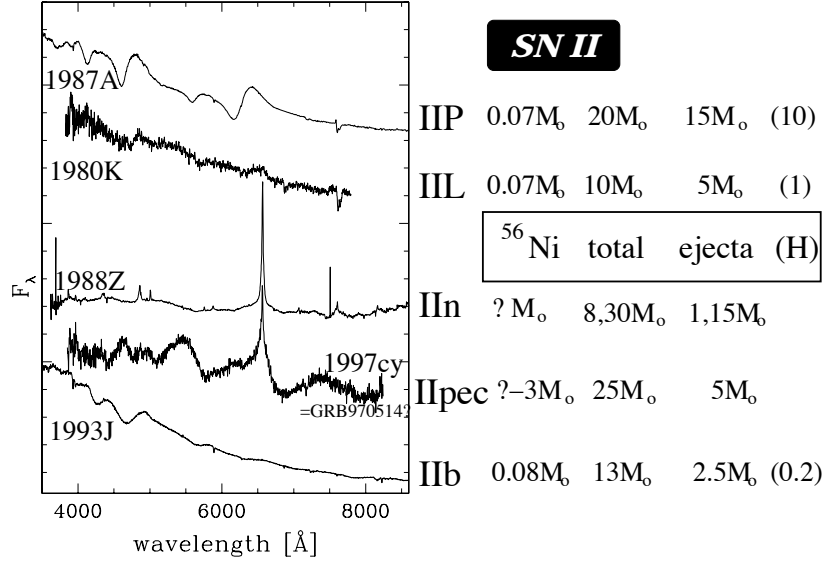


Figure 4.6: Comparaison des spectres au maximum pour des SN II, pour différentes luminosités. Sur la droite, les intervalles de masses de Ni, totale et d’ejecta suggérés par les courbes de lumière.

L’effondrement et le rebond

La température et la densité augmentent mais le Fer ne fusionnant pas de manière exothermique, de nouvelles réactions nucléaires qui pourraient contrebalancer l’effondrement ne se produisent pas. Les électrons sont capturés par les noyaux de Fer au fur et à mesure que la densité augmente, et l’énergie de compression est utilisée pour la photodissociation du Fer et n’augmente pas la pression. L’indice adiabatique de la matière devient inférieure à $\frac{4}{3}$ et l’effondrement s’emballe.

Premier temps de l’effondrement: Les électrons sont capturés par les protons et les noyaux par réaction bêta inverse, en un temps caractéristique $\tau_\beta \gg \tau_{\text{effondrement}}$ (hors équilibre).

Deuxième temps de l’effondrement: Quand la densité devient $\rho \sim 4 \times 10^{14} \text{ kg.m}^{-3}$, les neutrinos émis par la réaction bêta inverse sont piégés, et la réaction précédente est à l’équilibre. L’effondrement devient alors quasi-adiabatique.

L’effondrement s’arrête quand la densité nucléaire est atteinte, 10 ms environ plus tard. Les noyaux sont dissociés et la matière est principalement formée de neutrons. L’interaction forte peut alors s’opposer à l’effondrement. La pression se durcit brutalement, ce qui crée une onde de choc qui se propage vers l’extérieur. Il y a alors éventuellement expulsion des couches externes de l’étoile, d’où une émission intensive de rayonnement électromagnétique, et l’observation du phénomène de “supernova”.

Le choc

L’endroit où l’onde de choc se forme peut être obtenu à partir du profil des vitesses de l’effondrement. Il existe un point r_s (**point sonique**) où la vitesse du son est égale à la vitesse du fluide. L’effondrement est donc subsonique pour $r < r_s$ et supersonique pour les autres régions. Les régions internes ralentissent leur vitesse de chute quand $\rho_{\text{centre}} = \rho_{\text{nucléaire}}$, tandis que les régions externes tombent toujours à la même vitesse: l’onde de choc se situe donc entre les deux, au voisinage du point sonique, et se propage vers l’extérieur [104]. Le choc perd ensuite de l’énergie quand il rencontre les couches externes en chute quasi-libre et dans la photodissociation du Fer. Environ 0.1 s après le rebond, le choc s’arrête et stagne: c’est un choc d’accrétion. La supernova échoue.

Deux solutions ont été envisagées pour raviver le choc, et donc produire une supernova.

Comment raviver le choc?

La première solution nous dit que la proto-étoile à neutrons en arrière du choc est très chaude, avec $T_{centre} \sim 10^{11} \text{ }^\circ\text{K}$ ce qui correspond à environ 10 MeV. Le centre se refroidit par émission de neutrinos qui déposent de l'énergie dans les couches denses en arrière du choc, et le choc se propage et produit la supernova. Dans le deuxième scénario, entre la proto-étoile et l'onde de choc, la convection se développe dans la matière chauffée par les neutrinos et l'énergie est alors transportée jusqu'au choc. Un scénario alternatif suppose que si l'étoile à neutrons est un pulsar, un jet magnéto-hydrodynamique se propage parallèlement à l'axe de rotation et ravive le choc. Il expliquerait en partie les SN Ib et Ic (voir [78, 93, 98] pour une revue).

Asymétrie de l'effondrement

L'observation de polarisation dans l'émission de SN II, Ib et IC, de l'ordre de 1%, suggère une asymétrie lors de l'effondrement avec des rapports de demi axes de l'ellipsoïde qui pourrait atteindre 2/1 ou même 4/1 [65]. L'hypothèse du développement de jets lors de l'explosion expliquerait cette asymétrie de l'explosion.

Plusieurs autres indices ou hypothèses permettent de supposer une forte asymétrie lors de l'effondrement et de l'explosion (bien qu'il faille à ce niveau distinguer les deux cas [62]). L'observation de fortes accélérations et vitesses de recul dans les jeunes étoiles à neutrons et/ou pulsars tout d'abord, pourrait être expliquées par de fortes asymétries [58, 59, 61], et il semble en outre que les compositions chimiques observées dans les résidus de supernovae puissent être expliquées par un effondrement non-sphérique [57]. En ce qui concerne l'émission d'ondes gravitationnelles, peu de simulations ne font pas l'hypothèse de symétrie axiale, mais, même dans ce cas, elles montrent que l'amplitude des ondes gravitationnelles émises lors du processus semble être du même ordre de grandeur [63]. D'autre part, ces mêmes scénarios établissent une forte connexion entre les sources des mystérieuses bouffées de rayons gammas très énergétiques (*gamma ray bursts*), et dans ce cas, des coïncidences entre détecteurs optiques, détecteurs gamma et d'ondes gravitationnelles devraient être enrichissantes.

Lors de l'explosion, une énergie de l'ordre de $10^{46} J$ est libérée, avec une efficacité beaucoup plus grande que dans le cas des SN Ia. La majeure partie de cette énergie est libérée sous forme de neutrinos (99 %), environ 1 % sous forme d'énergie cinétique de l'éjecta, 0.1 % sous forme électromagnétique, et une fraction infime (de l'ordre de 10^{-4} %) sous forme de rayonnement gravitationnel. L'existence de neutrinos stériles pourraient en outre être une explication supplémentaire pour les fortes asymétries observées dans les restes de supernovae (pulsars) [64]. Il est à noter que des neutrinos "standards" peuvent aussi faire l'affaire, du moment que l'émission de neutrinos conserve une symétrie axiale [60] (qui est alors suffisante pour induire une vitesse de recul importante).

Les neutrinos issus de supernovae de type II ont déjà été détectés, lors de la supernova SN 1987 A, par les détecteurs japonais Kamioka et américain IMB, ce qui confirma le modèle d'explosion de base des supernovae [169]. En conséquence, il est certain que des coïncidences entre détecteurs optiques, de neutrinos et d'ondes gravitationnelles devraient nous apporter quantité d'informations nouvelles sur les mécanismes mis en jeu.

Des simulations d'effondrement d'étoiles en rotation ont montré que la rotation limite la convection dans une supernova [103], en affaiblissant le choc, et en limitant la convection aux régions polaires. La région convective met alors plus de temps à surmonter le choc d'accrétion. L'explosion est alors tardive, et moins énergétique. L'objet compact résultant est donc plus massif que dans une étoile sans rotation ; la masse limite pour la formation d'un trou noir sera par la même diminuée. Les configurations rencontrées lors des simulations sont hautement asymétriques (un facteur deux dans les vitesses aux pôles et à l'équateur) et ces rotations pourraient donc expliquer les polarisations de raies des restes de supernovae observées, suggérant une forte asymétrie. Cette asymétrie a d'ailleurs l'avantage d'expliquer le mélange qui se produit lors de l'explosion, et les abondances des éléments : la matière éjectée le long des pôles avec une vitesse très importante se mélange mieux et plus à l'intérieur de l'étoile. Cette asymétrie explique aussi en outre les vitesses importantes observées sur les étoiles à neutrons ou pulsars juste formés (avec une vitesse moyenne de l'ordre de 450 km.s^{-1}).

On notera en outre que la prise en compte de la Relativité Générale dans des simulations (étudiée pendant la phase de réchauffement du choc [66]) modifie fortement le choc : le coeur est plus compact jusqu'au choc, avec un rayon de stagnation réduit d'un facteur 2 et des vitesses

des éjecta plus grandes d'un facteur 2. Toutes les simulations montrent alors un effet global qui semble aller à l'encontre d'un choc ravivé. Dans tous les cas, les simulations d'effondrement d'étoiles en supernova (généralement étudiées en approximation newtonienne) et plus particulièrement les formes d'ondes gravitationnelles émises doivent donc être prises pour des estimations, plus ou moins grossières, de la réalité, dont la variété, peut-être, ne fait que refléter le peu de connaissances réelles que l'on possède actuellement sur le processus réel de l'effondrement.

L'émission d'ondes gravitationnelles

La lumière émise lors d'une supernova provient de l'enveloppe du progéniteur, et a été émise quelques heures ou même quelques jours après l'effondrement. Les neutrinos sont piégés dans la phase la plus dense de l'effondrement quand la densité devient celle de la matière nucléaire. L'information la plus directe que l'on puisse espérer en ce qui concerne la phase d'effondrement et de rebond est donc contenue dans le rayonnement gravitationnel.

On peut écrire le flux gravitationnel comme étant $F \sim \frac{\pi c^3}{4G} f^2 h^2$ où f est la fréquence du rayonnement et h son amplitude. En réécrivant la fraction d'énergie perdue sous forme gravitationnel $\Delta E = 4\pi r^2 \tau F$, avec τ la durée caractéristique du phénomène, on obtient [9]:

$$h \sim \frac{1}{\pi} \left(\frac{GM}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\epsilon^{\frac{1}{2}}}{r f \tau^{\frac{1}{2}}} \quad (4.1)$$

en notant $\epsilon = \Delta E / M c^2$ l'efficacité de l'émission (avec M la masse considérée). En prenant $\epsilon \sim 10^{-3}$ et $\tau \sim 10ms$, on obtient une amplitude de l'ordre de 10^{-22} pour des sources situés dans l'Amas de la Vierge à environ 15 Mpc.

Cependant, des simulations récentes ont montré que l'efficacité que l'on peut espérer lors de tels processus est beaucoup plus faible, de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-7} . Seuls les supernovae galactiques seraient alors détectables avec la première génération de détecteurs. Ceci dit, il faut vérifier que les asymétries observées (rapport d'axe 2/1 et 4/1) sont bien reproduites dans les simulations actuelles. Cela pourrait résulter en une augmentation non négligeable des amplitudes d'émission d'ondes gravitationnelles. On peut écrire l'amplitude émise sous forme d'un signal impulsif de la manière suivante [90]:

$$h = 2.7 \times 10^{-22} \left(\frac{\Delta E_{OG}}{10^{-4} M_{\odot} c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1kHz}{f} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{10Mpc}{r_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.2)$$

où r_0 est la distance de la source, f sa fréquence caractéristique, et ΔE_{OG} la fraction d'énergie émise sous forme gravitationnelle.

Des simulations d'effondrements à symétrie axiale ont présenté des caractéristiques radicalement différentes des modèles à symétrie sphérique [69]. D'une part, le rebond du coeur se produit avant que le centre n'atteigne des densités nucléaires. D'autre part, la partie interne du coeur où $0.8M_{\odot} \leq m(r) \leq 1.1M_{\odot}$ est fortement déformée par le rebond. Même dans les cas les plus optimistes, l'amplitude maximale est de l'ordre de 10^{-23} à 10 Mpc, et l'énergie totale libérée sous forme gravitationnelle est au maximum $\Delta E_{OG} \sim 10^{-7} M_{\odot} c^2$. Les modèles en rotation rapide donnent naissance à des déformations triaxiales mais n'entraînent pas d'émission beaucoup plus importantes. De telles instabilités seront étudiées dans la section 4.3. Les figures 4.7 et 4.8 présentent quelques formes d'ondes obtenues dans [69].

En ce qui concerne la forme des signaux émis, on notera que l'amplitude maximale augmente avec la densité du coeur au rebond, et qu'on peut distinguer deux types de signaux. Les signaux du premier type sont caractérisés par une amplitude importante au moment du rebond, suivi d'une phase de *ring-down*, des oscillations d'amplitudes décroissantes, dues aux oscillations de volume et de surface du noyau interne amorties après le rebond. Les signaux du second type quant à eux présentent une succession de pics prononcés (traduisant des rebonds successifs), avec une variation assez douce entre les pics. En résumé, les signaux du premier type sont produits par le rebond du noyau quand celui-ci atteint une densité proche de la densité nucléaire, ou lorsque les densités au centre sont faibles et que le rapport Énergie cinétique sur Énergie de rotation reste faible. La transition entre les deux modèles s'effectue quand la densité $\rho_{centre} \in [5.10^{10} kg.m^{-3}, \rho_{nucléaire}]$.

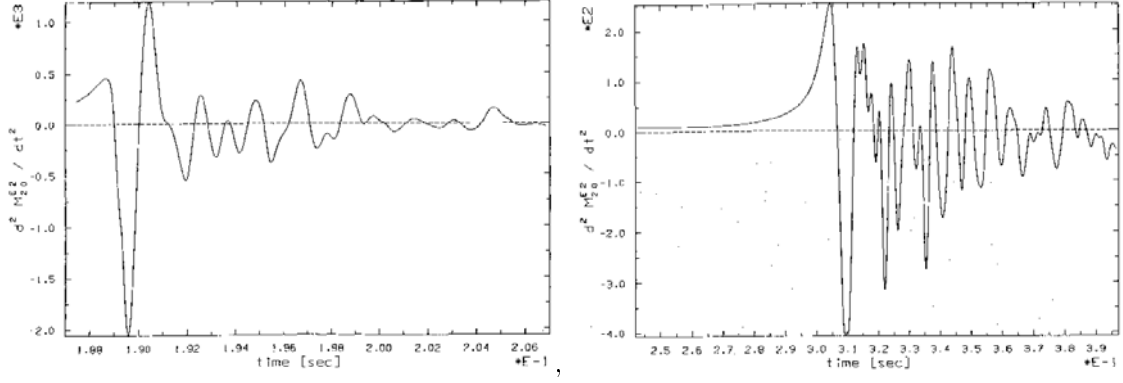


Figure 4.7: Exemples de formes d'ondes, effondrement en supernova de type II : signal du second type à droite, et de type intermédiaire à gauche.

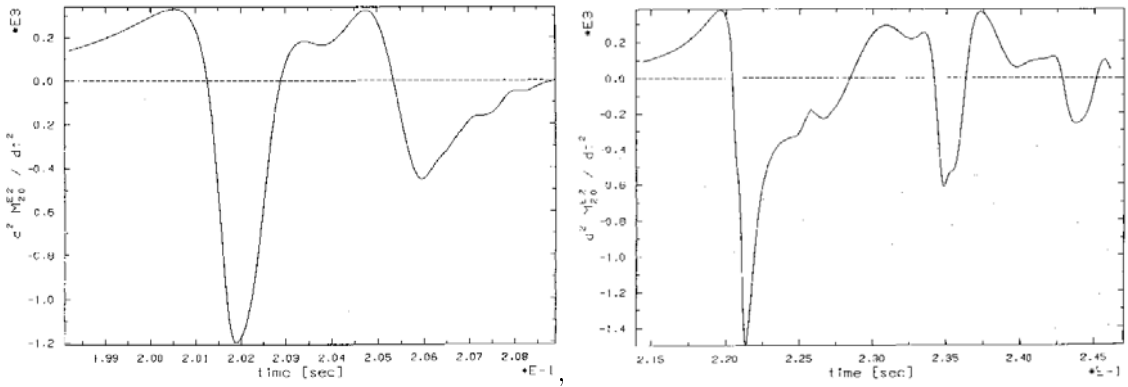


Figure 4.8: Exemples de formes d'ondes, effondrement en supernova de type II : signal du premier type à droite, et de type II à gauche.

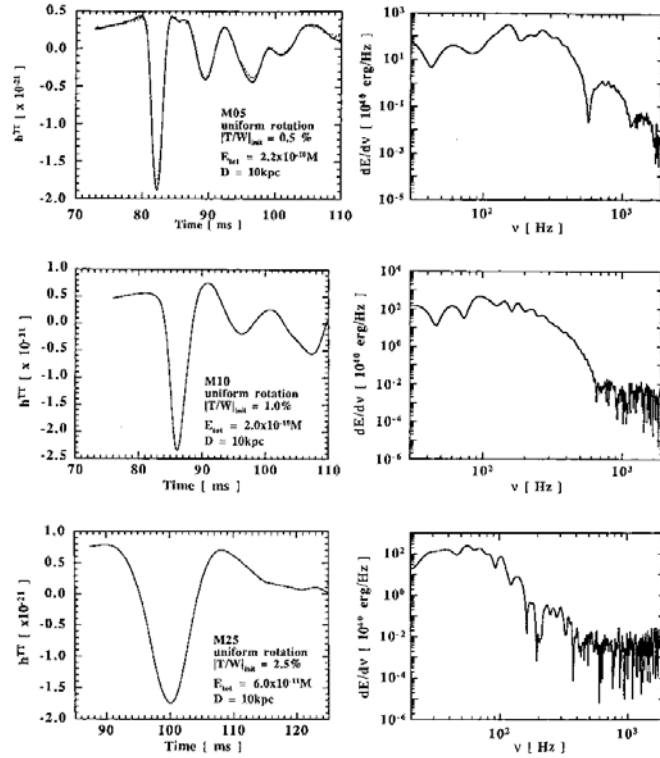


Figure 4.9: Exemples de formes d'ondes, supernova de type II. À droite, les spectres en énergies correspondants.

D'autre part, la forme du signal dépend fortement de l'énergie de rotation initiale ainsi que de l'équation d'état de la matière dans l'étoile.

D'autres simulations, faites sans hypothèse de symétrie axiale [71] semblent montrer que l'efficacité de l'émission gravitationnelle serait indépendante de l'équation d'état utilisé (polytropique, comme dans [69]). En outre, elles indiquent que le moment quadrupolaire Q est tel que $||Q|| \sim J.s \sim \text{constante}$, où J est le moment angulaire du système et s est l'excentricité au rebond :

$$s = \frac{\sqrt{Q_{ij}Q^{ij}}}{\int \rho r^2 d^3x} \quad (4.3)$$

Les amplitudes dans ce cas peuvent s'écrire $h \sim 8.5 \times 10^{-21}(s + 3.9s^2)(\frac{1Mpc}{D})$, où D est la distance de la source, formule qui est valable pendant les premiers instants de l'effondrement. Pendant le rebond, le signal devient fortement dépendant de l'équation d'état, mais dans tous les cas, une grande partie de l'énergie est perdue sous forme de neutrinos et les amplitudes attendues ne devraient pas être beaucoup plus importantes selon les auteurs. Ces amplitudes par contre semblent toujours dépendre fortement du taux de déformation s de l'étoile au moment de l'explosion.

Outre les données obtenues ces dernières années sur les polarisations des supernovae de type II et I (de l'ordre du %) qui suggèrent de fortes asymétries lors de ces explosions, la distribution des vitesses des pulsars formés lors de l'effondrement semble aussi indiquer de fortes déviations à la symétrie sphérique. Les fréquences d'émission caractéristiques sont comprises entre 100 et 500 Hz [73]. Ces processus appartiennent à la catégorie des signaux "avec mémoire" (le signal ne revient pas à zéro après l'effondrement). Ces signaux impulsifs, provoqués par les phénomènes de convection impliquant les neutrinos, donnent des amplitudes $h \sim 3.3 \times 10^{-24}$ à 10 Mpc. Les fortes vitesses observées dans le recul des pulsars résultant de l'effondrement suggèrent de fortes asymétries autant dans la densité que dans les champs de vitesses entrant en jeu lors de l'effondrement.

D'autres simulations d'effondrements de noyaux d'étoiles en rotation [70] donnent des signaux de type impulsif dans lesquels l'amplitude maximale est de l'ordre de 10^{-21} à 10 kpc, avec des fréquences caractéristiques de quelques centaines de Hz. On peut voir des formes d'ondes obtenues, ainsi que les spectres en énergie correspondants, dans la figure 4.9. L'énergie totale libérée sous forme gravitationnelle atteint quelques $10^{-10}M_{\odot}$. D'autre part, avec $q = \frac{J}{2GM^2/c}$, l'amplitude du premier pic sature quand $q \geq 0.5$ et cette amplitude de saturation paraît sensible à la "dureté" de l'équation d'état de la matière pour $\rho < \rho_{nucleaire}$. Un tel signal visible avec la première génération de détecteurs permettrait certainement d'obtenir des informations essentielles quant à cette équation d'état.

Par exemple, la durée du premier pic est de l'ordre de $(G\rho)^{\frac{1}{2}}$ (échelle dynamique) calculée en moyennant la densité du noyau interne au rebond (puisque le rebond représente un mouvement d'ensemble du noyau). Cette moyenne dépend évidemment de l'équation d'état (donc de l'indice adiabatique Γ dans l'équation $P = K\rho^{\Gamma}$) et du moment angulaire du noyau interne. Si d'une manière ou d'une autre, l'indice adiabatique Γ est accessible, alors le moment angulaire du noyau de Fer sera connu. La détection d'un tel signal signifierait donc que le noyau est en rotation rapide et que $q \sim 1$ juste avant l'effondrement ; or un tel moment angulaire affaiblit considérablement le choc. Une telle détection impliquerait donc que c'est bien un mécanisme autre que celui du choc rapide qui est à l'oeuvre au coeur des supernovae.

Un tel effondrement peut donner naissance à de fortes instabilités et fragmenter ainsi le noyau de Fer [72]. L'efficacité de l'émission gravitationnelle d'un tel processus pourrait atteindre quelques % de l'énergie totale, ce qui est considérable, principalement parce que l'on assisterait alors à une coalescence des différents fragments. Ce point sera discuté dans un autre paragraphe.

Finalement, dans les paragraphes suivants, nous discutons en détails les simulations faites par **Zwinger et Müller** [76]. Leur conclusion principale est que, sous réserve de symétrie axiale conservée, les fractions d'énergie émise sous forme gravitationnelle ainsi que les amplitudes maximales prennent la forme :

$$6 \times 10^{-11} \leq \frac{\Delta E_{GW}}{M_{\odot} c^2} \leq 8 \times 10^{-8} \quad (4.4)$$

$$4 \times 10^{-25} \leq h_{max} \leq 4 \times 10^{-23} \quad \text{à 10 Mpc} \quad (4.5)$$

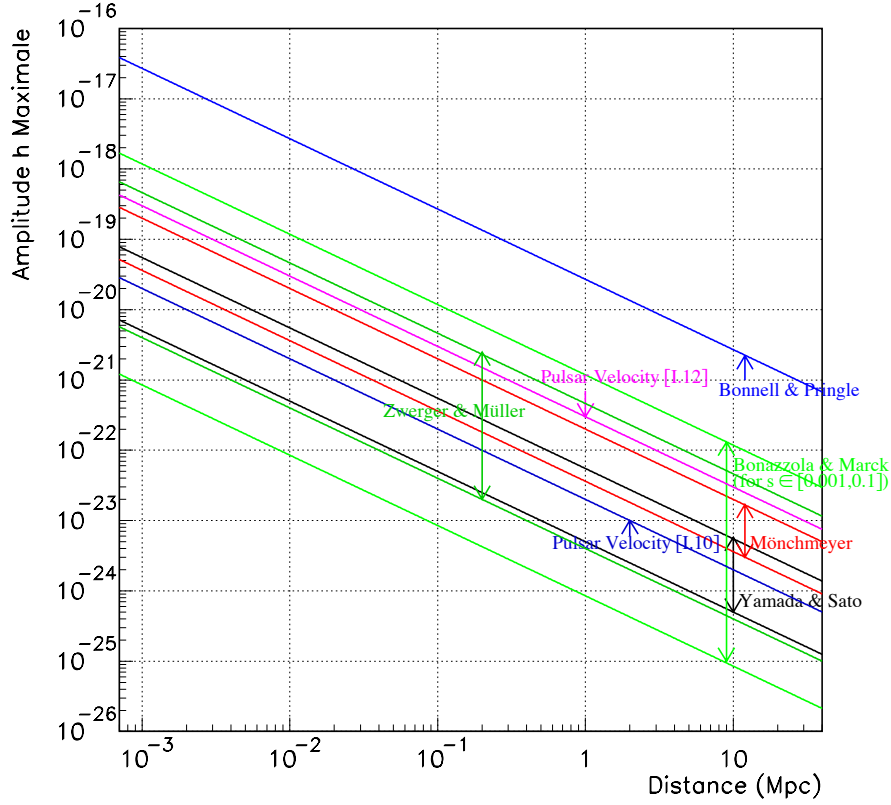


Figure 4.10: Amplitude maximale de l'onde gravitationnelle émise lors d'une supernova de type II, déterminée par divers auteurs [68].

Les simulations qui ne supposent pas de symétrie axiale ne semblent pas produire une augmentation substantielle de l'amplitude des signaux. Dans ces modèles apparaissent aussi des processus dans lesquels des instabilités séculaires ou dynamiques peuvent croître. Cela implique une éventuelle rupture du noyau sous l'effet de la rotation, et donc comme dans le cas étudié par [72], une émission non impulsive (sauf pendant la phase de fusion) mais importante de rayonnement gravitationnelle. On trouvera dans la figure 4.10 un résumé des amplitudes attendues pour des effondrements d'étoiles en supernovae de type II, selon divers auteurs.

L'observation d'un signal gravitationnel de supernova devrait nous permettre de remonter à la distribution du moment angulaire dans le noyau et donc d'affiner les modèles. En outre, il faut remarquer que des supernovae peuvent aussi avorter, c'est à dire que l'effondrement n'éjecte pas l'enveloppe ; il n'y a pas une émission de lumière, mais en revanche il y a toujours émission de neutrinos et d'ondes gravitationnelles. L'effondrement en trou noir sera étudié dans le paragraphe 4.4.

4.2 Un Catalogue de signaux impulsifs

Nous allons décrire ici en détail les simulations de supernovae gravitationnelles conduites par Zwerger et Müller. Leur article de 1997 [76] contient entre autres un catalogue de 78 signaux différents qui nous ont servis de référence pour l'étude de la performance des filtres développés pour VIRGO.

Les observations des étoiles massives (types spectraux O, B, A et F) ont permis de déterminer qu'elles sont caractérisées par des vitesses de rotation équatoriales de l'ordre de 100 à 300 km.s^{-1} . Néanmoins, la distribution exacte du moment angulaire initial ainsi que son évolution dans le temps est quant à elle inconnue. Cette évolution est déterminée en grande partie par le transport

de ce moment angulaire au cours de la vie de l'étoile.

Si ce transport est inefficace, les régions centrales se compactifient beaucoup plus, et le résultat est un noyau de fer en rotation rapide. Si d'un autre côté, le champ magnétique ou la viscosité diminuent le moment angulaire, la rotation du cœur de fer est assez lente. On trouve dans [76] une étude de l'influence de la rotation (conditions initiales variables) sur la dynamique de l'effondrement lui-même².

4.2.1 Généralités

L'effondrement d'étoiles sans rotation a été intensivement étudié ces dernières années. Il est généralement admis que l'effondrement est adiabatique et qu'il est stoppé quand la matière atteint des densités nucléaires. La "dureté" de l'équation d'état ($\Gamma \sim 4/3$) provoque un rebond du noyau et la formation d'une onde de choc au bord du noyau central. Cette onde de choc se propage à travers les couches externes de l'étoile qui s'effondrent avec une vitesse supérieure à celle du son, et le choc est alors affaibli par les photodésintégrations de noyaux lourds en nucléons libres et les pertes par émission de neutrinos.

Après quelques millisecondes, le rebond s'arrête, et un choc d'accrétion se forme. Le choc est alors ravivé (par diffusion de neutrinos) et se produit l'explosion, la supernova proprement dite.

Dans les modèles de Zwerger et Müller que nous présentons ici, ce phénomène de ravivement du choc n'est pas pris en compte, puisque les phénomènes de transport des neutrinos n'ont pas été inclus dans les simulations. Le but principal de l'étude est simplement d'étudier l'effet de la rotation sur l'effondrement. Quand la rotation est prise en compte, les forces centrifuges peuvent accélérer l'effondrement bien avant que la densité nucléaire ne soit atteinte. En fait, il faut étudier l'influence stabilisatrice de la rotation sur les modes radiaux d'une étoile. Le critère de stabilité pour un corps en rotation peut s'écrire :

$$\gamma = \left[\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right]_{Y_e} > \gamma_{crit} = \frac{2(2-5\beta)}{3(1-2\beta)} \quad (4.6)$$

où $\beta = \frac{E_{rot}}{|E_{pot}|}$ est le paramètre de rotation, et Y_e la fraction d'électrons. Cette relation est valable aussi longtemps que $\frac{GM}{Rc^2} \ll 1$. Dans le cas contraire des corrections relativistes doivent être prises en compte, et la valeur de γ_{crit} devient plus grande. Pour une valeur donnée de γ , il existe une valeur critique de β pour qu'une configuration reste stable par rapport aux modes pseudo-radiaux. On sait ainsi que $\beta > \beta_{crit} = \frac{1}{2} \left(\frac{4-3\gamma}{5-3\gamma} \right)$, qui est aussi une condition pour avoir un rebond à des densités inférieures à la densité nucléaire.

En fait, la quantité intéressante ici est l'indice adiabatique effectif Γ qui peut s'écrire :

$$\Gamma = \left[\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right]_M \quad (4.7)$$

(changement de pression le long d'une trajectoire de l'effondrement d'un élément de masse donné).

Par conservation du moment angulaire, on peut dire que les forces centrifuges augmentent durant l'effondrement. La matière dans le plan équatorial ne tombe pas au centre aussi vite que la matière se trouvant aux pôles, ce qui provoque un aplatissement du noyau. En conséquence, la durée de l'effondrement est plus grande que dans les modèles sans rotation. D'autre part, la rotation est de plus en plus rapide, et éventuellement des instabilités par rapport aux déformations triaxiales peuvent se former.

Si l'équation d'état est "dure" ($\gamma \sim 4/3$), le noyau peut être stabilisé avant que $E_{rot} > E_{crit}$ (soit $\beta_{rot} > \beta_{crit}$). Si l'énergie de rotation initiale est assez petite pour que l'effondrement se déroule à une densité nucléaire, β_{rot} peut ne pas atteindre la valeur critique avant le rebond. Après le rebond, le noyau oscille selon des modes radiaux et pseudo-radiaux, avec des fréquences qui dépendent de la densité moyenne du noyau central. L'énergie cinétique se transforme en énergie d'oscillation.

²Les phénomènes microphysiques (transport,...) ont donc été simplifiés et le noyau de fer a été approximé par un corps polytropique en rotation.

4.2.2 Modèles numériques

Les effets de transport sont négligés et la pression peut s'écrire :

$$P = P_{polytrophe} + P_{thermique} \quad (4.8)$$

$P_{polytrophe}$ est créée par les électrons relativistes dégénérés ainsi que (aux hautes densités) par les actions répulsives des forces nucléaires, tandis que le deuxième terme est dû à la pression dans la matière chauffée par le choc.

La pression polytropique $P_{polytrophe}$ s'écrit :

$$P_{polytrophe} = K_1 \rho^{\Gamma_1} \quad \text{si } \rho < \rho_{nucleaire} \quad (4.9)$$

$$= K_2 \rho^{\Gamma_2} \quad \text{si } \rho \geq \rho_{nucleaire} \quad (4.10)$$

avec $\rho_{nucleaire} \simeq 2.10^{14} \text{ g.cm}^{-3}$, $\Gamma_2 \sim 2.5$ (indice adiabatique nucléaire). Γ_1 quant à lui a la valeur qui correspond à un gaz idéal d'électrons ultra-relativistes dégénérés : $\Gamma_1 = 4/3$. La pression thermique s'écrit pour un gaz idéal : $P_{th} = (\Gamma_{th} - 1)u_{th}$ où $\Gamma_{th} \sim 1.5$ avec $u = u_p + u_{th}$, u désignant la densité d'énergie.

Modèles initiaux

L'étoile dans l'état initial est en équilibre rotationnel. La vitesse angulaire de rotation est donnée par :

$$\Omega(r) = \Omega_0 [1 + (\frac{r}{A})^2] \quad (4.11)$$

où r est la distance par rapport à l'axe de rotation, et A est un paramètre libre déterminant la distribution initiale de moment angulaire.

Pour A très grand par rapport à la taille du modèle initial, la configuration est celle d'un rotateur rigide. Au contraire, pour A très faible devant cette taille, la rotation est fortement différentielle. Les auteurs ont ainsi choisi 4 valeurs de A différentes et 5 valeurs initiales pour β , ce qui donne 18 modèles initiaux.

Pour $A = 5.10^9 \text{ cm}$ et $\beta_i \geq 1\%$, aucun équilibre n'est atteint. Au contraire, pour $A = 10^7 \text{ cm}$ et $\beta_i \geq 1.8\%$, la densité maximale est excentrée, ce qui signifie que la densité est stratifiée selon un tore. L'effondrement a été simulé en changeant brusquement Γ en Γ_r , avec 5 valeurs différentes de Γ_r . Au total, on obtient 78 modèles différents.

Hydrodynamique et émission gravitationnelle

De ce point de vue, on retiendra uniquement que les simulations ont été effectuées en coordonnées sphériques et que la symétrie axiale et équatoriale a été conservée. Cet aspect-là est important puisque des observations récentes ont montré que les polarisations de plusieurs supernovae suggéraient des explosions fortement dissymétriques. Cependant, il faut distinguer ici l'asymétrie de l'explosion de l'asymétrie du cœur de fer en rotation au moment du rebond, et c'est de cette dernière que va dépendre la force du signal gravitationnel [62]. Le calcul du rayonnement gravitationnel (formule du quadrupôle) est fait en utilisant une approche post-newtonienne.

4.2.3 Dynamique de l'effondrement rotationnel

Le temps du rebond est défini comme étant le temps pour lequel la densité centrale atteint un premier maximum. Il dépend de Γ_r , selon la loi :

$$t_b(\Gamma_r) = (4/3 - \Gamma_r)^{-1} t_1 + t_0 \quad (4.12)$$

avec $t_1 \simeq 20.99 \text{ ms}$ et $t_0 \simeq 0.63 \text{ ms}$. On observe que t_b augmente avec le taux de rotation (car les forces centrifuges ralentissent l'effondrement).

Rebond

Un rebond est observé si la densité maximale (différente de la densité au centre en général) est supérieure à la densité nucléaire, ou si les forces centrifuges (qui augmentent pendant l'effondrement à cause de la conservation du moment angulaire) arrêtent l'effondrement.

La densité maximale est atteinte au centre du coeur dans pratiquement tous les modèles, mais certains modèles à rotation rapide et fortement différentielle et tous les modèles à très forte rotation différentielle montrent une densité maximale fortement excentrée. La densité centrale au rebond quant à elle est comprise entre 3.10^{12} et 4.510^{14} g.cm⁻³.

Noyau interne

Durant l'effondrement d'un objet polytropique sans rotation, une région centrale en effondrement cohérent, subsonique et homologue se forme. Ici, si la valeur initiale de β n'est pas trop forte, un noyau interne se forme aussi avec une vitesse de chute vers le centre proportionnelle à la distance par rapport au centre (caractère homologue de l'effondrement).

La masse du coeur au rebond dépend de la valeur de l'indice adiabatique réduit Γ_r , ainsi que du taux initial de rotation et de la distribution initiale de moment angulaire, mais dans une moindre mesure. Une valeur plus faible de Γ_r implique une réduction de pression plus grande et donc un effondrement plus rapide : en conséquence, le noyau interne sera de taille plus faible. Un effondrement plus rapide augmente aussi la pression dynamique contre laquelle le noyau lutte après le rebond. Dans les modèles où Γ_r est plus faible, le noyau oscillera donc moins.

On remarquera aussi que la période de rotation du coeur central au rebond est plus grande pour des valeurs de Γ_r plus fortes, d'autant plus que la rotation initiale est rapide. Ceci peut être expliqué par les rayons plus grands dans le cas de noyaux internes en forte rotation.

Evolution de la densité centrale

Dans la plupart des modèles dans lesquels le rebond a lieu pour des densités plus grande que la densité nucléaire, le noyau ne montre que quelques faibles oscillations radiales après le rebond (variations $\lesssim 20\%$) autour de sa configuration finale, qui est établie au bout de quelques millisecondes après le rebond. Seuls les modèles avec $\Gamma_r \geq 1.32$ connaissent un grand nombre de faibles oscillations radiales amorties d'amplitude initiale très importante : la densité centrale varie ainsi d'un facteur 5 ou 10.

Les modèles connaissant un rebond dû aux forces centrifuges montrent des oscillations de grande amplitude du noyau, avec des variations d'un facteur 10 au moins de la densité centrale.

Evolution du taux de rotation

À cause de la conservation du moment cinétique, les effets de la rotation deviennent plus important durant l'effondrement, et le paramètre β augmente donc.

Quelques modèles dépassent ainsi la valeur critique pour l'apparition d'instabilités séculaires β_{sec} (perturbations triaxiales), mais restent en dessous de la valeur critique pour l'apparition d'instabilités dynamiques (β_{dyn}). Aucun des modèles en rotation rigide initiale ne montrent un tel comportement. Ceux qui dépassent les valeurs critiques ne restent dans ces régimes instables que durant quelques millisecondes (quelques dizaines au plus). Cependant, il n'est pas clair si une telle durée est suffisante pour que de telles instabilités se développent en réalité.

Trois des modèles en rotation différentielle forte dépassent β_{dyn} pour quelques millisecondes. Cependant, un noyau de Fer réaliste est probablement en rotation rigide et peu rapide ; ces modèles sont donc particulièrement extrêmes.

4.2.4 Le signal gravitationnel

L'évolution du moment quadrupolaire peut être divisée en trois phases distinctes : la chute, le rebond, et la phase d'après rebond. Avant le rebond, l'effondrement accompagné de l'aplatissement du noyau donne une amplitude positive pour h_+ qui augmente de manière monotone. La fin brutale de l'effondrement et l'expansion du noyau central provoque la variation rapide de Q , et donc une amplitude h_+ qui augmente avant le rebond, puis atteint un maximum local. Ensuite, h_+ décroît rapidement, et finalement devient négative. L'intervalle de temps entre le maximum et le minimum

varie de 0.5 à 11 ms. Dans un petit nombre de modèles, apparaît un pic de faible amplitude entre le maximum et le minimum, qui disparaît si Γ_r diminue.

Après le rebond, beaucoup de modèles donnent des signaux de type I (voir paragraphe 4.1), et pour $\Gamma_r \sim 4/3$ apparaissent des signaux de type II. Les pics consécutifs sont corrélés avec les états de compression maximale du coeur (rebonds successifs). L'intervalle entre les pics est supérieure à 10 ms (5 ms pour les signaux de type I).

On trouve aussi des signaux de types intermédiaires entre le type I et II. Très similaires au type II, ils montrent un intervalle entre pics inférieur à 5-10 ms, avec des structures entre ces pics. D'autre part, si Γ_r diminue, on observe une transition progressive du type II vers le type I.

Les modèles avec $\Gamma_r = 1.28$ et $A \geq 5 \times 10^7$ cm forment un nouveau type de signal : le type III (pour des configurations initiales sans forte rotation différentielle) qui ne montre pas de pics distincts, mais plutôt de rapides (1 ms) oscillations post-rebond, avec une amplitude initialement positive, qui devient négative lors de la phase de “ring down”. On trouvera dans la figure 4.11 des exemples de formes d'ondes obtenues pour les 3 types de signaux décrits.

Les formes semblent indépendantes de la densité centrale (au rebond), même si h_+ est plus petite pour les modèles dont le rebond a lieu pour $\rho < \rho_{nuculaire}$. L'amplitude h_+ augmente (resp. diminue) avec β_i pour de petits (resp. grands) taux de rotation initiale (inférieurs à quelques %). Tout d'abord, h_+ augmente en raison de la déformation du noyau, et d'un moment quadrupolaire qui augmente avec la rotation. Ensuite, pour des forts taux de rotation, les forces centrifuges deviennent importantes, et provoquent le rebond pour des densités sub-nucléaires. Le rebond dans ce cas-là est plus lent qu'un rebond causé par la dureté de l'équation d'état.

On remarquera enfin que pour les modèles avec $\Gamma_r \leq 1.31$, l'amplitude du signal croît quand A décroît (rotation de plus en plus différentielle).

Spectre en énergie

La densité spectrale en énergie peut être calculée par :

$$\frac{dE}{d\nu} \propto \nu^2 |\tilde{A}(\nu)|^2 \quad (4.13)$$

et l'énergie émise sous forme gravitationnelle est donc :

$$E_{OG} = \int_0^\infty \frac{dE}{d\nu} d\nu \quad (4.14)$$

Le spectre est concentré dans la bande [50 Hz, 3 kHz], avec une plus forte densité entre 500 et 1000 Hz. Les modèles dont le rebond intervient pour $\rho < \rho_{nuculaire}$ ont un spectre qui chute rapidement au-delà de 1 kHz. Les signaux de type II ont un spectre oscillant, oscillations qui disparaissent lors de la transition vers le type I. Ces oscillations apparaissent peu après le deuxième rebond, et le spectre est peu sensible à β_i et à A . La figure 4.12 montre les spectres en énergie pour les formes d'ondes de la figure 4.11.

La fraction d'énergie E_{OG} est comprise entre $6 \times 10^{-11} M_\odot c^2$ et $8 \times 10^{-8} M_\odot c^2$ durant les premières oscillations du noyau. On trouve alors que :

$$4 \times 10^{-25} \leq |h^{TT}| \leq 4 \times 10^{-23} \quad \text{à } 10 \text{ Mpc} \quad (4.15)$$

Les signaux les plus forts sont produits pour une lente rotation initiale et Γ_r , ou une rotation initiale rapide très fortement différentielle et $\Gamma_r < 1.3$. Le premier cas implique un rebond quand $\rho < \rho_{nuculaire}$ avec une forte décélération du noyau qui s'effondre, et donc une variation rapide du moment quadrupolaire. Dans le second cas, le moment quadrupolaire est plus grand à cause de la rotation rapide (mais sa variation est moins rapide).

4.2.5 Discussions

Pour une sous-classe de modèles, le rebond est provoqué par les forces centrifuges à des densités sub-nucléaires, et pour un taux de rotation donné, la densité au rebond diminue quand Γ_r et A

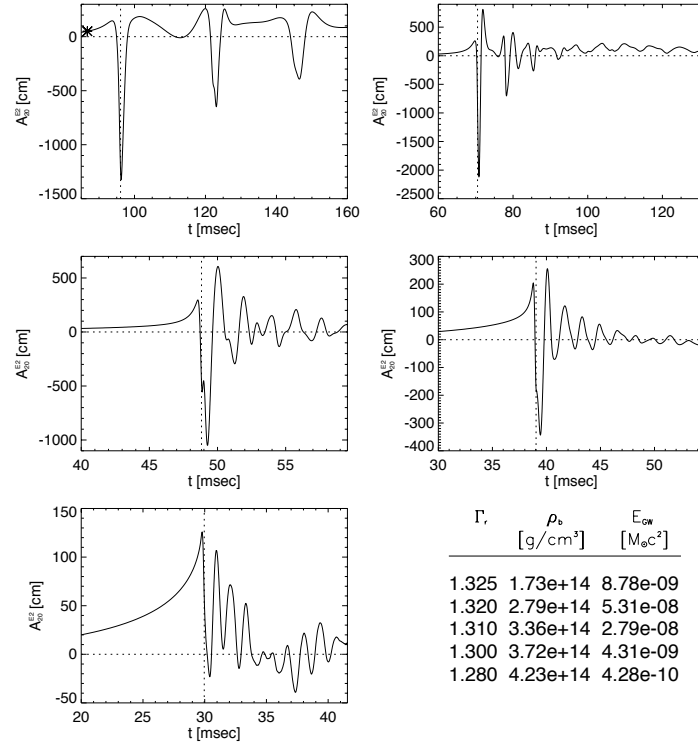


Figure 4.11: Exemples de formes d'onde obtenues par [76]. Deux signaux de type II (en haut), deux signaux de type I (au milieu) ou de type intermédiaire entre I et II, et un signal de type III.

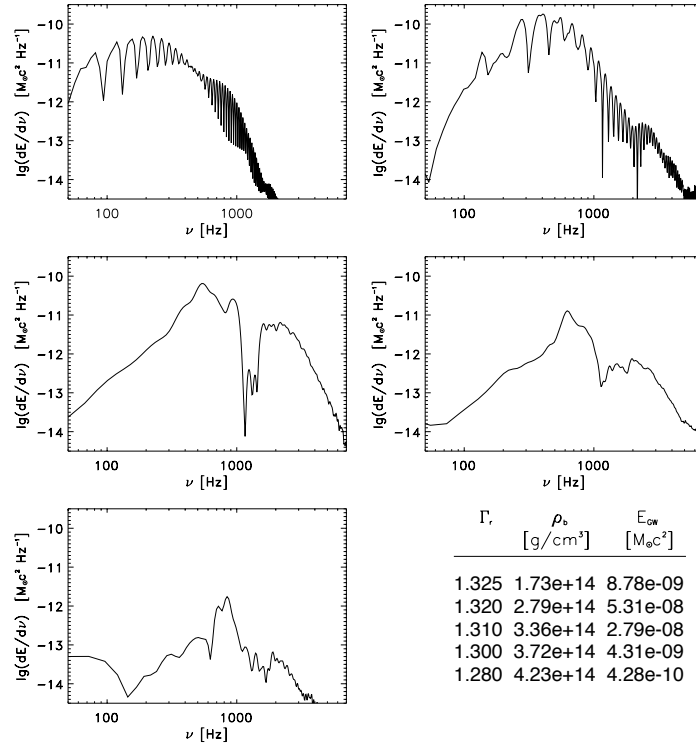


Figure 4.12: Spectres en énergie pour des signaux du catalogue ZM, correspondant aux formes d'onde de la figure 4.11.

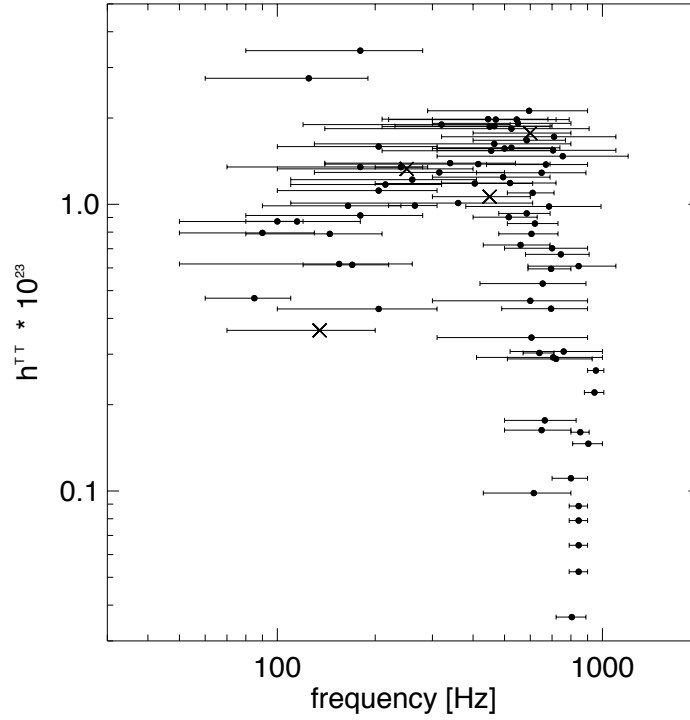


Figure 4.13: Amplitude des signaux du catalogue de Zwerger et Müller en fonction de la fréquence [76]. Les croix représentent les résultats de [69].

croissent. Ceci donne lieu à des oscillations de grande amplitude du noyau central. Les signaux de type I (des pics suivis de *ring down*) apparaissent lorsque $\Gamma_r < 1.31$, tandis que les signaux de type II (nombreux pics séparés) interviennent quand $\Gamma_r > 1.32$. Lorsque Γ_r diminue de 1.325 à 1.28, une transition vers un autre type est observé ; les signaux de type III apparaissent pour $\Gamma_r = 1.28$, avec une grande amplitude positive lentement croissante suivie d'une petite amplitude négative. La figure 4.13 montre les amplitudes maximales de tous les signaux du catalogue de Zwerger et Müller en fonction de la fréquence caractéristique de ces signaux.

Le modèle hydrodynamique utilisé était ici newtonien. Or, on sait que la relativité générale peut déstabiliser les étoiles, si $\frac{GM}{Rc^2} \sim 1$. En effet, la valeur critique de l'indice adiabatique passe de $4/3$ à $4/3 + k \frac{GM}{Rc^2}$. Au rebond, Zwerger et Müller ont observé une valeur $\frac{GM}{Rc^2} \leq 0.2$, ce qui indique que les effets relativistes peuvent être assez forts.

D'autre part, lors de l'effondrement des instabilités peuvent se produire ; elles transforment alors le coeur en barre, et une cassure de la barre peut même intervenir (si $\beta > \beta_{dyn} \sim 0.27$), d'où une forte émission potentielle d'ondes gravitationnelles. Ces aspects d'instabilités de rotation dans la proto-étoile à neutrons seront plus particulièrement détaillés dans le paragraphe suivant.

4.3 Instabilités dans les étoiles à neutrons

Même si la supernova elle-même n'est pas très efficace quant à l'émission gravitationnelle, la phase post-supernova peut être très riche de renseignement sur l'émission, comme on a pu le voir dans le chapitre précédent. Peu de temps après la formation de l'étoile à neutrons, en cas de forte rotation, des instabilités sans symétrie axiale peuvent croître. Une telle rotation peut s'obtenir soit dans un effondrement dans lequel la proto-étoile à neutrons garde tout le moment angulaire du progéniteur, soit lors d'une accréation de masse dans un système binaire.

Des instabilités triaxiales peuvent se développer ce qui donnerait quelques événements par an détectables jusqu'à l'amas de la Vierge. De telles détections pourraient conduire à des contraintes sur l'équation d'état de la matière, la viscosité interne, ainsi que le champ magnétique. D'autre part, des instabilités convectives à l'intérieur de la nouvelle étoile à neutrons peuvent se développer.

4.3.1 Instabilités induites par la rotation

Si la rotation du coeur est assez importante, le noyau s'aplatit avant d'atteindre la densité nucléaire, ce qui amène à une instabilité qui transforme le coeur en une configuration en barre qui tourne autour de son axe transverse [116, 119]. Ces instabilités peuvent éventuellement fragmenter la barre en deux morceaux ou plus qui tournent alors les uns autour des autres, ce qui donne une configuration qui ressemble fortement à la phase terminale des la coalescence de binaires systèmes.

Ce système perd alors de l'énergie sous forme gravitationnelle (jusqu'à $10^{-3}M_{\odot}c^2$). De tels événements pourraient être vus par VIRGO jusqu'à une distance de 50 Mpc (ou au maximum à 10 Mpc pour une onde de fréquence 1 kHz). De manière générale, ces instabilités donnent naissance à des signaux qui s'étendent sur des durées supérieures à une seconde, et deviennent quasi-périodiques (voire même périodiques)[126, 122, 120].

Cependant, des signaux impulsifs de fréquence de l'ordre de 1 kHz, sur des temps de quelques centaines de millisecondes sont aussi possibles. L'amplitude caractéristique de tels signaux s'écrit alors :

$$h \sim 2.7 \times 10^{-20} \left(\frac{10 \text{ Mpc}}{D} \right) \left(\frac{M}{1.4 M_{\odot}} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^{\frac{1}{4}} f^{-1/5} \quad (4.16)$$

L'effondrement dans ces modèles reste approximativement à symétrie axiale, et l'émission gravitationnelle reste donc assez faible. Puis sous l'effet de la rotation, un objet triaxial se forme éventuellement et l'émission a une fréquence caractéristique de l'ordre de 1 kHz (jusqu'à quelques kHz). Enfin, la rotation casse la barre et provoque l'émission d'un fort signal gravitationnel. Dans un autre scénario, l'effondrement dure environ une seconde, puis le noyau stagne dans un état d'équilibre axisymétrique, et des instabilités **séculaires** se développent. La transition d'une configuration en barre vers une ellipsoïde dure de dix secondes à quelques minutes et l'émission est caractérisée par une fréquence de l'ordre de 100 Hz qui décroît progressivement vers zéro, avec une amplitude qui varie de façon non monotone.

Lors de l'accrétion de matière d'un compagnon dans un système binaire, des instabilités se développent au fur et à mesure que la rotation augmente, et l'émission gravitationnelle est quasi-monochromatique. Si le paramètre β (rapport Énergie cinétique sur Énergie de rotation) dépasse une valeur critique β_{sec} pendant l'effondrement, on assiste alors à la formation et au développement d'une barre. Dans ces modèles, la fréquence caractéristique d'émission est $f \propto R_0^{-3/2}$, et est donc très sensible au modèle utilisé.

Dans des simulations similaires [124], pour un taux de rotation initiale $\beta_i > \beta_{dyn}$, un signal gravitationnel impulsif est émis, quand le noyau dévie de la symétrie axiale par croissance des instabilités dynamiques. Quand le paramètre β_i augmente (excitant les modes "barre"), un faible signal quasi-sinusoidal se développe et grandit pour devenir une véritable bouffée gravitationnelle. La fréquence d'émission augmente avec le taux de rotation, tandis que l'amplitude h dépend de l'angle d'observation (et peut varier de 50 %), ce qui n'est pas le cas de la fréquence ni de la phase du signal. D'autre part, la durée elle-même du sursaut diminue si β_i augmente, et la luminosité pic augmente quand β_i croît et avec une vitesse de rotation croissante. La fraction d'énergie libérée sous forme gravitationnelle, $\frac{\Delta E}{Mc^2}$ augmente avec β_i puis rediminue pour une certaine valeur de β_i (puisqu'à partir d'un certain taux de rotation, le noyau retrouve quasiment une symétrie axiale).

Avec un temps typique noté $t_D = \left(\frac{R_{eq}^3}{GM} \right)^{\frac{1}{2}}$ où R_{eq} est le rayon équatorial et M la masse de l'étoile à neutrons, on obtient des caractéristiques de l'émission gravitationnelles qui sont résumées dans la table 4.2.

En fait, les durées τ des signaux sont de l'ordre de 10 à $50 \times t_D$, ce qui nous donne $\tau \sim 1\text{-}5$ ms pour $R_{eq} \sim 10$ km et $\tau \sim 10$ ms pour $R_{eq} \sim 20$ km.

En outre dans de nombreux modèles, on tient compte de la croûte solide des étoiles à neutrons qui induit une activité tectonique [89]. L'énergie élastique dissipée est suffisante pour produire des sursauts dans la période de rotation de jeunes pulsars et pour induire des changements dans le champ magnétique de surface. Une fraction de l'énergie magnétique initiale est libérée sous forme de photons de haute énergie, et ce serait une des explications invoquées pour les *soft gamma ray repeater*. L'énergie élastique libérée excite des modes non-radiaux, amorties par l'émission gravitationnelle. Ces étoiles d'un champ magnétique de l'ordre de $10^{14}G$ émettent alors dans le domaine du kHz ; la fréquence d'oscillation croît et le temps d'amortissement décroît avec la masse

R_{eq}	10 km	20 km
t_D	7.3×10^{-5} s	2.1×10^{-4} s
h_{max} (at 10 Mpc)	$8-10 \times 10^{-22}$	$4-6 \times 10^{-22}$
f_{grav}	3000-3500 Hz	1100-1300 Hz
$\Delta E_{grav}/(Mc^2)$	$30-80 \times 10^{-4}$	$3-7 \times 10^{-4}$

Tableau 4.2: Caractéristiques (durée, amplitude maximale, fréquence, énergie gravitationnelle) de l'émission gravitationnelle d'étoiles à neutrons soumises à des instabilités de rotation

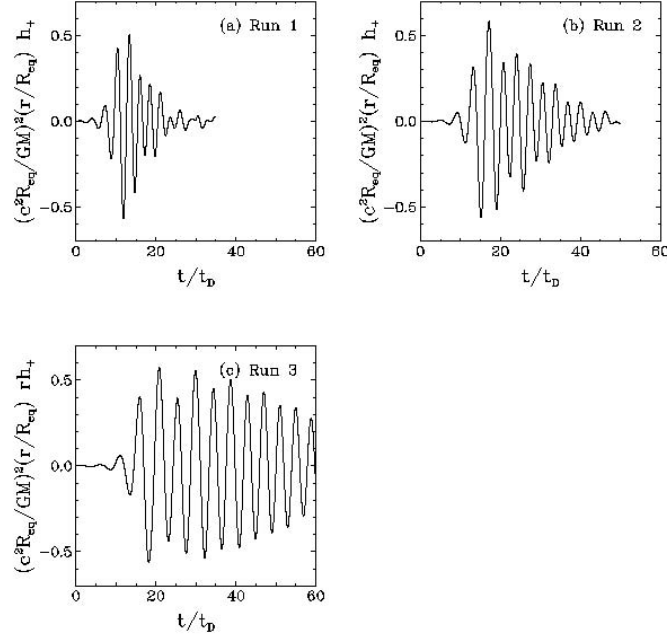


Figure 4.14: Exemples de formes d'ondes pour des instabilités dans des étoiles à neutrons [124].

de l'étoile quelque soit l'équation d'état, mais leurs valeurs en dépendent fortement. Les étoiles les moins massives produisent les amplitudes les plus importantes et pourraient être accessibles au delà de notre Galaxie. L'amplitude typique prend la forme :

$$\begin{cases} h(t) &= h_0 e^{i\omega_n t} e^{-\frac{t}{\tau_n}} \\ h_0 &= 2 \left(\frac{GE}{c^3 \tau_n} \right)^{1/2} \frac{1}{\omega_n} \frac{1}{r} \end{cases} \quad (4.17)$$

où τ_n varie de 100 ms à quelques secondes et $\omega_n/2\pi$ vaut entre 1 et 2 kHz.

Bien entendu, des études de coïncidence entre détecteurs de sursauts gammas et interféromètres devraient être riches d'informations.

La figure 4.14 représente la forme attendue de l'onde émise par des étoiles à neutrons soumises à de telles instabilités de rotation. La figure 4.15 quant à elle représente le spectre en énergie des signaux correspondants [124]. Les figures 4.16 et 4.17 représentent les signaux obtenus par [126]. La figure 4.17 en particulier représente l'amplitude caractéristique de ces signaux $h_c(f) \sim h\sqrt{n}$ (où n est le nombre de cycles à une fréquence donnée), ainsi que le niveau de sensibilité du détecteur LIGO II.

Le rapport $\beta = T/W$ peut en outre augmenter d'un facteur 2 après l'effondrement [115]. D'une manière générale, les forces centrifuges peuvent inhiber l'effondrement. Dans les modèles de rotation les plus rapides, le facteur de stabilité β dépasse la valeur critique pour l'apparition d'instabilités dynamiques, mais tout en ayant $\beta \sim \beta_{sec}$ avant l'effondrement. Ce sont donc des

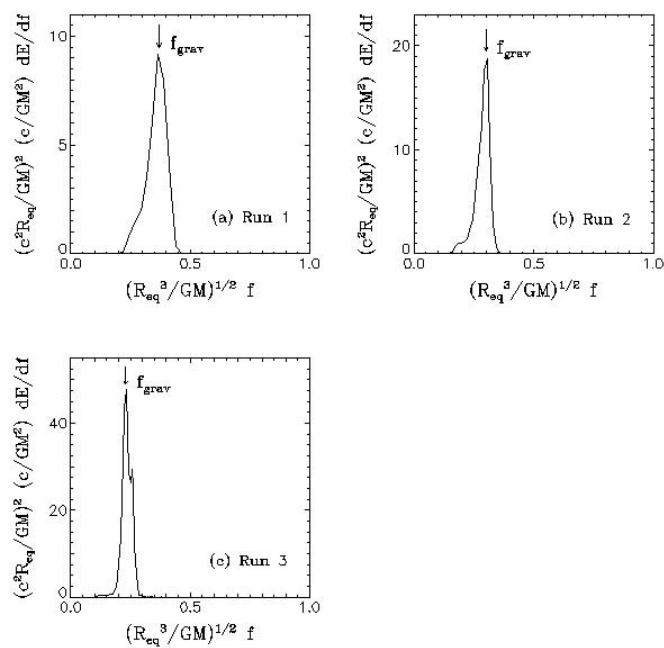


Figure 4.15: Spectre en énergie correspondant [124].

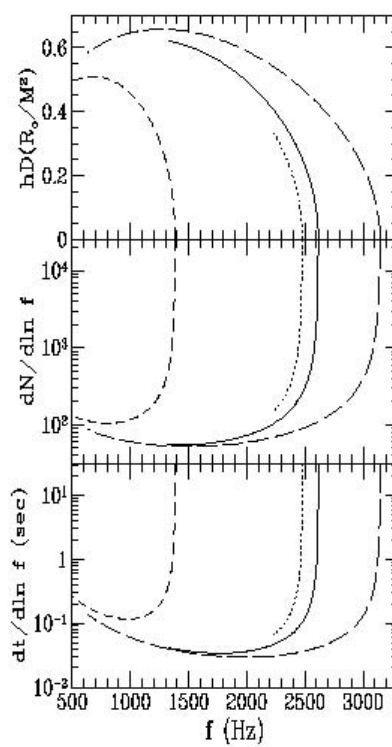


Figure 4.16: Caractéristiques de l'émission gravitationnelles pour une étoile à neutrons : amplitude en fonction de la fréquence, nombre de cycles pour une fréquence f , et temps caractéristique de l'évolution [126].

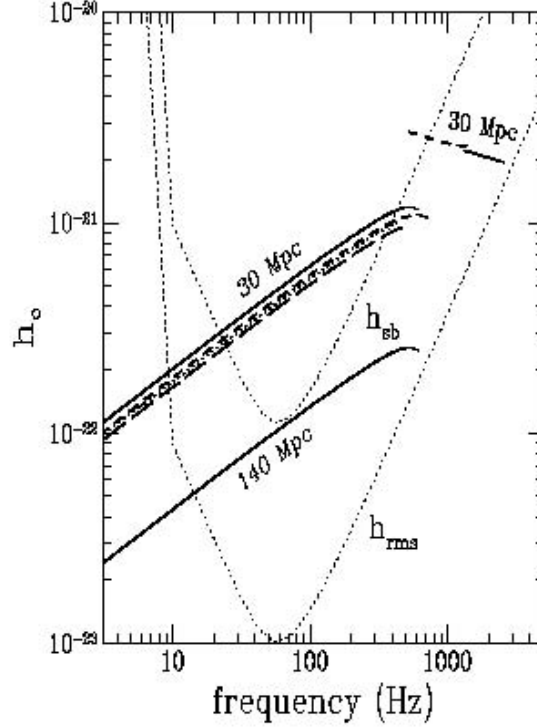


Figure 4.17: Comparaison entre les amplitudes caractéristiques pour les instabilités décrites au chapitre précédent (ligne plein à gauche), et des instabilités impulsionnelles (à gauche). On trouve aussi la limite RMS du bruit du détecteur LIGO II [126].

modèles irréalistes puisqu'un tel objet ne s'effondrerait pas. La quantité importante à considérer semble donc être le rapport T/W du noyau interne (densité $> 10^{10} \text{ g.cm}^{-3}$).

Les valeurs exactes de β_{sec} et β_{dyn} semblent pourtant incertaines. Ainsi, dans certaines simulations des instabilités dynamiques se développent pour $\beta \leq \beta_{dyn}$ [105]. L'échelle de temps pour le développement de telles instabilités est $t_D = (R_E^3/GM)^{1/2}$ pour une sphère de rayon R_E et de masse M (6 ms pour $R_E \sim 200$ km). Une analyse des modes dans la distribution de densité, où chaque mode est caractérisé par une fréquence et une vitesse caractéristique (on calcule les $C_m(\theta, z) \propto \int_0^{2\pi} \rho(\theta, z, \phi) e^{-im\phi} d\phi$) montre que le mode $m = 1$ croît tout d'abord exponentiellement, puis c'est le mode $m = 2$ qui se développe (puis $m = 3$ et $m = 4$ plus tard). Ils se développent sur des échelles de temps dynamiques, ce qui prouve que ce sont bien des instabilités dynamiques. Le mode $m = 1$ commence ainsi à apparaître à partir de $\beta = 0.12$, alors que la valeur acceptée habituellement est de l'ordre de 0.14. La table 4.3 donne les vitesses de croissance et les fréquences caractéristiques pour les modes $m = 1$ et $m = 2$ pour deux valeurs de β .

β	vitesse croissance $m = 1$	vitesse $m = 2$	fréquence $m = 1$	fréquence $m = 2$
0.14	0.40	0.90	3.5	7.2
0.18	0.98	1.5	3	3 - 6

Tableau 4.3: Vitesse de croissance et fréquence caractéristiques des modes $m = 1$ et $m = 2$ de la distribution de densité des étoiles à neutrons soumises à des instabilités dynamiques.

L'amplitude pic possédera une fréquence autour de 200 Hz et $h \sim 10^{-24}$ à 20 Mpc (pour $M \sim 1.4M_\odot$ et $R_E \sim 200$ km). Pour des étoiles supermassives contractées de telle manière que $GM/Rc^2 \sim 1/15$ (valeur typique), $f \sim 3.5 \times 10^{-3}$ Hz et $h \sim 10^{-18}$, pour $\beta \sim 0.14$, et $h \sim 10^{-17}$ pour $\beta = 0.18$ pour une source à 20 Mpc. Dans ce cas-là, le signal se trouve en dehors de la bande de détection des interféromètres terrestres.

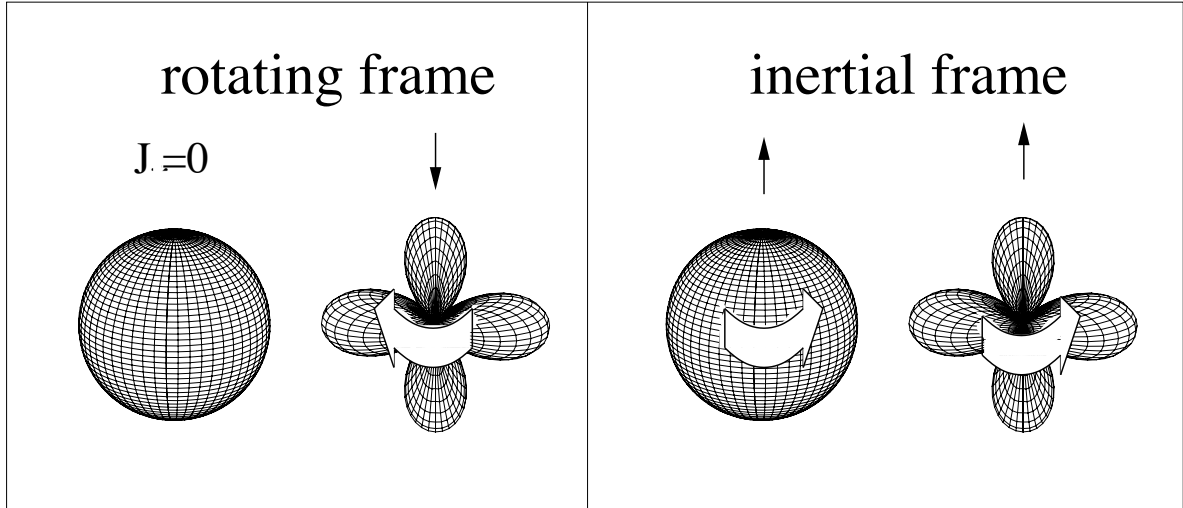


Figure 4.18: Illustration des conditions d'apparition de l'instabilité CFS. Une étoile perturbée peut être vue comme la superposition d'un fond en rotation uniforme et d'une perturbation non axisymétrique. Un mode est instable si il est rétrograde par rapport à un observateur dans le fluide (à gauche), mais apparaît prograde dans un repère inertiel (à droite).

4.3.2 Les r-modes

Pour une étoile sans rotation, une analyse des modes d'oscillation nous amène à deux modes $\pm\omega$. Ces deux modes sont perturbés différemment par la prise en compte de la rotation. Un mode se déplaçant dans le sens négatif sera attiré dans l'autre sens par la rotation stellaire, et si l'étoile est en rotation assez rapide, ce mode sera un mode prograde par rapport à un repère inertiel (observateur éloigné par exemple). Pendant ce temps, le mode se déplace dans le sens rétrograde dans le repère en rotation. Les ondes gravitationnelles pour un tel mode emportent du moment cinétique positif, mais puisque le fluide perturbé tourne en fait plus lentement qu'il ne le ferait en l'absence de perturbation, le moment cinétique du mode rétrograde est négatif. L'émission d'ondes gravitationnelles rend donc le moment cinétique de plus en plus négatif et conduit à une instabilité [83] (Instabilités Chandrasekhar-Friedman-Schutz). Ce mécanisme n'est bien entendu pas propre au rayonnement gravitationnel (voir figure 4.18).

Le fait que l'émission d'un rayonnement gravitationnel peut causer une croissance de l'énergie de ces modes dans le repère en rotation, en dépit de sa décroissance dans le repère inertiel, peut sembler étrange. En fait, les deux énergies E_r (énergie dans le repère en rotation) et E_i (énergie dans le repère inertiel) sont reliées par :

$$E_r = E_i - \Omega J \quad (4.18)$$

E_r peut donc augmenter si E_i et J augmentent tout deux. Quand le mode rayonne du moment cinétique, l'étoile peut donc trouver un état rotationnel de moment cinétique plus petit **et** de plus basse énergie. Sous ces conditions, l'amplitude des modes peut augmenter.

Les r-modes sont des oscillations de fluide avec une dynamique dominée par la rotation. Ils sont similaires aux ondes de Rossby (océans), et la force de rappel est la force de Coriolis, perpendiculaire à la vitesse. Le mouvement du fluide ressemble donc à des motifs de circulation (en oscillation). Dans un fluide parfait, ces r-modes sont instables pour tous les taux de rotation. Ceci dit, les étoiles ne sont pas des fluides parfaits, et sont soumises à des processus de dissipation interne qui tendent à amortir les modes d'oscillation. Le mode est alors stable si son temps d'amortissement τ est positif, instable autrement. L'échelle de temps de rayonnement gravitationnel τ_G dépend lui de la fréquence de rotation tandis que l'échelle de temps "visqueuse" dépend aussi de la température.

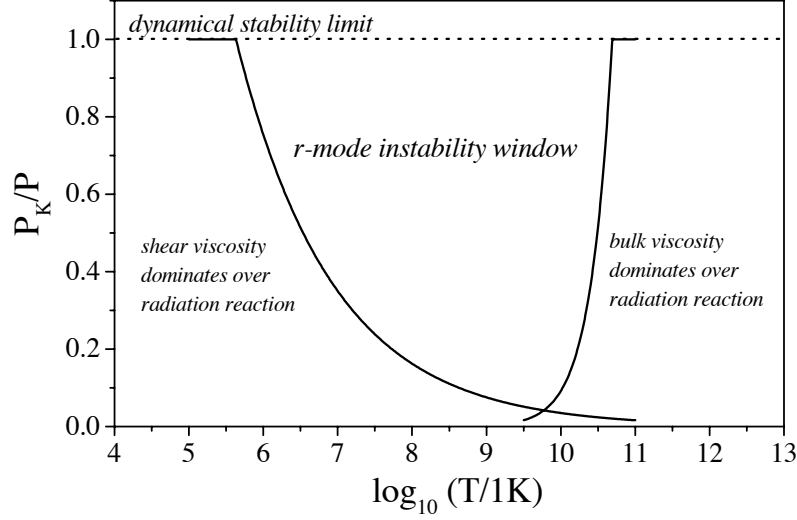


Figure 4.19: Les taux de rotation critiques pour lesquels la viscosité de cisaillement (à basse température) et la viscosité globale (à haute température) compensent la réaction au rayonnement gravitationnel à cause des courants multipolaires des r-modes. L'instabilité est donc active dans la fenêtre qu'on peut voir sur la figure (d'après [106]).

On peut alors montrer que la dissipation due à la viscosité de cisaillement domine la croissance du mode à basse température, tandis que la viscosité globale domine à haute température. Il existe donc une fenêtre d'instabilité pour ces modes de rotation (voir figure 4.19) [106].

On peut distinguer trois phases dans l'évolution de ces modes : une phase de **croissance**, lorsque le r-mode devient instable, environ 1 s après la supernova. Durant cette phase, une petite perturbation initiale croît exponentiellement sur une échelle de temps de l'ordre de la minute, tandis que le taux de rotation reste à peu près constant [112] [121]. Dans la phase de **saturation**, l'étoile tourne rapidement ($\dot{\Omega} \sim \Omega^7$) et émet des ondes gravitationnelles d'amplitude :

$$h(t) \simeq 4 \times 10^{-24} \left(\frac{\Omega}{\pi G \bar{\rho}} \right)^3 \alpha_{max} \quad (4.19)$$

pour une source à 20 Mpc, avec α_{max} l'amplitude maximale du mode. Alors que l'étoile ralentit sa rotation, le rayonnement devient plus faible, et la viscosité devient plus forte. Au bout d'un temps de l'ordre d'un an, l'étoile entre dans une phase de **décroissance**, où les modes de rotation sont stabilisés par la viscosité et l'amplitude du mode décroît sans que Ω ne change beaucoup.

L'amplitude caractéristique $h_c = h[t(f)] \sqrt{f^2/|df/dt|}$ pour de tels modes est alors [123] :

$$h_c = 6 \times 10^{-22} \left(\frac{f}{1\text{kHz}} \right)^{1/2} \quad (4.20)$$

toujours pour une source située à 20 Mpc. Pour les modes dominants ($m = l = 2$), l'onde gravitationnelle émergente a une fréquence :

$$f_{og} = \frac{2\Omega}{3\pi} \quad (4.21)$$

Sur les figures 4.20 et 4.21, on peut voir l'amplitude de l'onde émise représentée en fonction de la fréquence et du temps. Pour une source située dans l'amas de la Vierge, on a une amplitude au maximum de la phase de croissance de l'ordre de 10^{-23} . On a donc là une source potentiellement puissante de signaux impulsifs, mais aussi de signaux quasi-périodiques, qui nécessiteront donc une stratégie d'analyse particulière.

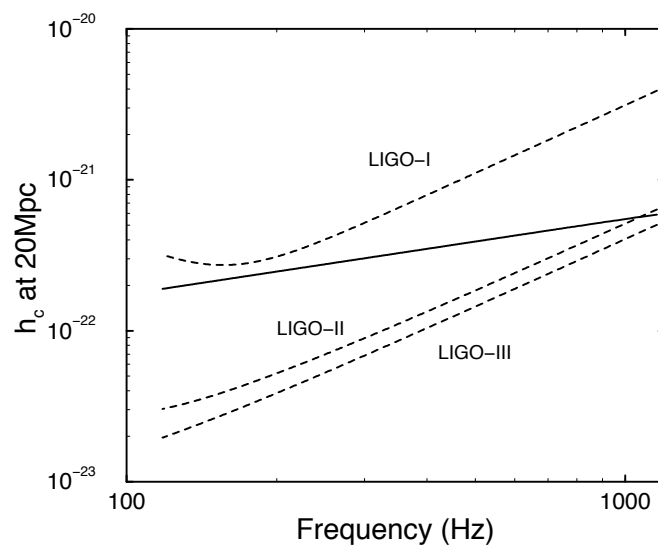


Figure 4.20: Amplitude caractéristique (ligne pleine) des r-modes en fonction de la fréquence [123]. Les courbes de sensibilité prévues pour LIGO I, LIGO II et LIGO III sont aussi représentées en trait pointillé.

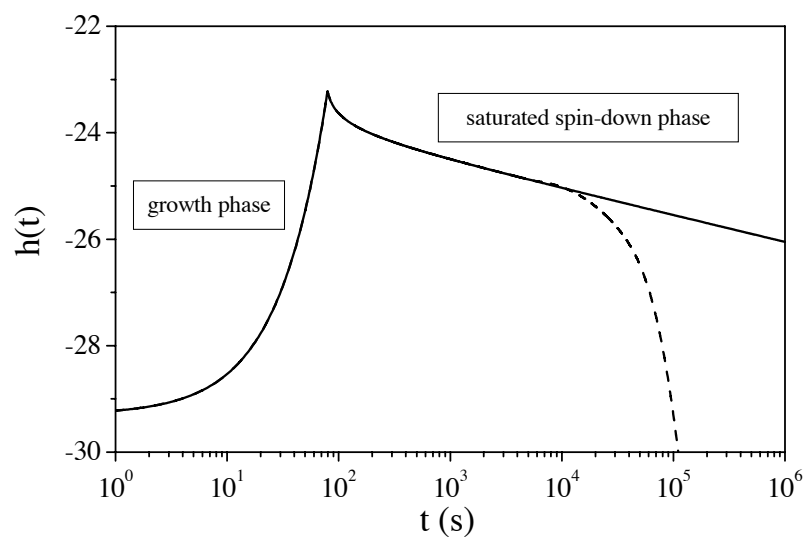


Figure 4.21: Amplitude sans dimension de l'onde gravitationnelle pour une excitation de type r-mode en fonction du temps. On peut voir les deux phases principales du signal [106].

4.3.3 Des quarks dans les étoiles

L'énergie totale rayonnée lors d'une explosion d'une étoile en supernova est égale à l'énergie de liaison de la jeune étoile à neutrons (quelques 10^{46} J). Seul 1% de cette énergie se retrouve sous forme d'énergie cinétique des ejecta, et le rayonnement sous forme de photons emporte une fraction de 1 % de l'énergie cinétique. 99 % de l'énergie est rayonnée sous forme de neutrinos. La majorité de ces neutrinos est émise durant la phase de refroidissement dite de Kelvin-Helmholtz. Durant la phase de l'effondrement, de la formation et de la propagation du choc, qui se déroule pendant quelques centaines de millisecondes, seulement 10 à 30 % des neutrinos sont émis. C'est cette bouffée de neutrinos qu'ont enregistrée en 1987 les détecteurs Kamioka et IMB lors de la supernova SN 1987A. Cependant, le signal reçu par le détecteur KII montra un intervalle de temps de 7 secondes environ entre les 8ième et 9ième événements (sur 19 au total), suivi par 3 autres événements [169]. Cette observation suggéra l'idée que certains processus pouvaient intervenir pour induire cette émission tardive de neutrinos ; en particulier les 3 événements de Kamioka pourraient être associés à une transition de phase dans la matière composant la jeune étoile à neutrons [110] [108].

L'absence d'une signature claire de la présence d'un pulsar dans le reste de la supernova jusqu'à présent suggère aussi que cette transition de phase a provoqué l'effondrement de l'étoile à neutrons en trou noir, *via* la formation d'un condensat de kaons, comme on l'a vu dans le chapitre précédent. L'existence d'un tel état exotique dans les étoiles à neutrons implique qu'une étoile à neutrons suffisamment massive devient métastable : l'apparition du condensat diminue en effet la masse maximum autorisée pour un tel objet [113] [118]. Après 100 s environ, un objet métastable s'effondre en trou noir, effondrement qui se déroule en moins d'une milliseconde, beaucoup moins que le temps de diffusion des neutrinos, et les neutrinos encore piégés dans les régions internes ne peuvent s'en échapper [109] [111]. Un tel processus devrait donc se traduire par un arrêt brutal dans le flux observé de neutrinos, et par le signal gravitationnel caractéristique de la formation d'un trou noir, c'est-à-dire les modes quasi-normaux. On a donc là un phénomène intéressant : le signal de la supernova, fort dans le domaine des neutrinos et faible dans le domaine gravitationnel, pourrait être suivi plusieurs secondes après, par l'arrêt du signal de neutrinos, ce qui est difficile à déterminer exactement vu la sensibilité des détecteurs actuels, et la présence d'un signal gravitationnel fort. Ceci permettrait bien évidemment de procéder à des expériences du type "temps de vol" pour remonter aux masses des neutrinos observés [167].

4.3.4 Instabilités induites par la convection

Les instabilités convectives dans les jeunes étoiles à neutrons peuvent durer jusqu'à une seconde après l'effondrement. Elles sont une source potentielle de rayonnement gravitationnel à cause de la distribution et du mouvement de masse anisotrope. Pour une étoile sans rotation initiale, les processus convectifs se déroulent essentiellement dans deux régions distinctes : a l'intérieur de la proto-étoile à neutrons immédiatement sous la neutrinosphère, et dans la bulle chauffée par les neutrinos à l'intérieur du choc ravivé [102]. La convection autour et sous la neutrinosphère provoquent une émission anisotrope de neutrinos qui est aussi une source d'ondes gravitationnelles.

Ainsi, pour une supernova située à 10 kpc, l'amplitude maximale que l'on peut espérer avoir pour les processus associés aux mouvement convectifs varie de 2×10^{-22} à environ 7×10^{-21} , et l'énergie totale émise va de $10^{-13} M_{\odot} c^2$ à $2 \times 10^{-9} M_{\odot} c^2$. Les mouvements convectifs à l'intérieur de la proto-étoile implique plus de masse et sont plus violents, de sorte que les amplitudes sont environ 10 fois plus grandes. Cependant, la plus grande partie du rayonnement gravitationnel provenant de la convection à l'intérieur de la proto-étoile est émise dans une bande de fréquence allant de 100 à 1 kHz, tandis que les mouvements convectifs de la "bulle chaude" génèrent des signaux dans une bande de fréquence allant de 100 Hz à quelques Hz.

En fait, les mouvements turbulents autour de la proto-étoile produisent un rayonnement de fréquence autour de 100-200 Hz, alors que les fréquences dominantes sont de l'ordre de 10 Hz quand la période de l'activité convective est courte et que la non-sphéricité du modèle est déterminée par l'expansion explosive (résultats de simulations en 2D). Une mesure précise de la fréquence du signal donnerait donc de précieuses informations sur la dynamique de l'explosion. De plus, le signal produit par cette convection interne étant de bien plus grande fréquence (autour de 1 kHz), cela permettrait aussi de distinguer les contributions des deux régions convectives au signal mesuré. D'autre part, les structures du signal gravitationnel sont bien corrélées avec les

tendances principales de l'émission de neutrinos si ces deux composantes sont bien associées à des processus dynamiques qui se produisent dans et autour de l'étoile. Là encore, l'étude en coïncidence d'observations neutrinos-détecteurs d'ondes gravitationnelles semble prometteuse.

L'émission anisotrope de neutrinos génère elle-même un signal gravitationnel. Pour les luminosités typiques dues aux neutrinos émis pendant la phase post-rebond, l'amplitude h peut être 2 à 10 fois plus grande que celle due aux mouvements convectifs.

Les simulations en 3D conduites à l'intérieur de la proto-étoile donnent, en revanche, un signal gravitationnel fortement réduit [102]. Les cellules de convection sont plus petites, bougent plus rapidement. Les amplitudes dues aux mouvements convectifs diminuent d'un facteur 30, celles dues aux neutrinos d'un facteur 10. L'énergie totale est 2 à 3 ordres de grandeur plus faibles en 3D. Les mêmes résultats sont attendus pour les mouvements turbulents à l'intérieur de la bulle chaude précédemment décrite.

Le signal gravitationnel de ces processus turbulents et convectifs semble donc être assez faible par rapport à d'autres sources potentielles (coalescence de deux étoiles à neutron, effondrement gravitationnel...). L'émission gravitationnelle due à l'émission de neutrinos dépend beaucoup de la durée de cette phase et de l'évolution temporelle de la luminosité totale des différentes espèces de neutrinos. Cependant, les effets combinés de la rotation, la convection à l'intérieur de la proto-étoile et le mouvement turbulent conduit par l'émission de neutrinos pourraient changer quantitativement les amplitudes des signaux attendus.

Bien entendu, le taux d'occurrence de tel événement est lié de très près aux taux de supernovae (optiques ou silencieuses). Cependant la fraction exacte d'étoiles à neutrons qui connaissent de tels instabilités est encore peu connue.

4.4 Naissance d'un trou noir

Un effondrement gravitationnel peut donner naissance à un trou noir, de deux manières différentes : un effondrement direct en trou noir, sans explosion en supernova, ou un effondrement retardé, par accréation qui amène la jeune étoile à neutrons dans une phase d'instabilité, jusqu'à l'effondrement en trou noir.

La rotation pourrait jouer un rôle important pour empêcher la formation d'un trou noir (en un temps dynamique, ou effondrement *prompt*) [132]. Ainsi, si le moment cinétique réduit $q \lesssim 0.5$, la rotation ne modifie pas la masse maximum autorisée pour une étoile sphérique M_{*max} . Mais d'un autre côté, si $q \lesssim 1$, la valeur seuil peut descendre à 70-80 % de la valeur de M_{*max} : la gravité propre de tels objets est supportée par la rotation rapide et différentielle. Pour l'effondrement d'objets avec $q \lesssim 0.5$, les chocs sont formés dans l'enveloppe sphérique autour du noyau. En conséquence, la hausse de température due au choc n'est efficace qu'autour de l'enveloppe et n'augmente pas l'énergie interne du coeur central. D'un autre côté, des chocs peuvent être formés d'une manière hautement non-sphérique près de la région de haute densité dans l'effondrement d'étoiles supermassives en forte rotation ($q \simeq 1$), à cause des forces centrifuges. À cause de la matière en accréation autour du plan équatorial, les chocs ne peuvent se développer de manière cohérente et peuvent empêcher l'effondrement en trou noir de ces objets supermassifs. Pour obtenir un disque d'accréation autour d'un trou noir, il faut que l'étoile avant l'effondrement soit un rotateur plutôt rigide, avec un paramètre de rotation $q \simeq 1$ pour une équation d'état "dure" et $q \ll 1$ dans le cas contraire. Un noyau de supernova juste avant l'effondrement a un indice adiabatique typique de l'ordre de 1.3 (l'équation d'état est "douce"). Un disque se forme donc, tant que la rotation n'est pas très importante.

Un choc se déplaçant dans une région où ρr^3 augmente sera ralenti, ce qui provoque aussi un ralentissement de la matière derrière le choc [136]. Tout d'abord, la décélération est causée par des ondes de pression soniques et, plus tard, quand le choc est au delà du point sonique, un choc "inverse" apparaît. La décélération peut même amener la matière en dessous de la vitesse de libération. Cette matière retombe alors vers le centre dans un temps de l'ordre de quelques heures et s'accrète sur le reste de la supernova. La quantité de matière qui subit cet effondrement dépend de l'énergie de l'explosion, mais éventuellement un trou noir pourra se former.

Un des moyens permettant la mise en évidence de l'émergence d'un trou noir dans une supernova est l'observation d'une luminosité caractéristique du phénomène d'accréation autour du trou noir [145, 137]. Cette luminosité peut se présenter sous la forme d'un plateau suivi d'une décroissance brutale [149]. On estime que 10 % des supernovae peuvent former des trous noirs,

soit un trou noir par millier d'années et par galaxie. En considérant un millier de galaxies dans un rayon de 20 Mpc de notre galaxie, on obtient environ un événement toutes les quelques années.

La diffusion de neutrinos diminue la densité de leptons (déleptonisation) et réchauffe le noyau pendant quelques 10 à 15 ms, et, à la fin de ce processus, une phase mixte composée de matière formée de quarks étranges peut apparaître; dans ce cas la masse maximum autorisée est plus basse [148]. Un trou noir peut alors se former [140, 142]. La formation de nouveaux états hadroniques est favorisée par l'abondance et la dégénérescence des neutrons, et la masse maximale de l'étoile diminue. Les caractéristiques de l'émission de neutrinos sont fondamentalement différentes de celle d'une étoile à neutrons classique (froide). Celle-ci est essentiellement transparente aux neutrinos. Lorsque l'effondrement commence, les températures, densités et taux de production de neutrinos sont à un maximum avant d'être brutalement interrompus par la formation du trou noir [139]. Une étoile à neutrons "chaude" sera au contraire opaque aux neutrinos, et, lorsque l'effondrement s'accélère, les luminosités de neutrinos diminuent graduellement. On trouve ainsi les énergies moyennes des neutrinos ν_e inhabituellement plus grandes que celles des $\bar{\nu}_e$ [150, 151, 152].

Des étoiles plus massives que $\sim 25M_\odot$ pourront s'effondrer en trous noirs après une explosion en supernova, tandis que les étoiles plus massives que $\sim 40M_\odot$ s'effondrent sans produire de supernova [141] (effondrement direct). On estime à environ 16 % le taux d'étoiles à neutrons formant des trous noirs (~ 9 % par accrétion, 7 % par effondrement direct), sans prendre en compte les accrétions hypercritiques dans les systèmes binaires (qui pourraient doubler ce rapport). Cette masse limite est bien entendu à modifier en cas de formation d'un condensat de quarks étranges ou de kaons [140].

4.4.1 Émission gravitationnelle

En théorie newtonienne, les oscillations non radiales d'une étoile peuvent être décomposées en modes normaux, correspondant à des fréquences propres. En Relativité Générale, ces modes normaux deviennent quasi-normaux [153], et possèdent des fréquences propres complexes. Ceci est dû au fait qu'une étoile perturbée radialement émet des ondes gravitationnelles qui amortissent les oscillations [133, 134, 135]. La partie imaginaire des ces fréquences propres est alors l'inverse du temps d'amortissement de ces modes. Pour les trous noirs, ces modes quasi-normaux sont purement gravitationnels, c'est l'espace-temps tout entier qui oscille, et les fréquences propres dépendent de paramètres qui quantifient la géométrie de l'espace-temps : la masse et le moment angulaire du trou noir. Des fréquences proches des modes quasi-normaux dans le spectre en énergie d'un trou noir signifient donc qu'une grande partie de l'énergie est émise par le trou noir, qui, perturbé, oscille jusqu'à ce que son énergie mécanique ait été rayonnée sous forme gravitationnelle.

Pour un effondrement irrotationnel, si la pression est basse, l'effondrement n'est pas ralenti et le trou noir possède beaucoup d'énergie mécanique résiduelle à émettre sous forme d'ondes gravitationnelles, et l'essentiel du spectre est concentré dans les modes quasi-normaux du trou noir [146] [147]. Au contraire, si la pression est assez forte, l'effondrement est lent, et le trou noir formé a peu d'énergie à rayonner par le biais de ses modes quasi-normaux. Le spectre d'émission (voir la figure 4.22 pour la forme de l'onde émise et son spectre en énergie) ne montre alors pas de pic prononcé autour de ces hautes fréquences, mais se déplace vers les plus basses fréquences. Pour un gradient de pression très fort, une onde de choc peut se propager dans le fluide et produire un rebond pendant l'effondrement. En fonction de la vitesse du rebond, l'énergie résiduelle à rayonner sous forme de modes quasi-normaux peut être plus ou moins importante. En général, la fréquence du pic dans le spectre ainsi que son amplitude décroissent avec une pression croissante. Un rebond lent ralentit l'effondrement et l'énergie émise décroît. L'efficacité d'émission ϵ (E_{og}/Mc^2) est de l'ordre de 3×10^{-7} pour une pression faible, et environ 5×10^{-8} pour une forte pression, et sans rebond. Pour un rebond rapide, $\epsilon \simeq 8 \times 10^{-8}$ et de l'ordre de 3×10^{-8} pour un rebond lent. Enfin, le rapport $\Delta\nu/\nu_{max}$ augmente lorsque la pression augmente [144].

Effondrement d'une étoile en rotation

Peu de simulations ont été faites sur le rayonnement gravitationnel lors de l'effondrement d'une étoile en rotation dans le cas de la formation d'un trou noir. Dans le cas d'un corps en rotation rigide, avec $\Gamma = 2$, si $a = Jc/GM^2 \geq a_{crit} \sim 1.2 \pm 0.2$, l'énergie de rotation domine et le rebond empêche l'effondrement [144]. Si $a < a_{crit}$ un trou noir se forme. Les formes d'ondes et les spectres en énergie sont approximativement indépendants des détails de l'effondrement. Le plus gros de

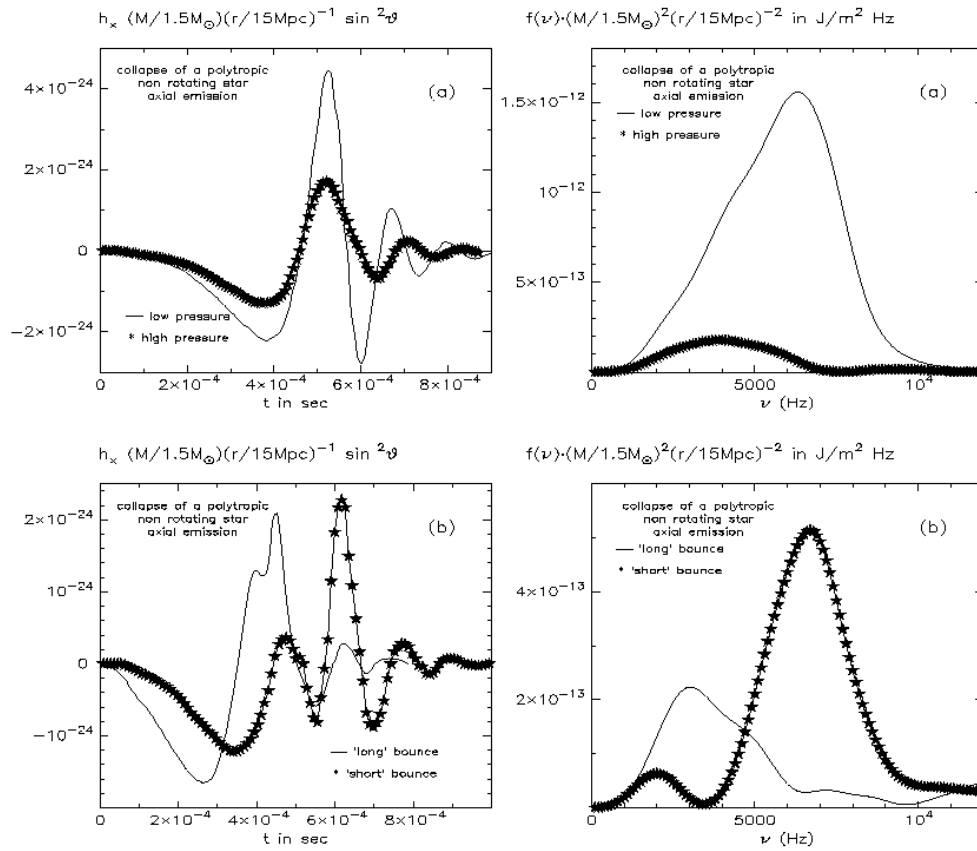


Figure 4.22: Exemples de formes d'ondes (h_x) pour un effondrement en trou noir d'une étoile de $1.5 M_\odot$ sans rotation, située à 15 Mpc. Ligne pleine : pression basse, ligne étoilée : pression haute. Pour (b), l'étoile subit un fort rebond avant de s'effondrer à nouveau. À droite, spectres en énergie de ces émissions [144].

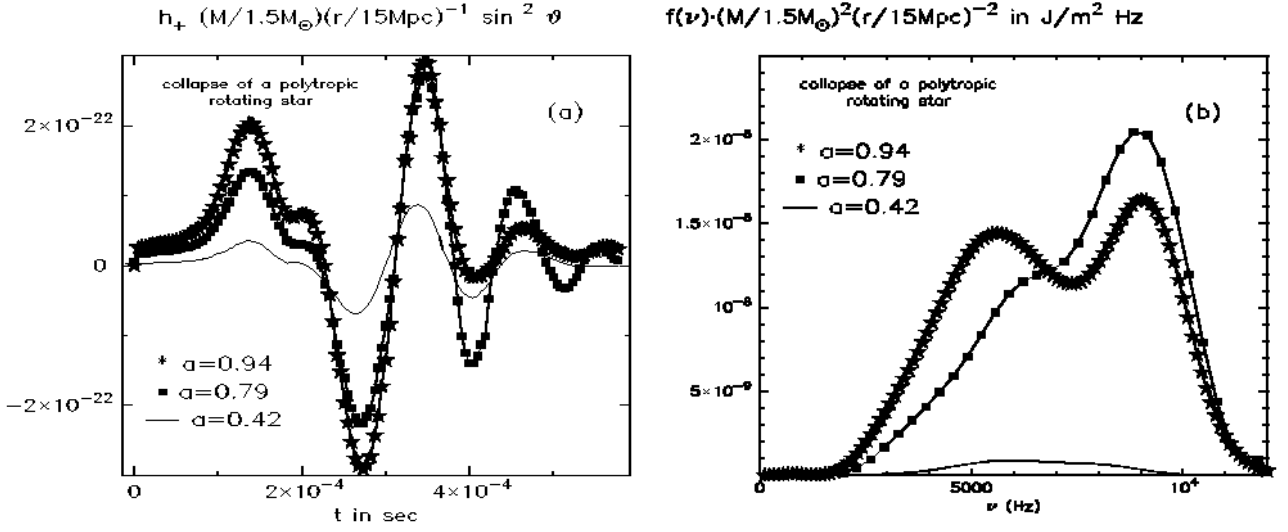


Figure 4.23: Composante h_+ et densité d'énergie moyenne par l'effondrement d'une étoile en rotation, en fonction du moment angulaire réduit a [144].

l'énergie est émise dans le mode fondamental quasi-normal et le maximum du spectre intervient pour une fréquence qui dépend de a . Ainsi, pour $a = 0.79$, $\nu_{max} \simeq 4.4$ kHz, et si $a = 0.94$, $\nu_{max} \simeq 4.6$ kHz. Ces fréquences sont proches du mode fondamental quasi-normal. La figure 4.23 montre la forme des ondes gravitationnelles émises ainsi que leur spectre en énergie.

Pour une rotation forte, l'étoile s'aplatit, et subit un rebond mais continue à s'effondrer jusqu'à former le trou noir. Ce processus amplifie la partie à basse fréquence du spectre qui montre un pic d'amplitude plus faible que celui attendu pour un mode quasi-normal. La réduction de pression qui simule l'effondrement est paramétrée par $f_p = p/p_{equilibre}$. Le rapport entre les maxima du spectre pour deux valeurs de ce paramètre 0.01 et 0.4 est de l'ordre de 5. En général, l'efficacité du processus est inférieure à 7×10^{-4} . De plus, les simulations faites supposaient une symétrie axiale; on peut donc supposer que des efficacités plus grandes peuvent être obtenues. On relèvera en outre que l'amplitude pic de l'énergie est proportionnelle à a^4 . Le comportement est différent quant il s'agit d'effondrement d'étoiles supermassives [138].

Dans [143], on peut trouver une forme analytique des modes quasi-normaux d'un trou noir de Kerr, en fonction de a et de M . Le signal s'écrit :

$$h(t) = h_s e^{-(t-t_s)/\tau_s} \sin \omega_s(t-t_s) \quad \text{pour } t \geq t_s \quad (4.22)$$

et zéro si $t < t_s$. Les modes étudiés sont caractérisés par un facteur de qualité $Q_s = \frac{1}{2}\omega_s \tau_s$. On peut exprimer les fréquences et temps d'amortissement du mode en fonction de a et de M par :

$$\omega_s = \frac{f(a)}{M}, \quad \tau_s = g(a)M, \quad (4.23)$$

avec $Q_s = f(a)g(a) \simeq 2(1-a)^{-0.45}$ et $f(a)$ est approximée par :

$$f(a) = [1 - 0.63(1-a)^{0.3}] \quad (4.24)$$

La valeur correspondante de la fréquence caractéristique du signal est alors :

$$f_s \simeq (1 - 0.63(1-a)^{0.3}) \left(\frac{10M_\odot}{M} \right) \times 3230 \text{ Hz} \quad (4.25)$$

Pour un trou noir en forte rotation ($a \sim 1$) et de quelques M_\odot , on obtient donc un signal de fréquence de l'ordre de quelques kHz. Les valeurs attendues de ω_s et τ_s nous permettent en outre, en inversant les relations, de connaître la masse et le moment angulaire à partir des modes d'oscillation du trou noir.

4.5 Fusion de deux objets compacts

La physique et les mécanismes d'émission en jeu dans un système binaire en coalescence ont été abordés dans le chapitre I.3. A la fin de ce processus, les deux objets compacts vont atteindre une phase de fusion. La physique d'un tel processus est bien moins connue que celle de la phase en spirale. Elle est le sujet d'actives recherches et contient pour le moment de nombreuses incertitudes. Certains auteurs pensent qu'elle devrait résulter en une quantité énorme d'ondes gravitationnelles (sous forme impulsionnelle [186]), tandis que d'autres [155, 156] pensent au contraire qu'elle serait juste la continuation naturelle de la phase de coalescence, ce qui ajouterait en gros un cycle à la phase en spirale, juste après la dernière orbite stable.

Le signal impulsif, qui serait caractéristique de la fusion, sera bien entendu précédé du long signal de la coalescence, et la présence de ce signal impulsif rendra certainement sa localisation plus facile.

Durant l'étape finale d'évolution d'un système binaire instable (sous l'effet des forces de marée), les deux étoiles viennent en contact après quelques révolutions orbitales et fusionnent (2 révolutions). Puis la matière est éjectée et tourne en spirale vers l'extérieur. Un halo à symétrie axiale se forme autour du noyau central, en rotation assez rapide (proche de la limite dynamique), et il est probable qu'un tel objet s'effondre en trou noir, à cause de la perte de moment angulaire [159, 160]. L'amplitude et la fréquence de l'émission gravitationnelle sont maximum un peu avant la deuxième instabilité d'éjection. La configuration devenant symétrique, l'émission chute rapidement à zéro pour $\Gamma \lesssim 2.3$. Pour des valeurs supérieures, la configuration est triaxiale avec une forte émission gravitationnelle³

L'émission gravitationnelle elle-même emporte du moment angulaire, avec comme résultat éventuel un trou noir en rotation faible (pour deux étoiles sans rotation initialement), et l'énergie émise représente environ 3 % de la masse, soit une efficacité 30 fois plus grande que dans les simulations d'effondrement en trou noir (voir section paragraphe 4.4), et une amplitude maximale de l'ordre de 4×10^{-21} à 10 Mpc [159]. Les figures 4.24 et 4.25 montrent un exemple de formes d'onde (dans le cas de deux étoiles à neutrons de $1.4 M_\odot$). En prenant en compte la rotation, après la coalescence, la configuration devient rapidement celle d'un disque. Des simulations 3D entièrement relativistes montrent une émission de l'ordre de 3×10^{-3} (à $t = 35 M_\odot$) pour deux étoiles de masse solaire.

Le résultat final de la fusion dépend de la compacité des étoiles initiales [160]. En prenant en compte la rotation, on obtient une étoile à neutrons massive si le rapport des masses C_{masse} de chaque étoile avec M_{max} (la masse maximum autorisée pour un astre sphérique) est inférieur à 0.8, et un trou noir quand ce rapport quand rapport est supérieur à 0.9. Si ce rapport est au moins ~ 0.9 , le temps de formation est plus long que le temps dynamique (période d'oscillation de l'objet formé).

Dans le cas sans rotation, une étoile à neutrons se forme si $C_{masse} \lesssim 0.7$, tandis que c'est un trou noir si le rapport est supérieur à 0.8. Dans ce dernier cas, le temps de formation est plus grand que la période d'oscillation P_{osc} .

Ainsi, pour 2 étoiles à neutrons de masses $1.4 M_\odot$, le produit de la fusion dépend de M_{max} :

- Si $M_{max} < 1.8 M_\odot$, un trou noir est formé avec un temps dynamique $\sim P_{osc}$.
- Si $M_{max} \sim 2 M_\odot$, le temps de formation du trou noir est $t_{dyn} > P_{osc}$.
- Si $M_{max} > 2.2 M_\odot$, une étoile à neutrons massive se forme.

Si on connaît les masses initiales des étoiles, en utilisant par exemple une méthode de filtres adaptés (voir [39]), la connaissance de l'échelle de temps de formation du trou noir permettra de contraindre la masse maximum autorisée pour les étoiles à neutrons, et donc l'équation d'état. Les fréquences des ondes gravitationnelles émises sont de l'ordre de $P_{osc}^{-1} \sim 5 P_{orb}^{-1}$ soit environ 2 – 3 kHz [154].

³La forme du signal après la fusion permettra ainsi d'imposer des contraintes sur la valeur de Γ .

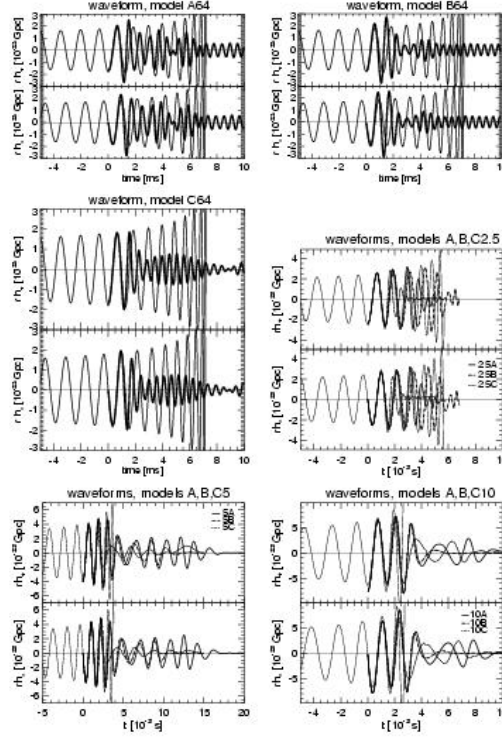


Figure 4.24: Exemples de formes d’ondes gravitationnelles émises lors de la collision de deux étoiles à neutrons [186].

La fusion de deux trous noirs est plus complexe à étudier. Les amas globulaires contiennent 100 fois plus de binaires X par unité de masse que la Galaxie (différence due essentiellement à la dynamique) [162]. Une binaire X est un système binaire composée d’un astre compact (trou noir ou étoile à neutrons) accompagné d’une étoile de la séquence principale. L’émission X est provoquée par le réchauffement de la matière du compagnon accrétée par l’astre compact, *via* un disque. La fonction initiale de masse des étoiles dans un tel amas varie de 0.1 à $100 M_{\odot}$, ce qui entraîne la formation de 5×10^{-4} trou noir par étoile environ. Un amas de $10^6 M_{\odot}$ produit donc environ 1000 trous noirs. Un phénomène de friction dynamique provoque la chute du trou noir vers le coeur de l’amas, d’où la formation de binaires, qui seront alors éventuellement éjectées de l’amas. On estime le taux de formation de telles binaires à environ 0.04 par amas par million d’années. Le nombre d’amas étant $\phi_{gc} \sim 8.4h^3 \text{ Mpc}^{-3}$ (avec $h = H_0/100 \text{ km.s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$), la densité de coalescences de trous noirs dans l’univers est donc de l’ordre de $\mathcal{R} \simeq 3.2 \times 10^{-7} h^3 \text{ an}^{-1} \text{ Mpc}^{-3}$ (plus grand que le taux de binaires d’étoiles à neutrons). La masse “chirp” dans le cas de deux trous noirs de masse $10 M_{\odot}$ vaut $\sim 8.7 M_{\odot}$, soit une distance maximum de détection de l’ordre de 110 Mpc, avec

$$D \sim 18 \text{ Mpc} \left(\frac{M_{chirp}}{M_{\odot}} \right)^{5/6} \quad (4.26)$$

ce qui donne pour VIRGO de l’ordre de un événement par jour.

Pour une binaire “mixte” (une étoile compacte et un trou noir), pour $q = 1$ (rotation maximale du trou noir), l’amplitude et la fréquence des ondes émises décroissent après l’augmentation initiale due au transfert de masse [163]: l’étoile polytropique survit à la rencontre avec le trou noir, et la configuration finale est une binaire de rapport de masse plus faible, avec un tore qui apparaît autour du trou noir. Ce tore n’est plus présent pour q plus faible, puisque la matière de l’étoile à neutrons est directement accrétée par le trou noir (pour q plus petit, un bref transfert de masse de l’étoile vers le trou noir apparaît puis la séparation augmente après la rencontre des deux objets).

Des instabilités dues à la convection, et à la rotation peuvent bien entendu apparaître dans l’objet résultant de la rencontre des deux astres compacts. On retrouve alors les phénomènes déjà exposés dans les sections précédentes, à la seule différence qu’ici le degré d’asymétrie peut être plus important.

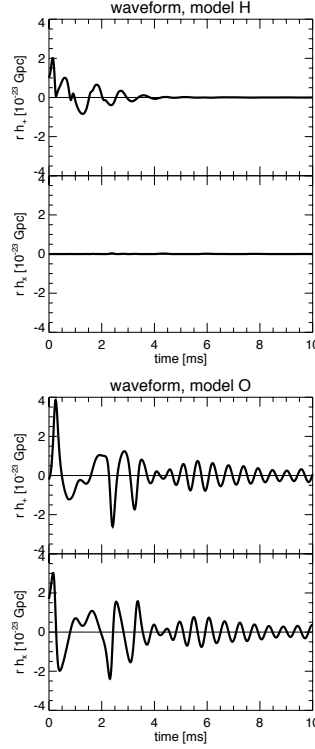


Figure 4.25: Exemples de formes d'ondes gravitationnelles émises lors de la collision de deux étoiles à neutrons [186].

4.5.1 Taux d'occurrence

Quelques radiopulsars binaires ont été observés avec une étoile à neutrons comme astre secondaire [158]. Trois d'entre eux vont coalescer dans une échelle de temps $< t_{univers}$, tandis qu'aucun pulsar binaire comportant un trou noir n'a été observé pour le moment. Par contre, de l'ordre de 10 binaires X impliqueraient des trous noirs, avec compagnons ordinaires. Les contraintes observationnelles sur de tels objets donnent un taux de 10^{-5} à quelques 8×10^{-6} par an, tandis que des estimations théoriques en prédisent de 10^{-4} à 10^{-6} par an.

Les estimations des taux de collision sont assez variées. Pour les systèmes binaires étoile à neutrons-étoile à neutrons, on prédit de 0 à quelques événements par mois, mais des estimations empiriques en prédisent plutôt de l'ordre de quelques uns par an [161]. Pour les binaires de trous noirs, le taux serait inférieur à 10^{-7} par an, soit environ quelques événements par an (ou même plusieurs par jour suivant les auteurs!). Dans les figures 4.27 et 4.26, on trouvera un exemple de simulations des champs de vitesses de deux étoiles à neutrons de masse gravitationnelle totale $2.56 M_{\odot}$, corotationnelles, ainsi qu'un résumé des allures de formes d'onde attendues pour de tels systèmes.

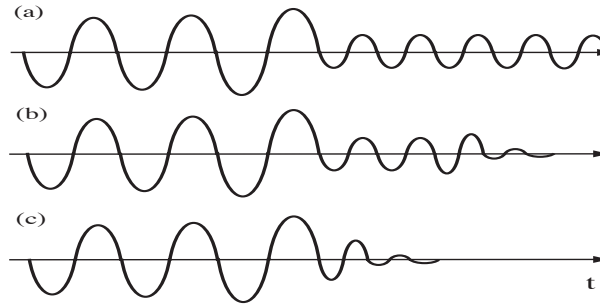


Figure 4.26: Allures schématiques de formes d'ondes pendant et après la rencontre de deux étoiles à neutrons dans le cas (a) de la formation d'une étoile à neutrons ; (b) de la formation d'un trou noir (faible compacité des étoiles avant la rencontre, et temps de formation assez long) ; (c) de la formation d'un trou noir (deux étoiles à forte compacité, correspondant à un temps de formation court).

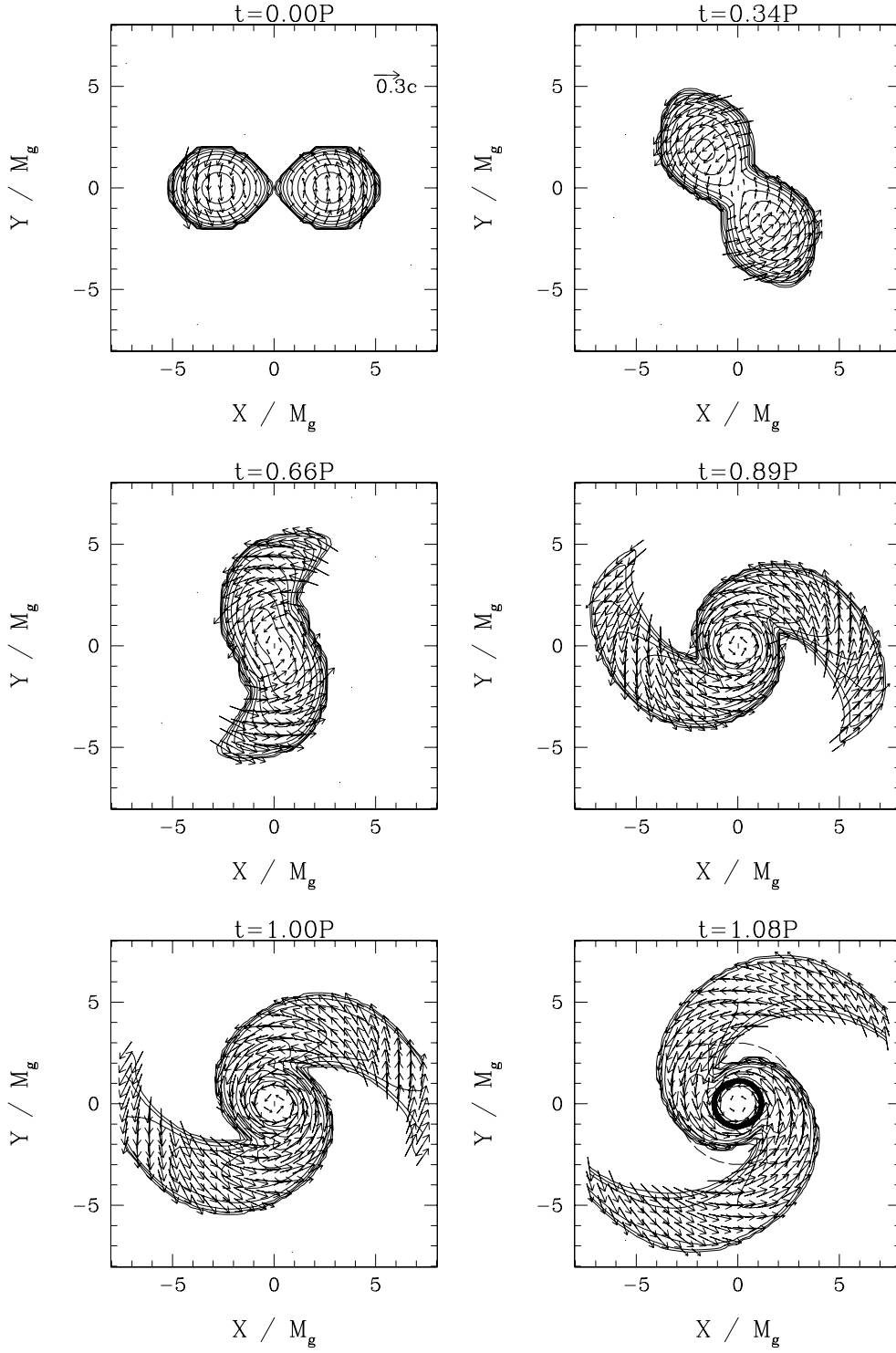


Figure 4.27: Contours de densité et champs de vitesse dans le cas de la rencontre de deux étoiles à neutrons (masse totale $2.56 M_{\odot}$) corotationnelles.

4.6 Neutrinos et sources impulsives

Les neutrinos émis pendant la première phase de l'effondrement à l'origine d'une supernova de type II/Ib/Ic le sont par capture d'électrons par des protons libres et des noyaux lourds [182]. Jusqu'à des densités du noyau de l'ordre de $3 \times 10^{11} \text{ g.cm}^{-3}$ (densité de piégeage des ν), ces ν_e s'échappent librement de la couche de matière stellaire superficielle sans interaction qui pourrait changer leur énergie. Leur spectroscopie par des détecteurs terrestres apporterait d'importantes informations sur les configurations physiques et nucléaires du noyau en effondrement [176, 177, 178, 181, 182, 183, 184]. Le nombre total de neutrinos émis par un corps d'une masse $1.4M_\odot$ passant d'une densité de 4×10^9 à $2 \times 10^{11} \text{ kg.m}^{-3}$ est de l'ordre de 4×10^{55} . La réaction **courant chargé** $\nu_e(d, pp)e^-$ sur le noyau de deutérium dans l'observatoire Sudbury (SNO) et la réaction de diffusion $\nu_e - e$ dans le détecteur plus massif Super Kamioka (à base d'eau) devrait faciliter la détection d'un nombre significatif de ces neutrinos [169, 164, 165, 170].

En outre, le spectre de neutrinos émis dépend des abondances des noyaux qui subissent la capture d'électrons, qui sont déterminées par les propriétés nucléaires.

On peut distinguer trois étapes dans l'émission de neutrinos [181]:

- Émission de $\sim 0.5 \times 10^{44} \text{ J}$ de neutrinos électrons durant l'effondrement, provenant de la capture des électrons par des protons et des noyaux
- Bouffée de plusieurs ms de $5 \times 10^{44} \text{ J}$ de neutrinos ν_e , $\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$ et $\nu_\tau + \bar{\nu}_\tau$ quand le choc se propage à travers la neutrinosphère. Durant cette phase, les électrons antineutrinos sont supprimés par la légère dégénérescence dans la matière après le choc près de la neutrinosphère.
- Emission de $\sim 3 \times 10^{46} \text{ J}$ de paires de toutes saveurs sur un temps $\sim 10 \text{ s}$ provenant du refroidissement et de la déleptonisation du noyau : c'est durant cette phase que la presque totalité de l'énergie gravitationnelle du noyau effondré est rayonnée.

Le premier *burst* associé au choc constitue une petite fraction du *burst* total de neutrinos, mais durant les 10 premières ms, la majorité des neutrinos émis ont été produits dans la zone chauffée par le choc derrière le rebond, plutôt que dans le noyau en train de se refroidir [173, 174]. Ces neutrinos apportent de l'information sur la dynamique du choc [168]. Les caractéristiques énergétiques essentielles de ces neutrinos sont les suivantes :

- ν_e : $E_{tot} \sim 10^{44} \text{ J}$, $N_{tot} \sim 8 \times 10^{55}$, $\langle E \rangle \sim 9 \text{ MeV}$,
- $\bar{\nu}_e$: $E_{tot} \sim 1.5 \times 10^{42} \text{ J}$, $N_{tot} \sim 1 \times 10^{54}$, $\langle E \rangle \sim 8 \text{ MeV}$,
- Reste : $E_{tot} \sim 2 \times 10^{44} \text{ J}$, $N_{tot} \sim 5 \times 10^{55}$, $\langle E \rangle \sim 27 \text{ MeV}$.

En considérant le processus β direct dans le coeur central de l'étoile en effondrement vers un trou noir [183], l'énergie totale des ν_e et des $\bar{\nu}_e$ serait au plus 10^{44} J (l'énergie du *burst* de $\bar{\nu}_e$ ne dépasse pas $5 \times 10^{43} \text{ J}$). Pour un observateur distant, l'énergie moyenne des neutrinos ne dépasserait pas 4 MeV , à cause de l'effet Doppler très fort et des *redshifts* gravitationnels importants vers la fin. Un tel *burst* de neutrino ne pourrait donc pas être observé sur Terre.

Des neutrinos μ pourraient osciller vers un neutrino stérile, ce qui provoquerait une émission asymétrique de neutrinos stériles [175]. L'énorme énergie relâchée ainsi que la rotation rapide peuvent donner naissance à des *bursts* d'ondes gravitationnelles. Il apparaît ici une relation naturelle entre les oscillations de neutrinos et les asymétries de supernova et jets bipolaires. L'émission anisotrope de neutrinos est induite par oscillations de $\nu_{\mu,\tau}$ en ν_e et on peut aussi observer des oscillations de neutrinos actifs massifs ou non en neutrino stérile, sous l'effet d'un fort champ magnétique.

La perturbation h peut alors s'écrire :

$$h_{ij}^{TT} = \frac{4G}{c^4 D} \int_{-\infty}^t \alpha(t') L_\nu(t') dt' \quad (4.27)$$

avec $\alpha \in [0.2, 0.8]$ qui est l'anisotropie quadrupolaire et L_ν la luminosité de neutrinos. Pour une oscillation se produisant sur un temps $\simeq 1 \text{ ms}$, l'amplitude caractéristique est de l'ordre de $h \simeq 1.4 \times 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ pour une source à 10 kpc .

La phase finale de la coalescence de deux astres compacts se révèle particulièrement riche en émission de neutrinos. La hausse de température, la viscosité de cisaillement ainsi que la dissipation dans le choc réchauffe le gaz dans les étoiles à neutrons en fusion, et dans le flot d'accrétion du trou noir. Après quelques ms, les températures maximales dans le reste de la fusion ont grimpé à plusieurs dizaines de MeV. C'est aussi l'échelle de temps typique pour que les conditions thermodynamiques dans le tore d'accrétion autour du trou noir atteignent un état d'équilibre avec des températures autour de 10 MeV et des densités de 10^{10} à 10^{12} g.cm⁻³. Sous de telles conditions, les paires $e\pm$ sont abondantes et les ν_e et $\bar{\nu}_e$ sont produits en grande quantité par capture de $e\pm$ sur des nucléons libres :

$$p + e^- \rightarrow n + \nu_e \quad \text{et} \quad n + e^+ \rightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (4.28)$$

Des (anti-)neutrinos μ et τ sont aussi émis par des annihilations $e\pm$ mais contribuent à un niveau plus faible à l'énergie totale. L'émission totale de neutrinos dépend fortement des processus dynamiques et augmente énormément durant le transfert de masse dans les fusions de deux trous noirs. Les énergies moyennes des neutrinos émis sont typiquement autour de 15 MeV pour les ν_e , environ 20 MeV pour les $\bar{\nu}_e$ et environ 30 MeV pour les autres saveurs. Pendant 10-20 ms, quelques 10^{44} J sont émis sous forme de neutrinos. Dans le cas de fusion trou noir-étoile à neutron (en particulier pour des trous noirs de faible masse), les luminosités et énergies sont significativement plus grandes [186].

Le trou noir continue ensuite à avaler la matière du tore d'accrétion pour une période d'environ plusieurs dizaines de ms (peut être pendant ~ 1 s). Pendant ce temps, le gaz chauffé continue à émettre des neutrinos. Le tore d'accrétion perd ainsi environ de 4 à 6 % de l'énergie de la matière accrétée. Parce que la configuration du tore est très compact et que les neutrinos ont de fortes luminosités, les annihilations des paires $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^+e^-$ sont particulièrement efficaces, déposant une énergie de l'ordre de 10^{44} J dans un nuage de plasma au dessus des pôles du trou noir. L'efficacité de conversion des neutrinos en paire $e\pm$ qui pourront donc donner des photons, est de l'ordre de 1 à 3 %. Ce processus est un de ceux envisagés pour expliquer le phénomène des sursauts gamma [166, 172], qui font l'objet du paragraphe suivant. On notera en plus que la formation du trou noir doit s'accompagner de l'arrêt brutal du signal de neutrinos [167], et que ce signal peut nous donner de précieuses informations sur les masses des neutrinos [171].

4.6.1 Résumé

Les sources principales de neutrinos en relation avec des sources impulsives d'ondes gravitationnelles peuvent donc être classées en deux catégories distinctes : effondrement d'étoiles avec explosion en supernova, fusion de deux objets compacts, et d'une façon générale, interactions dans les disques d'accrétion autour des trous noirs. On peut aussi mentionner des transitions de phase dans les étoiles à neutrons (apparition d'étrangeté), qui doivent s'accompagner d'une émission de neutrinos.

4.7 *Gamma-ray bursts* et sources impulsives

L'origine exacte des sursauts gamma est encore incertaine quelque 30 ans après leur découverte, en dépit des récentes observations : contreparties optiques ou X (les *afterglows*), découverte d'une association avec les supernovae, mesures du *redshift* de leur galaxie hôte.

Jusqu'à présent, l'idée générale est que les sursauts gamma sont générés par l'émission synchrotron de "boules de feu" [189] produites par l'effondrement ou la fusion d'étoiles compactes, par des supernovae avortées (collapsars) ou par des explosions en hypernovae (boules de feu sphériques générées par l'effondrement d'étoiles très massives) [185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193].

4.7.1 Une boule de feu pour origine?

Depuis quelques années seulement, des observations multi-longueur d'onde sont disponibles pour étudier les GRBs. Le satellite Beppo-SAX a ainsi permis la localisation précise des sources X (contreparties optiques des sursauts gamma). Le premier modèle invoqué est donc celui de la Boule de feu relativiste (voir paragraphe précédent) : alors qu'elle ralentit en rencontrant un

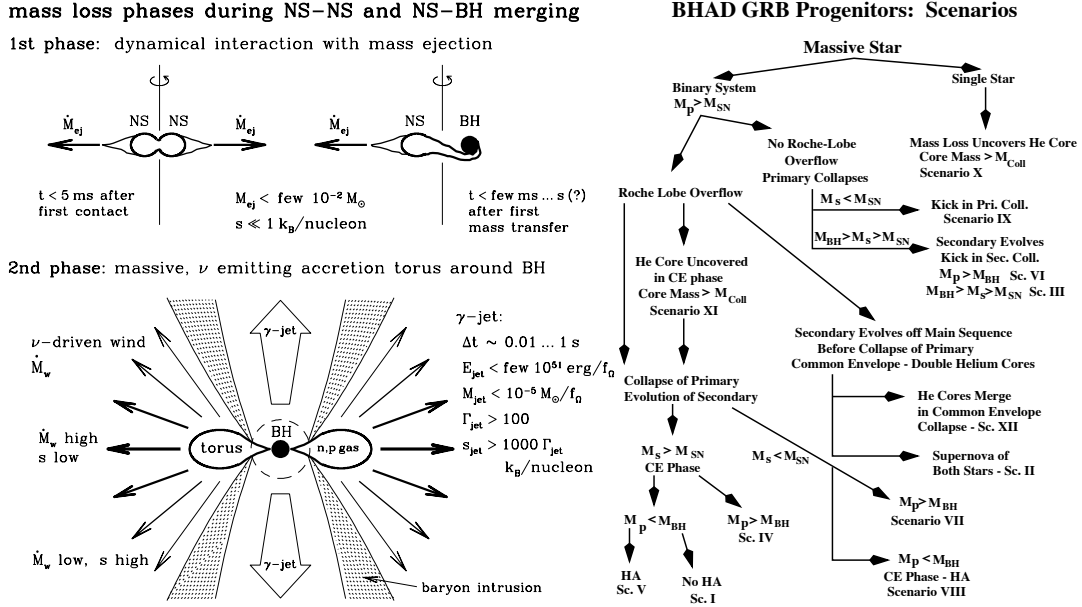


Figure 4.28: Perte de Masse durant la fusion d’un système binaire, et formation de jets [186] à gauche. À droite, Résumé des scénarios envisagés pour la production de sursauts gammas [193].

milieu externe, une onde choc se développe et un choc inverse produit le spectre large-bande observé (*afterglow*) [194, 195, 196].

Il est devenu apparent depuis quelques années que les progéniteurs les plus probables des sursauts gamma comportent des trous noirs entourés d’un disque temporaire de débris [211]: hypernova, collapsar (supernova avortée Ib, étoiles Wolf-Rayet simple ou double en effondrement) [201], fusions étoile à neutrons-étoile à neutrons ou étoile à neutrons-trou noir, Étoile à Coeur d’Hélium-trou noir, naine blanche/trou noir, effondrement induit par accretion, ou encore des trous noirs massifs ($10^3 - 10^5 M_{\odot}$) dans le halo des galaxies [199, 202, 209].

Une “boule de feu” de (e^{\pm}, γ) , initialement optiquement épaisse prend donc naissance. Les conditions initiales sont de l’ordre de $r_{min} \lesssim ct_{var} \sim 10^2$ km, puisque $t_{var} \lesssim 1$ ms (échelle de variabilité). La plus grande partie de l’énergie est observée au-delà de 0.5 MeV et le libre parcours moyen de $\gamma\gamma \rightarrow e^{\pm}$ est donc très court.

Beaucoup de sursauts montrent un spectre qui s’étend jusqu’à 1 GeV, ce qui indique la présence d’un mécanisme qui évite à celui-ci de se dégrader par interaction photons-photons à des énergies en-dessous du seuil 0.511 MeV. La boule de feu doit donc se développer avec un facteur de Lorentz Γ très grand (puisque l’angle avec lequel les photons entrent en collision est inférieur à Γ^{-1} et que le seuil pour la production de paires est abaissé). Cependant, le spectre observé de rayons gamma est une loi de puissance “cassée”, et donc hautement non-thermique. De plus, l’expansion provoque la conversion de l’énergie interne en énergie cinétique: même une fois que la boule de feu est devenue transparente, elle sera donc inefficace du point de vue radiatif, puisque la plupart de l’énergie sera cinétique (et pas sous forme de photons) [207, 208, 210, 212].

La manière la plus simple d’atteindre une telle efficacité et un spectre non-thermique est de reconvertir l’énergie cinétique de la boule en expansion par des chocs une fois que la boule est devenue optiquement mince. Deux types de chocs ici peuvent se développer: rencontre du milieu interstellaire (chocs externes), ou des chocs internes dans le vent relativiste lui-même (des parties rapides rattrapant des parties plus lentes de la boule). Les figures 4.28 et 4.29 à 4.31 présente les scénarios principaux envisagés pour la production de sursauts gammas.

Pour une fusion de deux étoiles à neutrons, $h_{max} \simeq 2 - 4 \times 10^{-23}$ à 1 Gpc, et une collision excentrée est plus efficace (moment quadrupolaire plus fort et durée d’émission plus longue, 10-20 périodes avec $f \in [1000, 2000]$ Hz). Il y a 3 fois plus d’énergie émise en neutrinos qu’en GW, et la luminosité maximum de ν est $L_{\nu} \simeq 4 \times 10^{47} \text{ J.s}^{-1}$ (10^{46} J au bout de quelques ms). Pour ce qui est des γ -ray bursts, une collision frontale donne $L_{\nu} \geq 10^{47} \text{ J.s}^{-1}$, et l’énergie moyenne des ν est plus grande (au plus 40 MeV), donc les conditions sont plus favorables à la formation de “boules

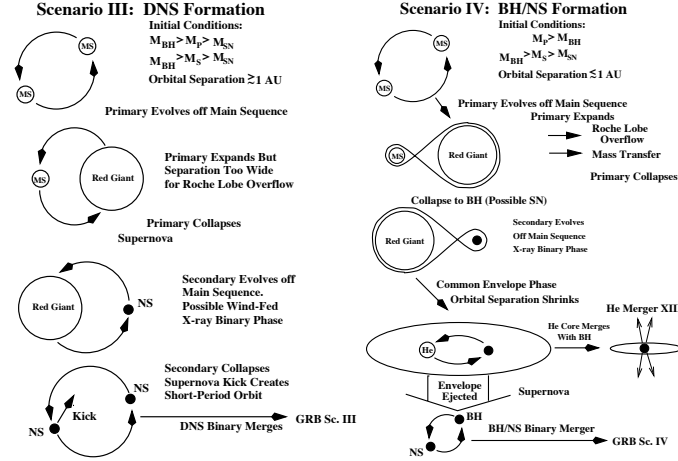


Figure 4.29: Exemples de scénarios possibles pour des sursauts gammas originaires de systèmes binaires d'étoiles à neutrons ou étoile à neutrons - trou noir [193].

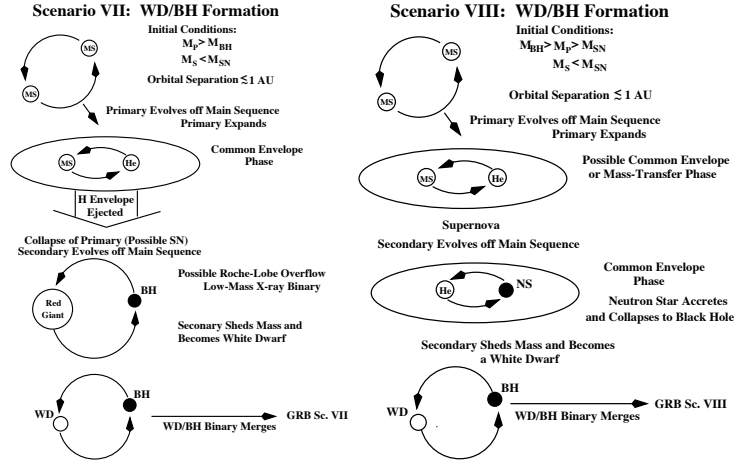


Figure 4.30: Exemples de scénarios possibles pour des sursauts gammas originaires de systèmes binaires naine blanche - trou noir [193].

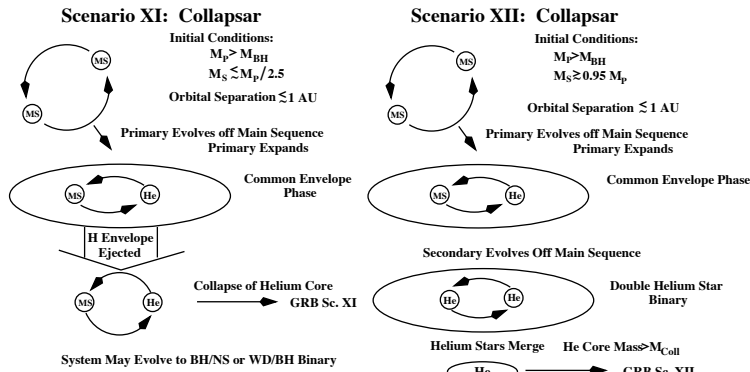


Figure 4.31: Exemples de scénarios possibles pour des sursauts gammas originaires de "collapsars" [193].

de feu” de paires e^+e^- et photons créés par l’annihilation $\nu\bar{\nu}$. La conversion est efficace à 1 %, mais la densité autour de la neutrinosphère est peut-être trop forte pour l’émergence des sursauts gammas créés.

L’émission de neutrinos d’énergie autour du MeV lors de fusions étoile à neutrons-trou noir est comparable à ce qui est attendu pour une supernova, mais les taux sont 100 fois moins grands que pour une supernova dans notre galaxie. Si des sursauts gammas sont produits, on peut avoir des neutrinos dans le domaine de 100 TeV (ou même plus) qui pourraient être vus dans le détecteur AMANDA [166, 213].

Dans le voisinage du trou noir, l’accrétion de matière après la fusion des deux objets se manifeste sous la forme de tores de plusieurs dizaines de M_\odot avec le taux d’accrétion $\dot{M} \simeq$ quelques M_\odot /s. Les neutrinos déposent jusqu’à 10^{44} J dans un nuage de e^\pm au dessus des pôles du trou noir : les sursauts gammas produits sont alors moins énergétiques et de courtes durées.

Dans le même modèle, l’émission de neutrinos augmente graduellement après le plongeon final, mais l’émission gravitationnelle est maximale au moment de la collision. Pour un couple trou noir-étoile à neutrons, la luminosité maximum coïncide avec la phase où le taux de transfert de masse au trou noir est la plus forte (lorsque l’étoile à neutrons s’approche). Puis l’étoile à neutrons peut être disloquée en un disque d’accrétion torique, ou aplati, ce qui réduit l’émission. L’émission augmente avec la masse du trou noir et avec la masse des étoiles à neutrons. Les fréquences (gravitationnelles) attendues sont entre 800 et 1000 Hz (et diminuent lorsque la masse du trou noir augmente).

Le taux de production d’objets compacts (étoile à neutrons et trou noir) dans les AGN (noyaux actifs de galaxie) ou les QSO (objet quasi-stellaire), où les explosions de supernovae fréquentes sont invoquées pour expliquer la forte métallicité, est très élevé à cause de l’interaction entre le disque d’accrétion et les étoiles de la séquence principale dans le noyau du quasar. Les binaires géantes rouges-objets compacts peuvent facilement se former à cause de la section efficace de capture très importante pour les géantes rouges. Des collisions entre le noyau d’Hélium des géantes rouges et des trous noirs peuvent provoquer des sursauts de longue durée (ainsi que des émissions courtes d’ondes gravitationnelles) [187, 206].

Les divers scénarios envisagés pour la production des sursauts, et pour expliquer leurs diversités spectrales et temporelles sont résumés dans les figures ?? à 4.31 : il s’agit essentiellement de la formation et/ou de l’accrétion rapide dans un trou noir de masse stellaire. Les taux d’occurrence sont incertains :

- Fusion d’étoile à neutrons : 100 / jour
- Étoile à neutrons - trou noir : 450 / jour
- Collapsar : 10^4 / jour
- Étoile avec coeur d’Helium - trou noir : 1000 / jour
- Naine Blanche - trou noir : 20 / jour

Quand deux étoiles à neutrons fusionnent, elles forment un objet qui ne peut être supporté par la pression de dégénérescence et nucléaire : un trou noir se forme sur une échelle de temps dynamique, mais une quantité de matière de masse de l’ordre de 0.03 à 0.3 M_\odot a trop de moment angulaire pour entrer dans le trou noir et un disque d’accrétion se forme. L’évolution dépend ensuite de la viscosité, de l’entropie du disque, l’évolution du champ magnétique et de l’interaction du disque avec le trou noir en rotation. Le processus d’accrétion dure ensuite pendant 10 -100 ms et le principal de l’énergie de liaison est converti en neutrinos, puis en jets très énergétique qui donnent naissance à des sursauts gammas de courtes durées.

Des Binaires X se forment lorsqu’une étoile primaire sort de la séquence principale, déborde de son lobe de Roche et transfère sa masse vers son compagnon (secondaire). Il y a ensuite explosion en supernova de la première étoile en étoile à neutrons. Le système binaire reste lié à moins qu’un large recul soit communiqué à l’étoile à neutrons. Une phase de binaire X est ensuite observée, puis la seconde étoile se développe, ce qui conduit à une phase d’enveloppe commune. L’étoile à neutrons spirale dans la secondaire massive, et le manteau d’Hydrogène est éjecté : un système binaire étoile à neutrons / Etoile Hélium se forme, et l’accrétion de masse sur l’étoile à neutrons lui donne plus de moment angulaire (pulsar).

Le scénario se termine par une explosion en supernova de l’étoile d’Hélium, d’où un système de deux étoiles à neutrons qui fusionnent. Les *bursts* de courte durée seraient ainsi expliqués par

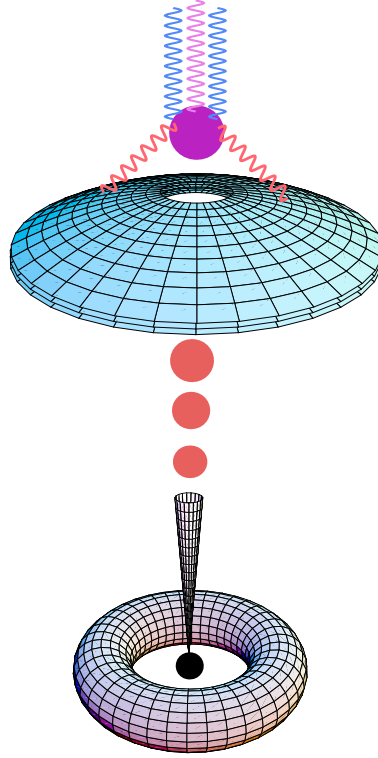


Figure 4.32: Le modèle de “boulet de canon” pour expliquer l’origine des sursauts gammas [214, 215, 216].

des binaires étoile à neutrons-étoile à neutrons et trou noir-étoile à neutrons en phase de fusion (taux entre 0.1 et 30 M /an dans la Galaxie, soit 1- 1500/jour dans l’Univers).

Pour les *bursts* de longue durée, on invoque les Collapsars, Merger Hélium, et binaires Naines Blanches / Trou Noir. Le taux de collapsar est incertain : autour de 400 / jour, ainsi que pour les systèmes binaires trou noir/Hélium (taux $\sim 10 - 4000$ / jour), et pour les binaires Naines Blanches / Trou Noir entre 0.1 - 50 / jour.

4.7.2 Le boulet de canon

Des jets relativistes sont émis dans beaucoup de systèmes astrophysiques où il y a accréation de masse de manière rapide d’un disque dans un objet compact central. De tels jets ont été observés dans des sources supraluminiques : ce ne sont pas des jets continus, mais des boules de plasmas (plasmaïdes ou boulets de canons).

Lorsque ces boulets percent l’enveloppe de la supernova, ils se réchauffent et émettent des photons (ils diffusent aussi de la lumière de l’enveloppe). Chaque émission subit un boost de Lorentz et est collimée par le mouvement du boulet de canon [214, 215, 216].

La collision des “boulets” avec l’enveloppe produit une cascade de hadrons : ils sont transparents aux ν , semi-transparentes aux muons et opaques aux photons : il y a production de *bursts* collimés de neutrinos sub-TeV, puis émission de sursauts gammas (de l’ordre du MeV, énergie moyenne des sursauts gammas) (voir la figure 4.32).

Ce modèle “unifié” (qui peut s’appliquer aussi aux phases de fusion de systèmes binaires, aux transitions de phase dans les étoiles à neutrons) a l’avantage d’expliquer simplement l’énergie totale, le spectre en énergie, et la dépendance en temps des sursauts individuels ainsi que les contreparties dans le domaine X. Il est à noter que ces sursauts sont émis dans un intervalle de temps de l’ordre du jour (ou de la semaine) après l’effondrement et l’explosion en supernova.

4.8 Perspectives

Les sources impulsives d'ondes gravitationnelles ne peuvent donc pas être identifiées à une classe unique d'objets : les processus décrits dans les sections précédentes donnant naissance à ces signaux sont variés ainsi que les formes d'ondes qu'ils engendrent.

On peut néanmoins affirmer que les sources principales de ces signaux (dans l'ensemble mal modélisés) sont le résultat de l'évolution d'étoiles plus ou moins massives : fin de vie d'une étoile, explosion en supernova donnant naissance à une étoile à neutrons soumise à des instabilités de tous genres, ou simplement effondrement gravitationnel, direct ou retardé, en trou noir, ainsi que les modes d'excitation du trou noir.

Ce sont donc, avec la phase finale de la coalescence d'un système binaire⁴ les sources principales de tels sursauts intenses d'ondes gravitationnelles, qui peuvent par la même occasion s'avérer être les mêmes sources envisagées pour l'émission de neutrinos (même à hautes énergies) ou de ces mystérieux sursauts gammas qui défient toute interprétation depuis maintenant près de 30 ans.

⁴Les cordes cosmiques peuvent aussi émettre de courts mais intenses signaux gravitationnels.

LA DÉTECTION
DES
ONDES DE GRAVITATION

Chapitre 5

La détection interférométrique

Contenu du chapitre

5.1	Principe de la détection : l'interféromètre de Michelson	88
5.1.1	Les miroirs comme masses libres	88
5.1.2	Réflexion et transmission	88
5.1.3	Couplage à une onde gravitationnelle	90
5.1.4	Les limites de la détection continue	93
5.1.5	Optimisation et rapport signal-sur-bruit	93
5.2	Les sources de bruit	94
5.2.1	Les bruits de phase	94
5.2.2	Les bruits de déplacement	95
5.3	Les améliorations au principe de base	96
5.3.1	Les suspensions	96
5.3.2	Augmenter la longueur des bras : les Fabry-Perot	97
5.3.3	Augmenter la puissance : le recyclage	99
5.4	L'extraction du signal gravitationnel	100
5.5	Les détecteurs interférométriques dans le monde	101



EST SUR LA MESURE PRÉCISE d'un changement relatif de longueurs que repose la détection interférométrique. Dans ce chapitre, nous allons décrire en détail le fonctionnement d'un tel détecteur, en présentant sa réponse tant fréquentielle qu'angulaire, en n'oubliant pas les sources principales de bruits qui pourront simuler le passage d'une onde gravitationnelle. Finalement, nous exposerons la méthode de modulation frontale qui permet d'extraire le signal gravitationnel.

5.1 Principe de la détection : l'interféromètre de Michelson

Le principe d'une détection interférométrique est assez simple. Il consiste en la mise en évidence d'un changement différentiel de chemin optique dans les deux bras d'un interféromètre. Dans le cas d'une détection gravitationnelle, on doit mesurer la distance lumière entre deux miroirs, qui doivent pour cela pouvoir être considérés comme des masses en chute libre.

5.1.1 Les miroirs comme masses libres

La démonstration en est particulièrement simple. Sous l'application d'une force F , une masse M en chute libre subit une accélération γ reliée à F par $F = M\gamma$. Les miroirs de VIRGO par exemple seront des masses libres si cette relation est vraie (à la fréquence d'analyse).

Pour un résonnateur simple (une masse accrochée à un ressort de raideur k par exemple), sous l'action d'une force F de pulsation ω , on obtient un déplacement x ($x = 0$ au repos) relié à F par la relation :

$$F = (k - M\omega^2)x = M(\omega_0^2 - \omega^2)x \quad (5.1)$$

si on note $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}}$ la fréquence de résonance du système libre. Pour une fréquence $\omega^2 \gg \omega_0^2$, la masse (le miroir) pourra donc être considérée comme une masse en chute libre (effet de la rigidité du ressort négligeable).

Dans le cas d'un détecteur interférométrique, les masses sont des miroirs suspendus (voir figures 5.4 et 5.1). Pour un déplacement horizontal dans l'axe des bras de l'interféromètre, avec $k_p = Mg/L_p$ où L_p est la longueur du pendule ($L_p \lesssim 1$ m), la fréquence de résonance est de l'ordre de quelques centaines de milliHertz. Dans la bande de détection, qui s'étend de quelques Hertz à quelques kiloHertz, on aura donc bien $\omega^2 \gg \omega_0^2$. Les miroirs d'un tel détecteur peuvent donc être considérés comme des masses libres, dans l'axe du faisceau laser.

5.1.2 Réflexion et transmission

Dans un interféromètre de Michelson (voir figure 5.4), une onde monochromatique est divisée en deux parties par une lame séparatrice, chacune d'elle est ensuite réfléchiée par les miroirs de fond, et interfère sur la séparatrice. Les longueurs des deux bras sont notées l_1 et l_2 . L'onde transmise a alors l'amplitude :

$$\Psi_{\text{trans}} = -r_s t_s (e^{i2kl_1} r_1 + e^{i2kl_2} r_2) \Psi_{\text{in}} \quad (5.2)$$

et l'onde réfléchiée prend la forme :

$$\Psi_{\text{ref}} = i(t_s^2 e^{i2kl_1} r_1 - r_s^2 e^{i2kl_2} r_2) \Psi_{\text{in}} \quad (5.3)$$

avec t_s et r_s les coefficients de transmission et de réflexion (en amplitude) de la séparatrice, et r_1 et r_2 les coefficients de réflexion des deux miroirs. Par analogie avec un simple miroir, on peut introduire les coefficients de réflexion et de transmission du Michelson, en amplitude et en puissance respectivement :

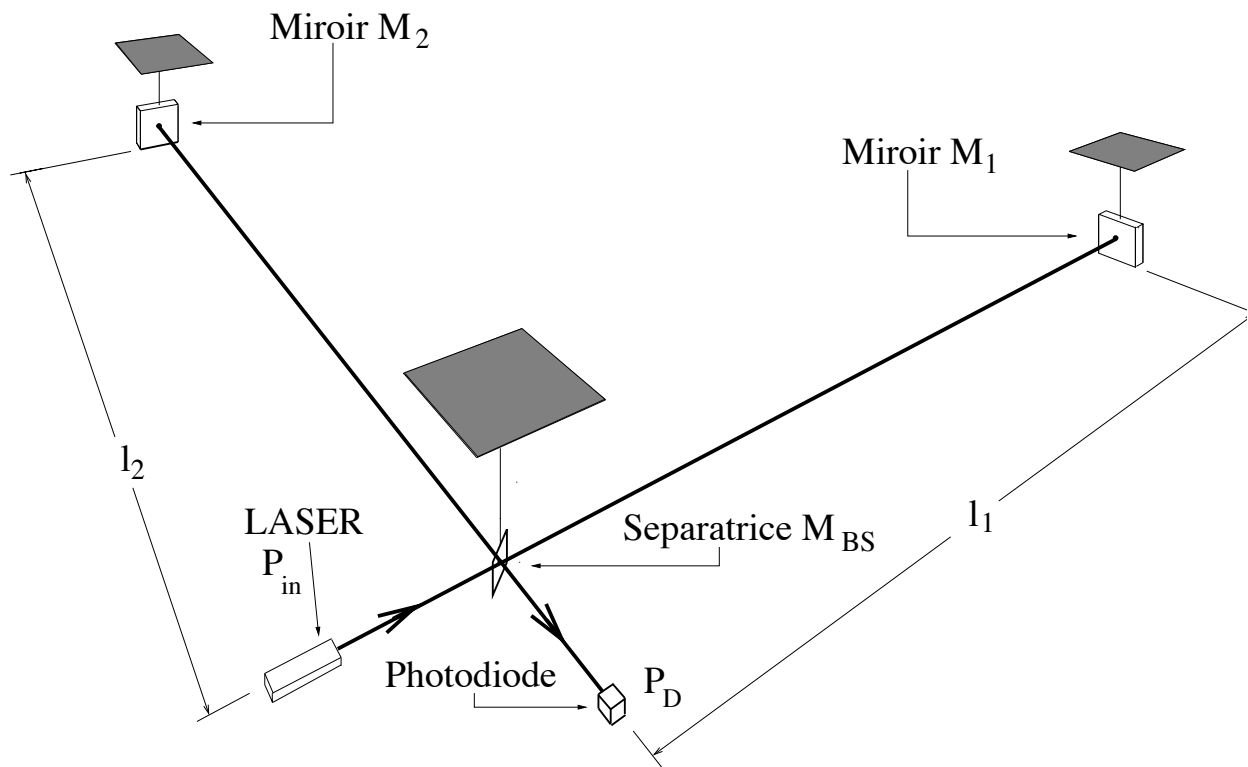


Figure 5.1: Un interféromètre de Michelson avec miroirs suspendus.

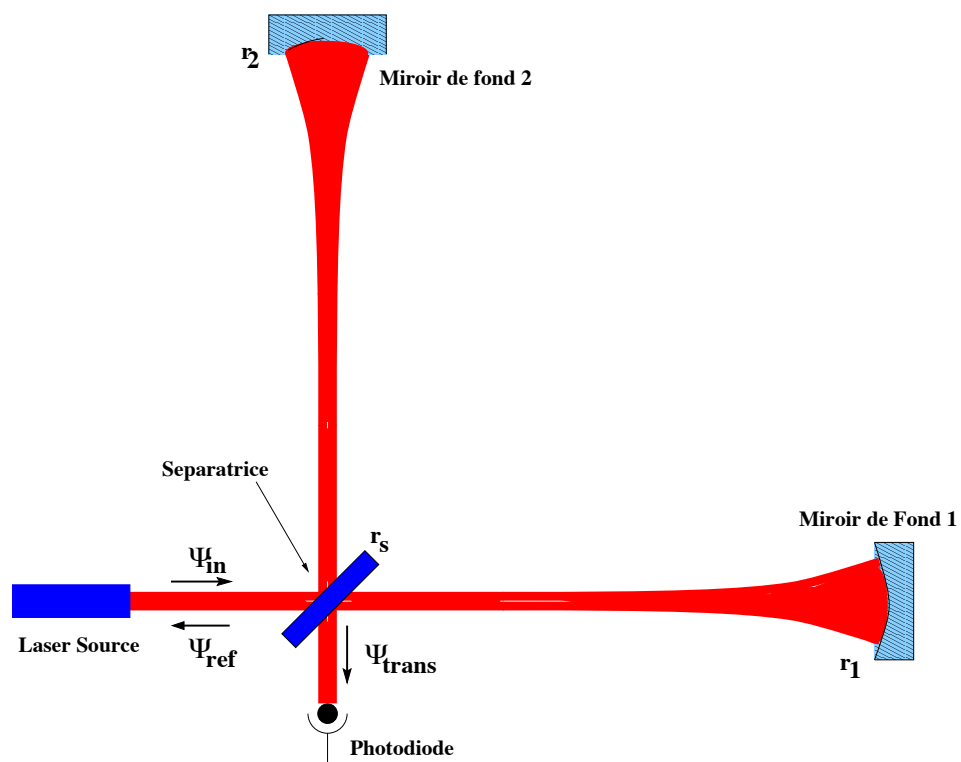


Figure 5.2: Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson.

$$\begin{cases} t_{mic} &= -r_s t_s (e^{i2kl_1} r_1 + e^{i2kl_2} r_2) \\ r_{mic} &= (t_s^2 e^{i2kl_1} r_1 - r_s^2 e^{i2kl_2} r_2) \\ T_{mic} &= r_s^2 t_s^2 (r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos[2k(l_2 - l_1)]) \\ R_{mic} &= t_s^4 r_1^2 + r_s^4 r_2^2 - 2r_s^2 t_s^2 r_1 r_2 \cos[2k(l_2 - l_1)] \end{cases} \quad (5.4)$$

L'efficacité totale peut alors s'écrire : $1 - p_{mic} = T_{mic} + R_{mic} = (1 - p_s)(t_s^2 r_1^2 + r_s^2 r_2^2)$, où p_s et p_{mic} dénotent les pertes de la séparatrice et du Michelson respectivement.

On peut alors voir que si la différence de chemin optique est telle que $\cos[2k(l_2 - l_1)] = -1$, l'interféromètre est réglé sur la frange noire (frange brillante si le cosinus vaut $+1$). Un tel appareil peut donc mesurer de petites variations dans la différence $l_2 - l_1$. Supposons par exemple que l_1 soit une longueur de référence fixe, et que l_2 soit de la forme :

$$l_2 = l_0 + x(t) \quad (5.5)$$

La puissance en sortie de l'interféromètre sera donc, avec $\alpha = 2k(l_0 - l_1)$:

$$P_{out} = P_{in} r_s^2 t_s^2 (r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos[2\alpha + 2kx(t)]) \quad (5.6)$$

En interférométrie gravitationnelle, les déplacements auxquels on a affaire sont de l'ordre d'une fraction de millièème de la longueur d'onde du laser. On peut donc développer le cosinus au premier ordre en x pour obtenir :

$$P_{out} = P_{in} r_s^2 t_s^2 (r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos 2\alpha) - P_{in} r_s^2 t_s^2 \sin 2\alpha \frac{4\pi x(t)}{\lambda} \quad (5.7)$$

Un tel interféromètre est donc capable de convertir une faible variation de chemin optique vu par le laser (ou de façon équivalente, un faible mouvement des miroirs) en une puissance optique variable : il fait donc véritablement office de **transducteur gravito-optique**.

5.1.3 Couplage à une onde gravitationnelle

On peut aussi exprimer cette puissance reçue par la photodiode sous la forme :

$$P_{out} = \frac{P_{in}}{2} [1 + \mathcal{C} \cos \alpha] \quad (5.8)$$

où \mathcal{C} est le contraste $\frac{P_{out}^{max} - P_{out}^{min}}{P_{out}^{max} + P_{out}^{min}} = \frac{2r_1 r_2}{r_1^2 + r_2^2}$, et $\alpha = 2k(l_2 - l_1)$.

Lors du passage d'une onde gravitationnelle (cas d'une polarisation $+$ perpendiculaire au plan du détecteur), les longueurs varient différentiellement dans les bras :

$$\begin{cases} l'_1 &= l_1 + \frac{1}{2} h_+(t) l_1 \\ l'_2 &= l_2 - \frac{1}{2} h_+(t) l_2 \\ \delta l &= (l_2 - l_1) - \frac{1}{2} h_+(t) (l_1 + l_2) \end{cases} \quad (5.9)$$

La phase α peut alors être décomposée en une partie statique et une partie dynamique due à l'onde gravitationnelle :

$$\phi_{stat} = 2k(l_2 - l_1) \quad \text{et} \quad \phi_{dyn} = -kh_+(l_1 + l_2) \quad (5.10)$$

La variation de phase due à l'onde gravitationnelle est donc proportionnelle à l'amplitude de l'onde h_+ et à la longueur des bras : il apparaît ici une méthode pour mesurer directement la valeur de $h(t)$. En termes de temps d'aller-retour de la lumière, ceci peut s'exprimer sous la forme $ds^2 = 0$. Dans le bras selon l'axe x par exemple, l'intervalle d'espace-temps est donné par :

$$ds^2 = 0 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -c^2 dt^2 + (1 + h_+(2\pi ft - \vec{k} \cdot \vec{x})) dx^2 \quad (5.11)$$

Le temps nécessaire à un aller-retour dans le bras peut s'écrire :

$$\tau_{ar} = \int_0^{\tau_{f_{ond}}} dt + \int_{\tau_{f_{ond}}}^{\tau_{ar}} dt \quad (5.12)$$

soit encore :

$$\tau_{ar} = 2 \times \frac{1}{c} \int_0^L \sqrt{1 + h_+} dx \sim \frac{2L}{c} + \frac{1}{2c} \int_0^L h_+(2\pi ft - \vec{k} \cdot \vec{x}) dx - \frac{1}{2c} \int_L^0 h_+(2\pi ft - \vec{k} \cdot \vec{x}) dx \quad (5.13)$$

On peut dériver la même expression pour le deuxième bras. Dans le cas d'une onde de fréquence f_{og} de polarisation $+$ et d'amplitude $h_{11} = -h_{22} = h$, et si on a de plus $2\pi f_{og} \tau_{ar} \ll 1$, alors la perturbation de la métrique peut être considérée comme constante durant le temps d'observation. Les perturbations aux temps de vol dans les deux bras seront alors égales et opposées. Ceci nous donne une différence totale de temps de vol dans l'interféromètre :

$$\Delta\tau = h(t) \frac{2L}{c} = h(t) \tau_{ar}^0, \quad (5.14)$$

avec $\tau_{ar}^0 = 2L/c$. La variation de phase correspondante sera $\Delta\phi(t) = h(t) \tau_{ar}^0 \frac{2\pi c}{\lambda}$. On peut donc voir ici que cette variation de phase est proportionnelle à la longueur de la cavité (aussi longtemps que $2\pi f_{og} \tau_{ar} \ll 1$).

La réponse fréquentielle

En faisant l'hypothèse que l'amplitude de l'onde gravitationnelle h est à peu près constante durant le temps τ_{ar} , on peut écrire $h(t) = h e^{i2\pi f_{og} t}$. En calculant à nouveau les temps de trajet dans chaque bras, on peut estimer $\Delta\tau$ et donc la variation de phase en fonction de la fréquence de l'onde incidente :

$$\Delta\phi(t) = h(t) \tau_{ar}^0 \frac{2c}{\lambda} \text{sinc}(f_{og} \tau_{ar}^0) e^{i\pi f_{og} \tau_{ar}^0} \quad (5.15)$$

avec $\text{sinc} x = \frac{\sin x}{x}$. La figure 5.3 montre l'allure de la réponse fréquentielle $\Delta\phi(t)/h(t)$ (en valeur absolue) pour un interféromètre de 3 kms. On remarque un comportement en $1/f$ pour les hautes fréquences et une faible variation de la phase pour les basses fréquences : pour une onde gravitationnelle de fréquence supérieure à $1/\tau_{ar}^0$, la perturbation de la métrique s'effectue sur un temps supérieur au temps d'un aller-retour pour le faisceau laser, la réponse du détecteur n'est donc pas optimale. On remarquera les valeurs du déphasage minimums pour des fréquences multiples de $1/\tau_{ar}^0$. Un tel détecteur est donc sensible pour $f \lesssim 50$ kHz.

La réponse angulaire

Comme on l'a déjà vu (paragraphe I.2.13), la variation de longueur relative dans les deux bras peut s'exprimer en fonction des **fonctions d'antennes** F_+ et F_\times :

$$\frac{\Delta l}{l} = F_+(\theta, \phi) h_+(t) + F_\times(\theta, \phi) h_\times(t) \quad (5.16)$$

avec $F_+ = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi$ et $F_\times = \cos \theta \sin 2\phi$. La réponse maximum est donc suivant l'axe z alors que l'interféromètre est aveugle selon la bissectrice des axes des deux bras.

VIRGO sera donc **intrinsèquement** aveugle à certaines régions du ciel, qui seront différentes dans le cas des deux LIGO. En outre, ceci implique que le détecteur soit sensible à un effet conjugué des deux polarisations h_+ et h_\times .

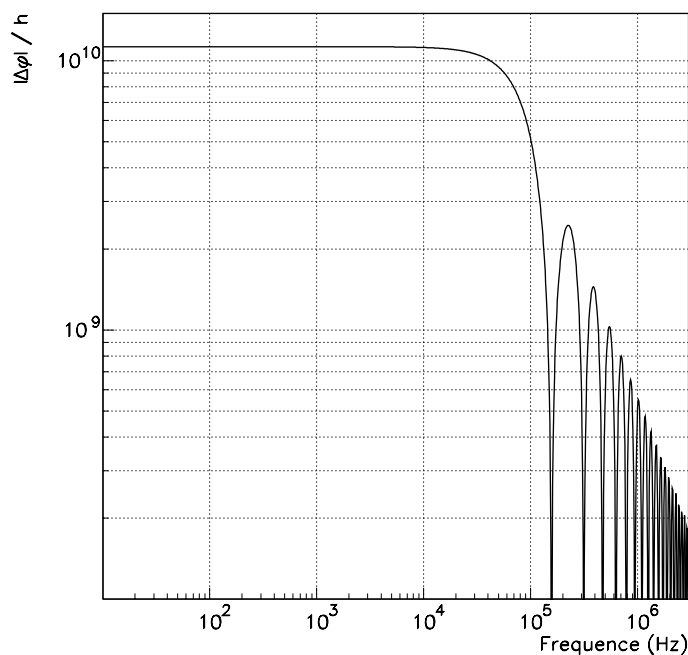


Figure 5.3: La valeur du déphasage relatif $\Delta\phi(t)/h(t)$ (en valeur absolue) en fonction de la fréquence pour un interféromètre de Michelson de 3 km (avec $\lambda = 1.064\mu\text{m}$).

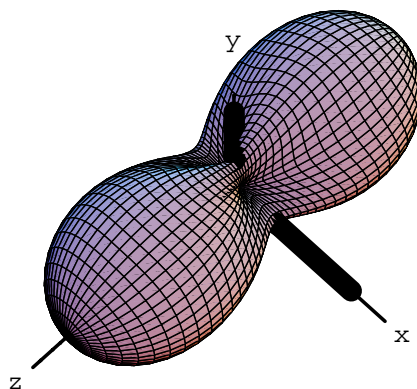


Figure 5.4: Réponse angulaire $F_+^2(\theta, \phi) + F_-^2(\theta, \phi)$ d'un interféromètre dont les bras sont alignés avec les axes x et y . L'onde incidente est caractérisée par un angle θ (entre le vecteur de propagation \vec{k} de l'onde et l'axe z) et un angle ϕ (angle entre x et la projection de \vec{k} sur le plan xOy).

5.1.4 Les limites de la détection continue

Outre des sources de bruits externes (bruit sismique entre autres) et internes aux composants de l'interféromètre, qui seront détaillés dans le paragraphe suivant, la détection en continue est limitée *intrinsèquement* par le bruit de photons. Ce nombre de photons détectés suit une statistique de Poisson. Pour une photodiode recevant un faisceau laser de puissance nominale P_0 (cas idéal), pendant un temps d'intégration Δt , le nombre de photons détectés est $N_0 = \frac{P_0 \Delta t}{h\nu}$. En fait, ce nombre N fluctue autour de sa valeur moyenne N_0 , avec une déviation standard $\sigma[N] = \sqrt{N_0}$. Ces fluctuations peuvent être reliées aux fluctuations de P autour de P_0 en écrivant :

$$\sigma[P] = \frac{h\nu}{\Delta t} \sigma[N] = \sqrt{\frac{P_0 h\nu}{\Delta t}} \quad (5.17)$$

de telle manière que la densité spectrale du bruit de photons peut s'écrire $P(f) = \sqrt{P_0 h\nu}$, la quantité $1/\Delta t$ étant interprétée comme la bande passante du système de détection.

5.1.5 Optimisation et rapport signal-sur-bruit

Dans l'expression (5.7) de la puissance de sortie d'un Michelson simple, on peut distinguer une partie continue $P_{dc} = P_{\text{in}} r_s^2 t_s^2 (r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos 2\alpha)$ et une partie dynamique dont on peut calculer la densité spectrale à la fréquence f :

$$P(f) = P_{\text{in}} r_s^2 t_s^2 \sin 2\alpha \frac{4\pi x(f)}{\lambda} \quad (5.18)$$

où $x(f)$ est la densité spectrale du signal de déplacement à mesurer. En l'absence de signal gravitationnel, la densité spectrale de bruit de photons est :

$$\delta P(f) = \sqrt{h\nu P_{dc}} \quad (5.19)$$

On peut définir le rapport signal-sur-bruit comme étant le rapport des deux densités spectrales :

$$SNR(f) = \frac{P(f)}{\delta P(f)} = r_s t_s \sqrt{\frac{P_{\text{in}}}{h\nu}} \frac{4\pi}{\lambda} x(f) \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos 2\alpha}} \quad (5.20)$$

en notant $f(\alpha) = \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos 2\alpha}}$.

Pour maximiser le SNR, on voit qu'il y a deux solutions : $\cos 2\alpha = -r_2/r_1$ ou $\cos 2\alpha = -r_1/r_2$. En fait, la seule solution admissible est :

$$\cos 2\alpha = -\min(r_1, r_2)/\max(r_1, r_2) \quad (5.21)$$

Cela montre que l'interféromètre, à cause du contraste imparfait, ne doit pas être exactement réglé sur la frange noire pour obtenir le meilleur résultat (puisque pour $\cos 2\alpha = -1$, on aurait $f(\alpha) = 0$). On trouve alors que le SNR maximum peut s'écrire (avec $r_s t_s = 1/2$) :

$$SNR(f) = \sqrt{\frac{P_{\text{in}}}{h\nu}} \frac{2\pi}{\lambda} x(f) \quad (5.22)$$

Le déplacement équivalent au bruit de photon peut donc s'obtenir en prenant $SNR = 1$, ce qui nous donne :

$$x(f) = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{h\nu}{P_{\text{in}}}} \quad (5.23)$$

Au premier ordre, comme le passage d'une onde gravitationnelle induit un déplacement $x(f) = Lh(f)$ avec L la longueur d'un bras de l'interféromètre (l'onde induit en fait un changement $hL/2$ dans chaque bras), l'amplitude équivalente au bruit de photons est donc :

$$h(f) = \frac{\lambda}{2\pi L} \sqrt{\frac{h\nu}{P_{\text{in}}}} \simeq 5 \times 10^{-20} \text{ Hz}^{-1/2} \quad (5.24)$$

pour une puissance incidente de 20 W, des bras de 30 m (interféromètre de laboratoire) et un laser de longueur d'onde $\lambda = 1.064\mu\text{m}$.

On voit bien que pour augmenter la sensibilité, on doit prendre L aussi grand que possible. Des centaines de kilomètres de chemin optique seraient parfait, mais, matériellement, cela semble assez difficile à réaliser. La solution la plus simple à ce niveau, prenant aussi en compte les limites technologiques quant à la conception des miroirs, est d'incorporer dans les bras de l'interféromètre des **cavités Fabry-Perot** qui augmentent le chemin optique vu par le laser. L'autre quantité sur laquelle l'expérimentateur peut intervenir est la puissance incidente, qui peut être augmentée grâce à la technique du **recyclage**.

Avant de décrire plus en détails ces deux techniques, voyons les principales sources de bruit pouvant mimer le passage d'une onde gravitationnelle et donc limiter la sensibilité d'un détecteur interférométrique.

5.2 Les sources de bruit

Comme on l'a vu dans les chapitres précédents, les signaux attendus (même pour les phénomènes les plus violents de l'univers) sont faibles. Il devient donc nécessaire de bien comprendre et de quantifier la nature exacte de toutes les sources de bruit qui peuvent intervenir à tous les niveaux d'une expérience telle que VIRGO. Les bruits présents dans un détecteur interférométrique peuvent être soit des bruits dits de *déplacement* soit des bruits dits de *phase*. Les bruits de déplacement sont provoqués par le mouvement effectif des miroirs, sous l'action :

- du mouvement sismique du sol,
- des fluctuations du champ gravitationnel stochastique, provoquées par les fluctuations de densité de matière, qui se couplent directement aux miroirs,
- de l'excitation thermique des fils de suspension et de tous les composants optiques de l'interféromètre,
- des fluctuations de pression de radiation.

Les bruits de phase sont quant à eux engendrés principalement par :

- les fluctuations de l'indice du vide dans les tubes constituant les bras,
- le couplage des fluctuations d'amplitude et de fréquence du faisceau laser incident aux asymétries de l'interféromètre,
- le bruit de photon.

5.2.1 Les bruits de phase

La sensibilité de l'interféromètre est fondamentalement limitée par le bruit de photons ainsi que le bruit de pression de radiation, tous deux causés par les fluctuations du nombre de photons dans le faisceau laser. L'amplitude équivalente a déjà été exposée dans le paragraphe précédent.

On a vu qu'elle pouvait être réduite en augmentant la puissance du laser en entrée. Malheureusement, la pression de radiation impose aussi une limite. Ce phénomène peut être rapproché des problèmes de mesures que l'on peut rencontrer en mécanique quantique, à savoir que toute mesure perturbe le système sur lequel s'applique la mesure. Ici, c'est la pression de radiation du faisceau laser qui provoque un mouvement des miroirs et qui perturbe donc la mesure de la différence de phase entre les faisceaux dans les deux bras.

La pression de radiation s'écrit $F_{rad} = \frac{P_{in}}{c}$, avec une puissance soumise au bruit de photons. Les fluctuations de cette force sont proportionnelles aux fluctuations de la puissance et sa densité spectrale est alors :

$$F(f) = \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{c\lambda}} \quad (5.25)$$

Pour chaque masse, le déplacement est $\tilde{x}(f) = \frac{1}{m(2\pi f)^2}$ et $F(f) = \frac{1}{mf^2} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{8\pi^3 c\lambda}}$. Le mouvement étant anti-corrélé dans les deux bras, la densité spectrale équivalente en amplitude est :

$$\tilde{h}(f) = \frac{2}{L} \tilde{x}(f) = \frac{1}{mf^2 L} \sqrt{\frac{\hbar P_{in}}{2\pi^3 c\lambda}} \quad (5.26)$$

Les autres types de bruits de phases seront abordés dans le chapitre suivant, dans le cas particulier de VIRGO.

5.2.2 Les bruits de déplacement

Le bruit sismique

Le bruit de photons est limitant essentiellement à haute fréquence. À l'autre bout du spectre, la sensibilité est limitée par l'activité sismique, puisque tout mouvement du miroir mimera l'effet du passage d'une onde gravitationnelle à travers l'interféromètre. Des mesures menées un peu partout dans le monde ont pu montrer que ce mouvement du sol est isotrope, avec un comportement en $1/f^2$ au-dessus de 1 Hz. Ce déplacement a pu être mesuré sur le site de VIRGO comme étant :

$$\tilde{x}_{ism}(f) = \frac{A}{f^2} \frac{f_0^2 + f_1^2}{f^2 + f_1^2} \quad \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (5.27)$$

avec $f_0 \sim 0.1$ Hz, $f_1 \sim 0.5$ Hz et une amplitude $A \in [10^{-7}, 10^{-6}]$ m. $\sqrt{\text{Hz}}$.

L'un des aspects importants ici est que les mouvements des deux points du sol peuvent être corrélés, et ce phénomène dépend bien entendu de la fréquence considérée. Pour des vibrations sismiques de longueur d'onde λ_s se propageant à la vitesse $v_s \sim 500$ m.s⁻¹, les mouvements de deux points séparés d'une distance l seront corrélés si $l \ll \lambda_s$, c'est à dire pour des fréquences f telles que :

$$f \ll \frac{v_s}{l} \quad (5.28)$$

Pour une distance $l = 3$ km (c'est le cas de VIRGO), cette fréquence limite est de l'ordre de 0.17 Hz. Pour des fréquences très inférieures à cette fréquence, les contributions au bruit sismique de chaque miroir peuvent donc être sommées en quadrature, et pour $f > f_1 = 0.5$ Hz, on pourra donc écrire la densité spectrale équivalente sous la forme (pour $l = 3$ km) :

$$\tilde{h}_{ism}(f) = \frac{2\sqrt{2}}{l} \tilde{x}_{ism}(f) \sim \frac{10^{-9}}{f^2} \quad 1/\sqrt{\text{Hz}} \quad (5.29)$$

On est encore loin des quelques 10^{-21} à 10 Hz que l'on souhaite obtenir. Une manière de s'en sortir est d'augmenter la longueur l du dispositif indépendamment de la configuration optique, mais aussi d'isoler sismiquement les miroirs (en les suspendant à une chaîne de pendules par exemple).

Les bruits thermiques

L'autre source importante de bruit provient du fait que chaque composant de l'interféromètre est un système macroscopique soumis en permanence à l'agitation thermique. Il nous faut alors identifier les modes de ces vibrations ou modes normaux. Ces modes normaux sont les modes de

suspension et les modes de vibrations internes, qui se couplent différemment à l'interféromètre : pour les modes de suspension, le miroir est vu comme un solide rigide tandis qu'il est considéré comme un corps élastique en ce qui concerne les modes de vibrations internes.

Ce bruit thermique peut être estimé grâce au **théorème fluctuation-dissipation**. Dans le cas d'un résonnateur simple, de fréquence de résonance $f_0 = \omega_0/2\pi$, à une température T , de masse m , et possédant un facteur de qualité Q (rapport de la fréquence de résonance et de la largeur de la résonance), la densité spectrale de déplacement dû au bruit thermique peut être mise sous la forme (dans le cas d'un modèle de dissipation interne) [218]:

$$|\tilde{x}_{therm}(\omega)|^2 = \frac{4kT}{mQ\omega} \frac{\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega_0^4/Q^2} \quad \text{m}^2/\text{Hz} \quad (5.30)$$

avec un comportement en $1/\sqrt{Q\omega}$ pour $\omega \ll \omega_0$, puis une allure en $1/\sqrt{Q}\omega^{5/2}$ pour $\omega \gg \omega_0$.

Les bruits thermiques étant indépendants, on peut sommer quadratiquement les différentes contributions, pour chacun des miroirs :

$$\tilde{x}_{total}^2 = \sum_{\text{miroirs}} [\tilde{x}_{pendule}^2 + \tilde{x}_{violons}^2 + \tilde{x}_{internes}^2] \quad (5.31)$$

Pour le mode pendule par exemple (un des modes de suspension), la fréquence de résonance est bien en deçà de la bande de détection, et la densité spectrale résultante est donc proportionnelle à $1/f^{5/2}\sqrt{Qm}$. Une grande masse m est donc souhaitable, ainsi qu'un bon facteur de qualité. Cette contribution devient bien entendue négligeable pour de hautes fréquences, ce qui n'est pas le cas pour de plus basses fréquences.

Pour un miroir de masse $m = 40$ kg et un pendule possédant un facteur de qualité $Q = 10^6$, le bruit thermique est $\tilde{x}^2 = 4kT \frac{\omega_p^2}{m\omega^5 Q}$. Ceci nous donne un bruit équivalent en amplitude :

$$\tilde{h}_{therm} \sim 10^{-19} \quad 1/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{à } 10 \text{ Hz} \quad (5.32)$$

On voit donc que pour être sensible à des coalescences de binaires dans ce domaine de fréquence, un tel mode de vibration doit être réduit par (au moins) deux ordres de grandeurs.

Les modes de vibrations internes quant à eux résonnent autour du kHz. Le déplacement induit par de telles vibrations est alors proportionnel à $1/\sqrt{Qfm}$, et son effet peut donc être atténué par un choix judicieux du produit Qm dans la conception des miroirs.

5.3 Les améliorations au principe de base

Les trois facteurs principaux que l'expérimentateur peut contrôler sont l'influence du bruit sismique au niveau des miroirs, la longueur de chemin optique et la puissance à l'intérieur de l'interféromètre.

5.3.1 Les suspensions

Pour réduire le bruit sismique, une possibilité est d'accrocher chaque miroir à l'extrémité d'un pendule. L'équation du mouvement est alors :

$$F - m\omega_0^2[x(t) - x_0(t)] = m\ddot{x}(t) \quad (5.33)$$

ce qui nous donne une densité spectrale :

$$\tilde{x}(\omega) = \tilde{x}_0(\omega) \frac{\omega_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2} \quad (5.34)$$

qui, dans la limite $\omega \gg \omega_0$, se réduit à $\frac{\tilde{x}(\omega)}{\tilde{x}_0(\omega)} \simeq \frac{\omega_0^2}{\omega^2}$. Il y a donc atténuation en $1/f^2$ du mouvement sismique pour un étage de suspension. Bien entendu, les fréquences de résonance les plus faibles possibles sont les plus intéressantes.

On peut voir dans l'équation 5.34 que le bruit sismique est encore atténué si le miroir est accroché à une **chaîne** de pendules, et non plus à un seul. Pour une chaîne idéale de N pendules, l'atténuation est donc en $1/f^{2N}$, pour $f \gg f_N$ où f_N est la fréquence de résonance du N ème pendule. Utiliser 6 pendules de fréquence de résonance $\lesssim 1$ Hz nous permettrait d'atténuer le mouvement sismique résiduel de 12 ordres de grandeurs à 10 Hz.

Nous verrons dans le chapitre suivant les solutions technologiques imaginées pour atténuer le bruit sismique dans le cas particulier de VIRGO.

5.3.2 Augmenter la longueur des bras : les Fabry-Perot

Une cavité Fabry-Perot est constituée de deux miroirs parallèles. Quand le faisceau entre dans la cavité à travers le premier miroir, il est partiellement réfléchi et partiellement transmis. L'onde transmise est réfléchi par le deuxième miroir, puis retourne sur le premier miroir où elle se recombine avec l'onde incidente et où elle est partiellement transmise à l'extérieur. Si le déphasage après un tour dans la cavité l'autorise, l'interférence entre l'onde incidente et l'onde à l'intérieur de la cavité est constructive, et la lumière est stockée (voir la figure 5.6 p.99).

Appellons r_i, t_i, p_i ($i = 1, 2$) les paramètres du miroir, et Ψ_{in} l'onde incidente. La longueur de la cavité est L . L'interférence sur le miroir M_1 pour l'onde intracavité Ψ_0 peut s'écrire :

$$\Psi_0 = t_1 \Psi_{\text{in}} - r_1 r_2 e^{i2kL} \Psi_0 \quad \text{soit} \quad \Psi_0 = \frac{t_1}{1 + r_1 r_2 e^{i2kL}} \Psi_{\text{in}} \quad (5.35)$$

Une résonance apparaît lorsque $e^{i2kL} = -1$. Considérons tout d'abord le cas d'une cavité de longueur fixée, avec un faisceau laser de fréquence variable. Pour L donnée, on obtient une série de fréquences de résonance données par :

$$\nu_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{c}{2L} \quad (5.36)$$

L'intervalle entre deux résonances successives est appelé **Intervalle Spectral Libre (ISL)**, et noté $\Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2L}$. Pour une cavité telle que VIRGO, où $L = 3$ km, l'intervalle spectral libre est proche de 50 kHz, de telle sorte qu'avec $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$ et donc une fréquence optique de 3×10^{14} Hz, l'entier n est proche de 6×10^9 .

Le facteur de surtension est défini par la quantité $S = \Psi_0 / \Psi_{\text{in}}$: c'est le rapport des amplitudes incidente et intracavité. Il nous faut évaluer maintenant la largeur de chaque résonance. Proche de la résonance, on peut écrire que $\nu = \nu_n + \delta\nu$, avec $\delta\nu \ll \Delta\nu_{ISL}$. Alors :

$$2kL = (2n + 1)\pi + 2\pi \frac{\delta\nu}{\Delta\nu_{ISL}} \quad (5.37)$$

On peut alors calculer l'expression du facteur de surtension autour de la résonance, ou plus exactement le carré de son module, qui donne le rapport des intensités :

$$|S|^2 = S_{\text{max}}^2 \times \frac{1}{1 + [2\mathcal{F} \frac{\delta\nu}{\Delta\nu_{ISL}}]^2} \quad (5.38)$$

avec $\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}$ qui définit la **finesse** de la cavité, et le gain maximum $G = S_{\text{max}}^2 = \frac{2\mathcal{F}}{\pi}$.

Les valeurs de $\delta\nu$ telles que la surtension soit égale à la moitié de sa valeur maximum sont :

$$\delta\nu = \pm \frac{\Delta\nu_{ISL}}{2\mathcal{F}} \quad (5.39)$$

et l'on peut alors définir la largeur à mi-hauteur ou *Full Width at Half-Maximum* (FWHM) de la résonance comme étant :

$$\Delta\nu_{FWHM} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\mathcal{F}} \quad (5.40)$$

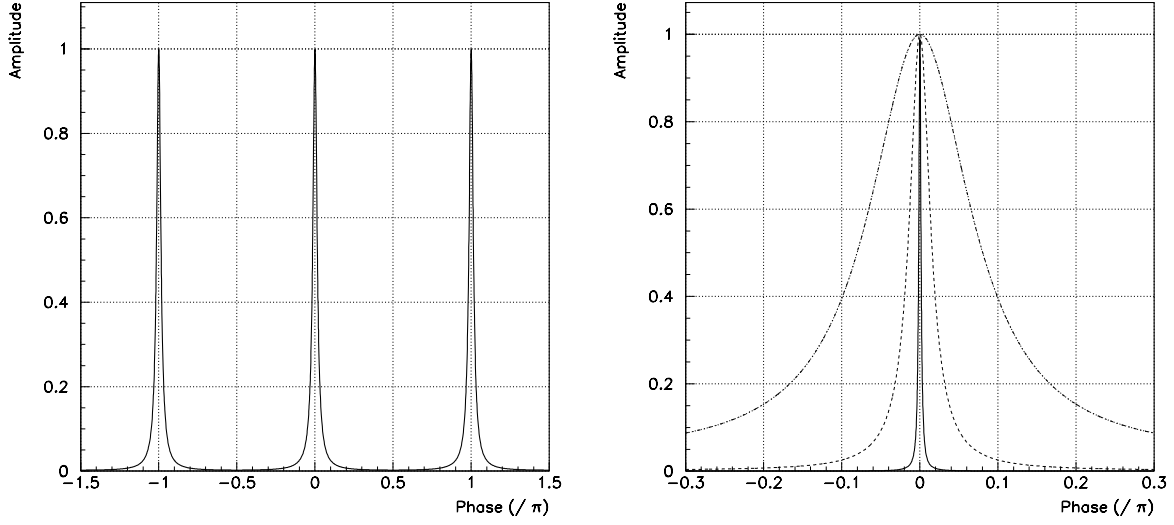


Figure 5.5: Fonction d’Airy pour une finesse $\mathcal{F} \sim 10$ (à gauche). On peut voir l’intervalle spectral libre entre deux résonances (mesuré en phase, par unité de π). À droite, on montre la fonction d’Airy pour une finesse $\mathcal{F} = 2, 10, 100$ autour de la résonance (mesurée en unité de π). La finesse la plus grande correspond au pic le plus étroit.

Les figures 5.5 (à gauche) montre l’aspect du facteur de surtension pour une finesse de 10, et l’on peut y voir l’intervalle spectral libre. La partie droite de la figure 5.5 montre la résonance dans le cas de $\mathcal{F} = 2, 10$ et 100. La résonance est plus prononcée pour $\mathcal{F} = 100$.

Si maintenant la fréquence de la source laser est fixée et la longueur de la cavité variable, ce qui est idéalement le cas pour un détecteur d’ondes gravitationnelles, on obtient cette fois des longueurs de cavités résonnantes :

$$L_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \quad (5.41)$$

et donc deux résonances sont séparées par :

$$\Delta L_{ISL} = \frac{\lambda}{2} \quad (5.42)$$

avec une largeur de résonance $\delta L_{FWHM} = \frac{\lambda}{2\mathcal{F}}$. Il est maintenant naturel de se demander comment se couple une telle cavité avec une onde gravitationnelle, puisque les calculs ci-dessus ont été effectués en supposant un espace-temps plat.

Couplage à une onde gravitationnelle

Il est simple de calculer la puissance reçue par une photodiode, comme dans le cas du Michelson simple. La seule différence est que les coefficients r_i sont remplacés par des coefficients de réflectivité complexe $\mathcal{R}_j = R_j e^{i\phi_j}$ pour le j ème Fabry-Perot. Cette puissance s’écrit alors :

$$P_{\text{out}} = \frac{P_{\text{in}}}{2} [1 + \mathcal{C} \cos[(\phi_2 - \phi_1) + \alpha]] \quad (5.43)$$

si on suppose $\mathcal{R}_1 \sim \mathcal{R}_2 \simeq 1$ et $r_s = t_s = \sqrt{1/2}$. Si de plus on suppose que les longueurs des Fabry-Perot sont très grandes devant les l_i , l’effet du passage de l’onde gravitationnelle est plus grand dans les cavités.

Une perturbation δl de la longueur à résonance de la cavité L_{res} , provoquée par une onde gravitationnelle, induit une variation de phase (pour une finesse égale dans chaque bras) :

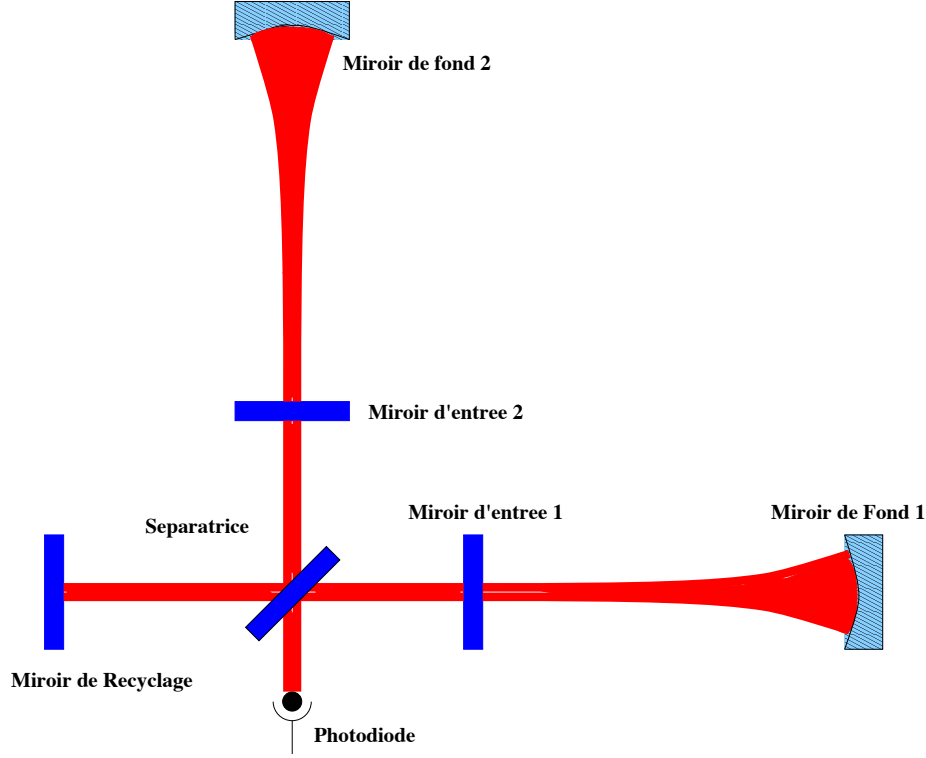


Figure 5.6: Principe d'un interféromètre de Michelson avec recyclage de puissance

$$\Delta\phi = -2k \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right) \delta L \quad (5.44)$$

Si cette perturbation prend la forme $\delta L_i = \pm \frac{1}{2} L_0 h_+$, la variation de phase s'écrit :

$$\Delta\phi = -2k \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right) (\delta L_2 - \delta L_1) = 2k \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right) h_+ L_0 \quad (5.45)$$

La longueur dont dépend cette variation de phase n'est plus L_0 mais GL_0 , avec G le gain de la cavité Fabry-Perot $\frac{2\mathcal{F}}{\pi}$. L'inconvénient d'un tel dispositif est que la différence de temps de stockage entre les deux bras (différence de finesse ou de longueur) le rend très sensible aux fluctuations de fréquence de laser.

5.3.3 Augmenter la puissance : le recyclage

Nous allons ici voir comment il est possible d'améliorer le rapport signal-sur-bruit dû au bruit de photons. Lorsque l'interféromètre est réglé sur une frange noire, la plus grande partie de la lumière est renvoyée vers la source laser. Ajouter un miroir entre la source et la séparatrice permet alors de recycler la lumière en créant une nouvelle cavité Fabry-Perot, et donc une nouvelle amplification [219] (voir figure 5.6)

On peut alors écrire la puissance reçue par la photodiode sous la forme :

$$P_{\text{out}} = P_0 \cos^2 \alpha/2 = |\Psi_0|^2 \cos^2 \alpha/2 \quad \text{avec} \quad (5.46)$$

$$|\Psi_0|^2 = \frac{t_0^2 |\Psi_{\text{in}}|^2}{1 + r_0^2 \sin^2 \alpha/2 + 2r_0 \cos 2kl_r \sin \alpha/2} \quad (5.47)$$

où $l_r = l_0 + \frac{1}{2}(l_1 + l_2)$ (si les deux Fabry-Perot sont à la résonance). À la résonance, la puissance stockée dans la cavité de recyclage est ainsi :

$$|\Psi_0|^2 = \frac{t_0^2}{(1-r_0^2)^2} P_{\text{in}} = G_{\text{rec}} P_{\text{in}} \quad (5.48)$$

Avec des pertes totales de la cavité de l'ordre de 2 % (soit un gain $G_{\text{rec}} \sim 50$), la puissance au niveau de la séparatrice est ainsi de l'ordre de 1 kW. Ces pertes vont de plus imposer des contraintes sur la qualité des composants optiques utilisés.

5.4 L'extraction du signal gravitationnel

On a établi que le SNR est maximum lorsque l'interféromètre n'est pas parfaitement réglé sur la frange noire. Le système sera donc très sensible aux fluctuations de puissance du laser, et donc aussi au *shot noise*, qui peut être très contraignant à basse fréquence, tout comme le bruit électronique en $1/f$.

On peut s'affranchir de tels bruits en déplaçant la détection vers la bande des MHz (radio-fréquences), en modulant le faisceau d'entrée, et, de façon cohérente, en démodulant le signal de sortie. Si m est l'indice de modulation, le champ modulé s'exprime de la manière suivante :

$$\Psi_{\text{mod}} = A_0 e^{i(\omega_0 t + m \sin \Omega t)} = A_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(m) e^{i(\omega_0 + n\Omega)t} \quad (5.49)$$

avec Ω la pulsation de modulation et ω_0 la pulsation du laser. Si $m \ll 1$, on peut écrire $\Psi_{\text{mod}} \sim A_0 (J_0(m) e^{i\omega_0 t} + J_1(m) e^{i(\omega_0 + \Omega)t} + J_{-1}(m) e^{i(\omega_0 - \Omega)t})$: il y a donc apparition de bandes latérales aux fréquences $\omega_0 \pm \Omega$. En sortie, le champ peut s'écrire (il suffit pour cela de réécrire la propagation du champ jusqu'à la photodiode) :

$$\Psi_{\text{out}} = \Psi_0 + \Psi_+ e^{i\Omega t} + \Psi_- e^{-i\Omega t} \quad (5.50)$$

où, avec $\delta l = l_2 - l_1$, $r_s = t_s = \sqrt{1/2}$, $r_1 = r_2 = 1$:

$$\begin{cases} \Psi_0 &= -J_0 (e^{i\omega_0 \delta l/c} + e^{-i\omega_0 \delta l/c}) \\ \Psi_+ &= -J_1 (e^{i(\omega_0 + \Omega) \delta l/c} + e^{-i(\omega_0 - \Omega) \delta l/c}) e^{i\Omega(l_1 + l_2)/c} \\ \Psi_- &= J_1 (e^{-i(\omega_0 - \Omega) \delta l/c} + e^{-i(\omega_0 + \Omega) \delta l/c}) e^{-i\Omega(l_1 + l_2)/c} \end{cases} \quad (5.51)$$

La puissance en sortie peut donc se mettre sous la forme de cinq termes : un premier terme correspondant à la **porteuse** de fréquence ω_0 , deux autres termes correspondants aux bandes latérales de fréquences $\omega_0 \pm \Omega$, accompagnés d'un terme de battement entre la porteuse et les bandes latérales et un dernier correspondant à un phénomène de battement entre les bandes latérales. Plus exactement :

$$\begin{aligned} P_{\text{out}} &= P_0 + P_- + P_+ \\ &+ (\Psi_+ \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_-^*) e^{i\Omega t} + (\Psi_- \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_+^*) e^{-i\Omega t} \\ &+ \Psi_+ \Psi_-^* e^{i2\Omega t} + \Psi_- \Psi_+^* e^{-i2\Omega t} \end{aligned} \quad (5.52)$$

Il est facile de s'affranchir de l'effet des termes en $\pm 2\Omega$ au moyen d'un filtre passe-bas. On peut montrer que le terme de battement porteuse-bande latérale est proportionnel à $\sin(\frac{\Omega}{c} \Delta l) \sin(2\frac{\omega_0}{c} \delta l_{og})$, avec Δl l'asymétrie des bras, et δl_{og} la "variation" de longueur provoquée par le passage éventuel de l'onde gravitationnelle. Cela signifie que le terme en Ω nous permet d'obtenir directement $\sin(2\frac{\omega_0}{c} \delta l_{og}) \simeq 2k \delta l_{og}$. En d'autres termes, lorsque l'interféromètre est réglé sur la frange noire pour la porteuse, l'asymétrie des bras "force" l'apparition des bandes latérales dans la bande de détection de la photodiode. Le passage d'une onde gravitationnelle change le chemin optique qui amène la porteuse hors de la zone d'interférence destructive, et qui provoque le battement avec les bandes latérales. Ce système de modulation permet donc de repousser la détection dans la bande des radio-fréquences, où les bruits d'amplitude du laser et électronique sont plus faibles.

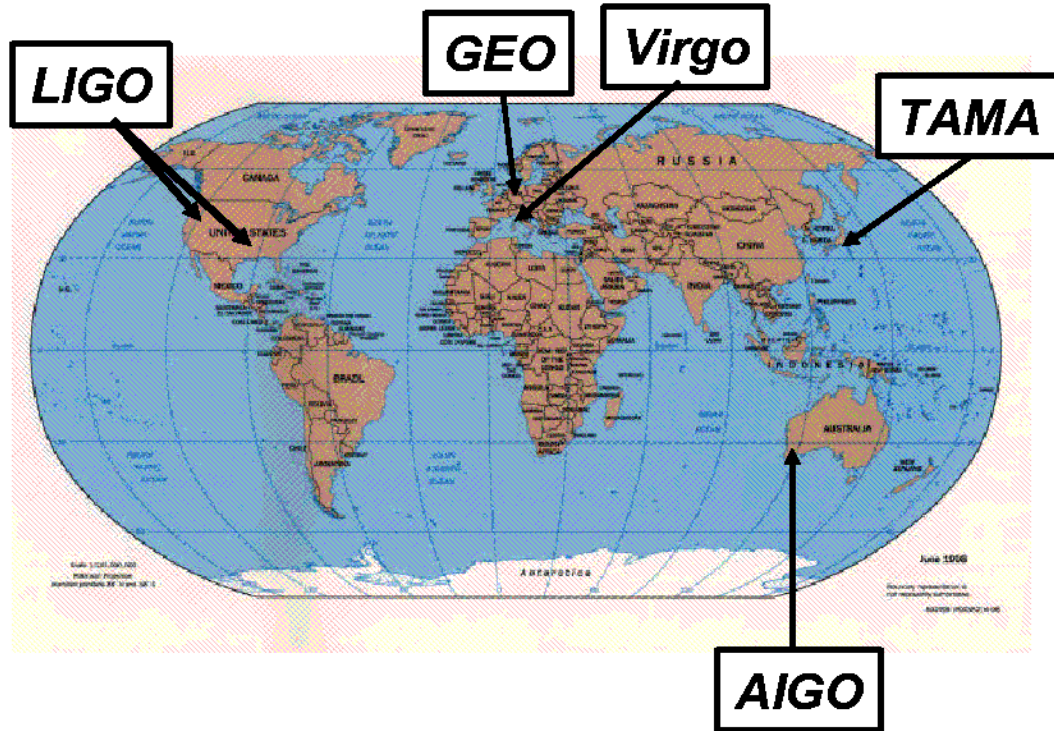


Figure 5.7: Les détecteurs interférométriques dans le monde.

5.5 Les détecteurs interférométriques dans le monde

D'autres interféromètres que VIRGO, qui fait l'objet du chapitre suivant, sont en cours de construction dans le monde. La collaboration américaine LIGO a conçu deux interféromètres de 4 kilomètres de long (avec essentiellement une atténuation sismique moins bonne, due à l'absence de superatténuateurs). L'interféromètre de 2 kilomètres à Hanford a été amené à résonance durant l'automne 2000, tandis que la première cavité de l'interféromètre de 4 km de Livingston a été amenée à la résonance (on dira *lockée*) pour la première fois début 2001.

Une collaboration germano-anglaise de son côté développe en Allemagne un interféromètre de 600m (forte d'une longue expérience avec un prototype de 30m) en construction depuis 1995. Il devrait avoir une sensibilité de l'ordre de $10^{-20} - 10^{-21}$ pour des signaux de types *bursts* et jusqu'à 10^{-26} pour des sources continues (avec un temps d'intégration de 1 an), et comporte une cavité de recyclage du signal.

Les Japonais ne sont pas en reste : avec une équipe réduite ils mettent au point depuis 1995 un interféromètre de Michelson avec recyclage de puissance et cavités Fabry-Perot, de 300m, suspendues. Leurs observations commencées mi-1999 montrent une sensibilité de l'ordre de $3 \times 10^{-20}/\sqrt{\text{Hz}}$ autour de 900 Hz et ont de plus permis de donner une limite sur le taux de coalescence de binaires à 90 % CL autour de 0.6 événement/heure.

Les détecteurs interférométriques autour du monde sont donc dans une phase de construction avancée, de premiers tests ou pour certains, de prise de données. Dans tous les cas, l'analyse des données commence donc à devenir un domaine non plus seulement restreint aux simulations qui l'ont caractérisé pendant de longues années, mais bien une réalité nécessaire : étude des bruits, élimination de raies spectrales connues, pré-traitement et blanchiment des données, recherche de signaux gravitationnels, autant de sujets que nous aborderons en détail dans la deuxième partie de cette thèse. Avant cela, nous allons nous intéresser dans le chapitre qui suit au cas particulier du projet VIRGO.

Chapitre 6

Le Projet VIRGO

Contenu du chapitre

6.1	La Configuration Optique	104
6.1.1	VIRGO au printemps 2001	104
6.2	VIRGO dans le détail	105
6.2.1	La Source Laser et l'optique	105
6.2.2	Les Suspensions	107
6.2.3	Le Vide	109
6.3	Le contrôle de VIRGO	111
6.4	La chaîne d'acquisition des données	111
6.4.1	La reconstruction de la perturbation $h(t)$	111
6.5	La sensibilité attendue pour VIRGO	113
6.5.1	Améliorations possibles	113



LE PROJET VIRGO est une collaboration franco-italienne qui s'est lancée pour défi la construction d'une antenne visant la détection *directe* d'ondes gravitationnelles. Le site de l'expérience se trouve à Cascina, dans la campagne toscane, près de Pise. L'objectif d'une telle construction est d'aboutir à un détecteur d'ondes gravitationnelles avec une sensibilité de l'ordre de $10^{-21}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 10 Hz et $3 \times 10^{-23}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 500 Hz. La sensibilité prévue à 10 Hz devrait permettre une détection de coalescences de binaires mais aussi celle de signaux émis par des sources continues et périodiques (pulsars). D'un autre côté, la sensibilité visée aux environs de 1 kHz est encourageante quant à la détection de signaux impulsifs (par exemple des supernovae de type II), détection pour laquelle une validation par des coïncidences avec d'autres antennes sera nécessaire.

Ce chapitre décrit dans le détail tous les sous-systèmes du projet VIRGO, aussi bien au niveau optique (d'importance pour la suite) qu'au niveau mécanique.

6.1 La Configuration Optique

VIRGO consiste en un interféromètre de Michelson avec, dans ses bras, des cavités Fabry-Perot et recyclage de la lumière. La source laser choisie aura pour VIRGO une puissance $P \simeq 20W$ dans le mode fondamental (voir partie III), pour $\lambda = 1.064\mu\text{m}$. La densité spectrale de bruit de photon équivalente devrait être de l'ordre de $10^{-23}/\sqrt{\text{Hz}}$, obtenue avec des miroirs à faibles pertes (de l'ordre de 2×10^{-5}). Cette source est bien entendu stabilisée en puissance, fréquence et position au moyen d'asservissements, fluctuations qui seront en outre filtrées par la cavité *Mode-Cleaner*. Après avoir été modulé en phase (pour que l'extraction du signal gravitationnel soit limitée uniquement par le bruit de photons), le faisceau est envoyé dans l'interféromètre après avoir été mis en forme sur le banc d'entrée.

Après avoir interférée sur la séparatrice, la lumière est collectée par les photodiodes du banc de détection, lui aussi suspendu, qui contient entre autre un *mode-cleaner* de sortie, pour augmenter le contraste de l'interféromètre. Le signal issu des photodiodes est ensuite démodulé de façon synchrone puis les données numérisées sont enregistrées sur bandes.

Pour atténuer le bruit sismique, tous les miroirs, ainsi que les bancs optiques de VIRGO sont suspendus à des chaînes de pendules, décrites dans la suite. Le faisceau laser tout au long de la chaîne optique se propage dans le vide, essentiellement pour éviter toute fluctuation notable de l'indice de réfraction.

6.1.1 VIRGO au printemps 2001

La construction de VIRGO se poursuit en ce moment (voir la figure 6.1), avec la construction des deux bras de 3 km et la mise en place des différentes suspensions, achevée fin 2000. Dans le courant 2001 sera mis en service le *Central area InTerFerometer* (CITF), qui comprendra un Michelson à recyclage avec des bras de 6 m. Pour ce faire, il suffira de remplacer les miroirs d'entrée des cavités Fabry-Perot par des miroirs à haute réflectivité.

Cette étape importante dans la réalisation de VIRGO devrait permettre de tester bon nombre de ses constituants : la source Laser bien sûr, les superatténuateurs, le banc d'entrée et donc le *Mode-Cleaner*, le banc de détection ainsi que toute la chaîne d'acquisition et de traitement en ligne des données. Plus particulièrement, il permettra d'évaluer et de tester les performances des différents algorithmes de présélection en ligne d'événements transitoires. Aucun signal n'étant attendu pour une telle configuration optique (par manque de sensibilité), il est évident que les signaux que nous pourrions alors détecter ne seront provoqués que par des bruits de l'interféromètre. Par conséquent, la phase CITF de VIRGO nous permettra d'étudier les bruits de cet interféromètre, mais aussi d'en étudier et tester tous les systèmes de contrôle.

Les premiers tubes pour le vide des bras de 3 km ont commencé à être assemblés dans le bras Nord, alors que la construction des bras se poursuit. Parallèlement au travail sur le *Mode-Cleaner*, les composants optiques et les miroirs sont alignés les uns après les autres, et les contrôles des suspensions de chaque tour commencent à entrer en fonctionnement. Les capteurs d'environnement (acoustique, sismique...) sont en phase d'installation, tandis que l'architecture d'acquisition des données fonctionne sans cesse, attendant les premières données...qui ne devraient plus tarder.

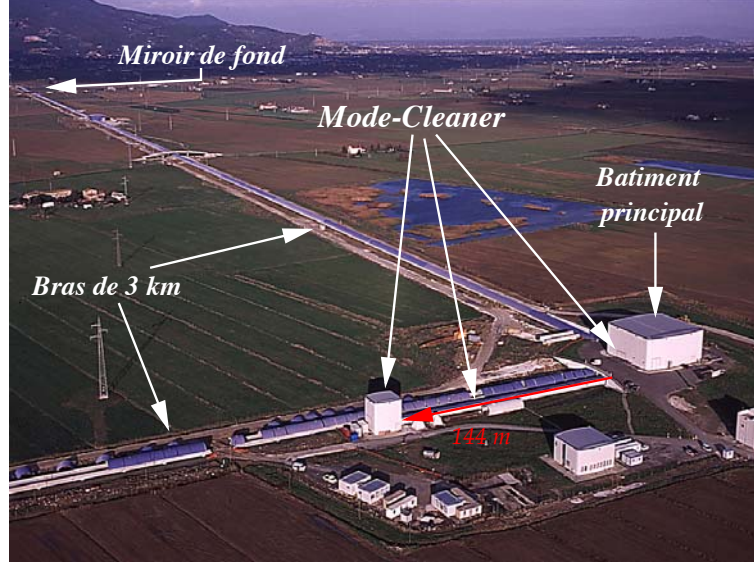


Figure 6.1: L'état de VIRGO début 2001. On peut voir les deux bras, partiellement couverts, dans lesquels les tubes sont en phase de montage. Au centre à droite, le bâtiment central, dans lequel se trouvent toutes les tours (ainsi que le système d'acquisition des données) sauf la tour *Mode-Cleaner*, qu'on aperçoit au centre au bout du tube qui abrite le faisceau laser provenant du banc d'injection.

6.2 VIRGO dans le détail

Dans le chapitre précédent, nous avons précisé les notions de base essentielles à la compréhension d'un détecteur tel que VIRGO. Nous allons ici développer les différentes parties (ou sous-système) de l'interféromètre: la source laser et l'optique en général, puis les suspensions et le système du vide, avant de décrire la chaîne d'acquisition des données et le système de contrôle de l'interféromètre. En prenant en compte les particularités de VIRGO ainsi que les sources de bruits principaux déjà exposées dans le chapitre précédent, la courbe de sensibilité prévue pour VIRGO sera présentée.

6.2.1 La Source Laser et l'optique

Spécifications: Fréquence, Puissance et Stabilité

L'amplitude du bruit de photons diminuant avec la fréquence, le bruit de phase engendré (proportionnel à la fréquence) sera dominant à 500 Hz. Pour atteindre la sensibilité de VIRGO ($\tilde{h} \simeq 3 \times 10^{-23}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 100 Hz), on peut calculer qu'il faut donc une puissance laser de 1 kW. En supposant un gain pour la cavité de recyclage de l'ordre de 50, cela implique une puissance laser entrante $P_{in} \simeq 20W$.

Le faisceau Laser de VIRGO sera un laser Nd: YAG (avec $\lambda = 1064 \text{ nm}$), d'une puissance de 20 W sur le mode fondamental. Dans la configuration CITF, c'est un laser d'une puissance de 10 W qui sera utilisé puis l'asservissement en phase de deux lasers jumeaux fournira la source Laser de VIRGO. Les caractéristiques des différentes configurations sont résumées dans la table 6.1.

Les **fluctuations de fréquence** de laser et le bruit équivalent en sortie sont reliés de la manière suivante:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\tilde{h}}{\Delta l} \quad (6.1)$$

où Δl représente l'asymétrie de l'interféromètre (il faut éventuellement rajouter les asymétries de finesse des deux bras). Ainsi, pour $\Delta l \sim 1\%$, les spécifications de stabilité en fréquence pour VIRGO sont $\frac{\Delta\nu}{\nu} \sim 10^{-6} \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}}$.

En ce qui concerne la **stabilité en puissance**, l'effet de décalage de la frange noire estimé doit être négligeable devant la sensibilité de VIRGO :

$$\frac{\Delta P}{P} \Phi_{offset} \lesssim \delta \Phi_{virgo} = \frac{2\pi}{\lambda} L_{total} \tilde{h}(f) \quad (6.2)$$

Cela implique $\Phi_{offset} \lesssim 0.1$ mrad soit encore un décalage maximal $\delta_{offset} = 1.6 \times 10^{-5} \lambda = 1.7 \times 10^{-11}$ m. Pour les fluctuations de puissance :

$$\frac{\Delta P}{P} \simeq 3 \times 10^{-7} / \sqrt{\text{Hz}} \quad \text{à } 500 \text{ Hz} \quad (6.3)$$

La pression de radiation (introduite au chapitre précédent) donne aussi une contrainte sur les fluctuations de puissance. Pour $P = 15 \text{ kW}$, une asymétrie $\Delta l = 1\%$ et des miroirs de masse $m = 30 \text{ kg}$, on trouve :

$$\frac{\Delta P}{P} \leq 7 \times 10^{13} f^2 \tilde{h} \quad (6.4)$$

La **stabilité du faisceau** se révèle aussi particulièrement importante, puisque les mouvements angulaires et/ou latéraux se couplent directement aux imperfections de l'interféromètre. Ces imperfections sont essentiellement dues aux désalignements des fronts d'ondes recombinaés en sortie, et aux cols non accordés entre les deux bras (désalignement de la séparatrice et/ou des miroirs).

Si on note $\alpha(t)$ le mouvement angulaire en rad / $\sqrt{\text{Hz}}$, et Δx le désalignement en m, alors la variation de phase induite peut s'écrire [222]:

$$\delta \Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1 - \sqrt{R_{rec}}}{1 + \sqrt{R_{rec}}} \Delta x \alpha(t) \sim 1.2 \times 10^5 \Delta x \alpha(t) \quad (6.5)$$

pour un coefficient du miroir de recyclage $R_{rec} \sim 0.92$. Imposer $\delta \Phi \leq \tilde{h}_{virgo}$ nécessite un mouvement angulaire $\alpha \sim 10^{-10} - 10^{-11}$ rad / $\sqrt{\text{Hz}}$ à 500 Hz.

Tableau 6.1: Spécifications optiques pour le CTF et VIRGO

	CTF	VIRGO	sur séparatrice
P_{in}	10 w TEM ₀₀	20 W TEM ₀₀	1 kW
Bande de fréquence	[10 , 100] Hz	[100 , 1000] Hz	[1 , 10] kHz
Stabilité en Fréquence	$10 - 10^3 \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}}$	$0.1 - 10 \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}}$	$\geq 0.1 \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}}$
Stabilité en Puissance	$\leq 3 \times 10^{-3} / f^2 / \sqrt{\text{Hz}}$	$\leq 3 \times 10^{-7} / \sqrt{\text{Hz}}$	$\leq 10^{-10} f / \sqrt{\text{Hz}}$
Stabilité de pointé du faisceau	$\leq 10^{-5} / f^2 \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$	$\leq 10^{-10} \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$	$\leq 10^{-13} f \text{ rad} / \sqrt{\text{Hz}}$

Le Mode-Cleaner

Cette cavité triangulaire de 144 m (voir figure 6.2) a pour but de filtrer les défauts spatiaux (rapport amplitude du fondamental sur autres modes inférieur à 10^{-3}), mais il permet aussi un filtrage en fréquence. C'est un filtre passe-bas à 500 Hz, pour le bruit du laser, avec une atténuation de l'ordre de 10 à 5 kHz. Pour éviter tout problème thermique sur les composants optiques, les pertes par absorption de la cavité doivent être inférieures à quelques dizaines de mW. D'autre part, pour éviter tout problème lié à un retour du faisceau dans le laser, il a été adopté une configuration triangulaire.

Imposer que cette cavité soit un filtre passe-bas à 500 Hz, avec une finesse \mathcal{F} de l'ordre du millier impose une contrainte sur les réflectivités des miroirs utilisés, avec une haute réflectivité pour le miroir de fond et $r_2 = r_3 \sim 0.997$ pour le dièdre d'entrée puisque :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 r_3}}{1 - r_1 r_2 r_3} \quad (6.6)$$

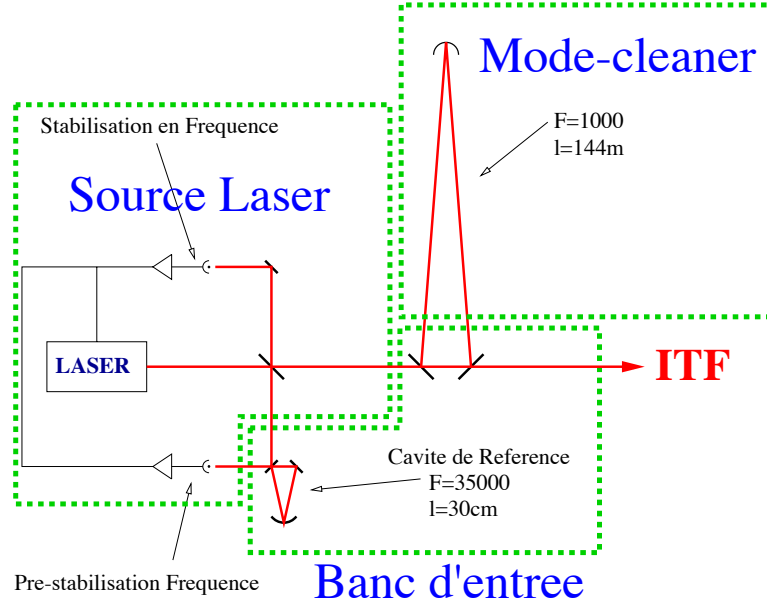


Figure 6.2: La source Laser de VIRGO

D'autre part, il faut noter que la **cavité de référence** fixée rigidement au banc d'entrée doit fournir une référence mécanique pour la préstabilisation en fréquence et les miroirs du *Mode-cleaner* (c'est-à-dire qu'elle permet de stabiliser le laser en fréquence).

Autres composants optiques

Le laser traversant tous les composants optiques de VIRGO, l'absorption de ces composants doit être basse, essentiellement pour éviter toute déformation du front d'onde par déformation thermique des surfaces optiques. D'autre part, la rugosité requise pour les miroirs est $r \lesssim 0.5$ nm RMS avec des défauts de planéité inférieurs à 25 nm RMS.

Le système de détection

Là encore, des défauts d'alignements, des déformations dans les surfaces des miroirs ainsi que des erreurs dans les rayons de courbure des miroirs couplent le mode fondamental en sortie de l'interféromètre aux modes d'ordres supérieurs, et contribuent au défaut de contraste. Un *mode-cleaner* de sortie (contrôlé thermiquement) filtre ces défauts, ce qui améliore d'un facteur 100 la perte de contraste à la détection (défaut de contraste $\sim 1.5 \times 10^{-4}$) [224].

Un système de 16 photodiodes (permettant de diviser la puissance sur chaque diode par 16, et la dynamique de chaque canal par un facteur 4) a en outre été imaginé pour la détection de la frange noire (voir figure 6.3).

6.2.2 Les Suspensions

La collaboration VIRGO a développé et construit à Pise un système de suspensions sophistiqués, le superatténuateur, qui isole les composants optiques de l'interféromètre du bruit sismique, pour obtenir un mouvement résiduel au niveau des miroirs $\lesssim 3 \times 10^{-18}$ m / $\sqrt{\text{Hz}}$ à partir de 4 Hz, soit $\tilde{h} \sim 10^{-21}$ / $\sqrt{\text{Hz}}$ en basse fréquence.

Le principe d'un tel système repose sur un pendule multi-étages, une succession de filtres passe-bas mécaniques, connectés entre eux par des fils de suspension métalliques. On peut atteindre une bonne atténuation de la composante horizontale du bruit sismique pour $f \gg f_p$ (mode fondamental de résonance du pendule). En diminuant cette fréquence f_p (qui dépend de la longueur du pendule), l'atténuation peut être augmentée : il est donc souhaitable d'augmenter le nombre d'étages (à longueur de chaîne fixée), ou d'augmenter la longueur de connection entre les pendules intermédiaires. D'un autre côté, les fréquences de résonance les plus hautes se trouveront à plus haute fréquence (d'où une perte de sensibilité pour VIRGO à une fréquence plus grande que 4 Hz).

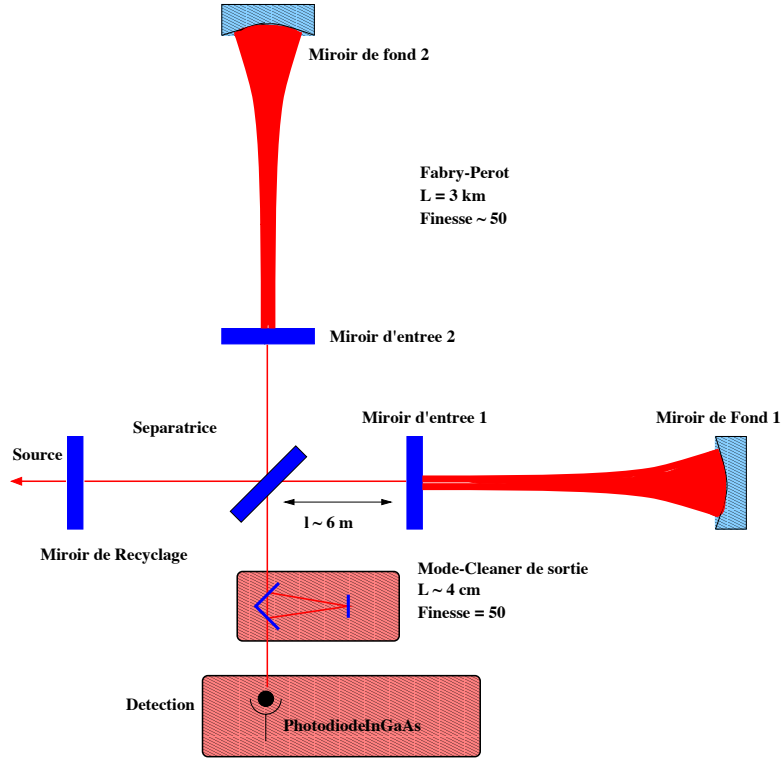


Figure 6.3: Le dispositif complet de VIRGO

Une chaîne de pendule n'atténue en outre pas les vibrations verticales. On peut alors remplacer les fils rigides par des ressorts, qui devront supporter une grande masse (et devront avoir des fréquences de résonance petites). Il faut ensuite contenir à un niveau acceptable pour VIRGO les rotations du pendule, ce qui fixe des contraintes sur les masses des pendules (moment d'inertie), et les diamètres des fils utilisés.

En résumé, le mouvement résiduel horizontal du miroir peut être écrit (voir la figure 6.4) :

$$\tilde{x}_m(f) = \tilde{x}_s(f)[HTF(f) + \alpha VTF(f)] \quad (6.7)$$

avec $\tilde{x}_s(f) \simeq \frac{\delta}{f^2} m / \sqrt{\text{Hz}}$, où $\delta \in [10^{-9}, 10^{-6}] m \text{Hz}^{3/2}$, décrivant le bruit sur le point de suspension, et α la constante de couplage entre les modes verticaux et horizontaux ($\sim 10^{-2}$). L'inconvénient d'un tel système est l'amplification du bruit à basse fréquence. Il faut donc un système de pré-isolation sismique pour les basses fréquences.

Pendule inversé

Le pendule inversé de VIRGO est une structure métallique élastique avec un anneau en acier en son sommet rigidement attaché à un filtre mécanique (le filtre Zéro), et suspendu par trois fils attachés aux "jambes" du pendule inversé. La fréquence de résonance d'un tel système est $\lesssim 100$ m Hz, et permet donc la pré-isolation sismique voulue. Finalement, ses performances ont permis de n'installer que cinq pendules successifs au lieu des sept prévus initialement [225].

Les filtres mécaniques

A la base de cette structure, sont fixées des lames triangulaires élastiques et préalablement courbées qui soutiennent l'étage suivant (la lame est plate lorsqu'elle est chargée). La fréquence de résonance d'un tel dispositif est aux alentours de 1.5 Hz.

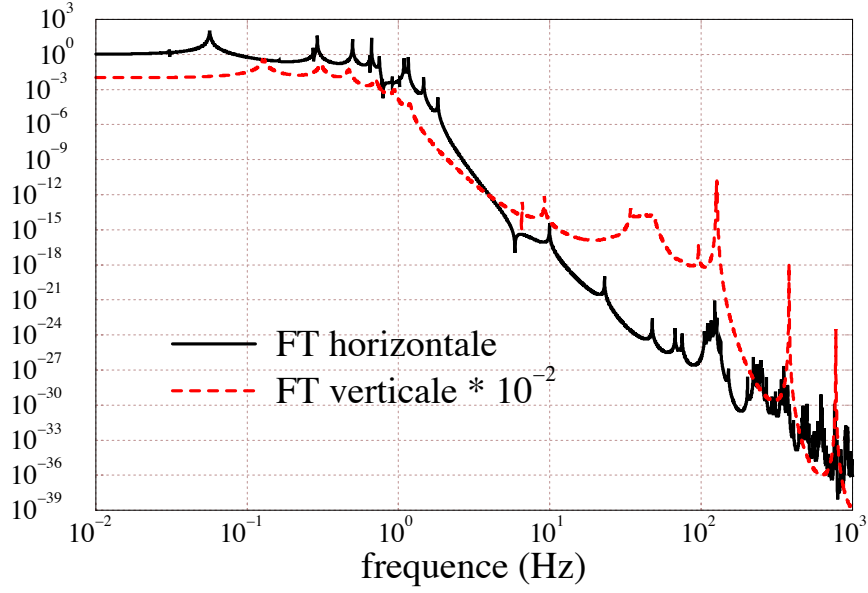


Figure 6.4: Fonctions de transfert horizontales et verticales (simulées) pour une chaîne de cinq filtres mécaniques (superatténuateur).

Les anti-ressorts magnétiques

Les fréquences de résonance sont autour de 0.5 Hz pour chaque étage avec les fils, et les lames induisent des modes de résonance jusqu'à 7.5 Hz. Des aimants permanents (anti-ressorts magnétiques) contraignent le mouvement vertical et abaissent ces fréquences de résonance à un niveau acceptable.

Le filtre 7

Le dernier étage de suspension supporte la “marionnette”, une masse de référence, ainsi que le miroir, qui permettent le contrôle de l'interféromètre dans les trois degrés de liberté : déplacement dans l'axe du faisceau, rotation autour de l'axe vertical, et rotation autour de l'axe horizontal perpendiculaire à l'axe du faisceau. Le contrôle des déplacements du miroir sera fait avec quatre bobines (montées sur la masse de référence) agissant sur des aimants collés derrière le miroir (voir la figure 6.5).

6.2.3 Le Vide

Toute variation de la pression à l'intérieur des tubes, par une variation de l'indice de réfraction, mimera le passage d'une onde gravitationnelle. Il a donc été choisi dans VIRGO d'amener la contribution dans la sensibilité de ces fluctuations de pression à un ordre de grandeur au-dessous de la contribution du bruit de photons. Cela implique une pression résiduelle en hydrogène de l'ordre de 2×10^{-7} mbar (soit 2×10^{-5} Pa), résultant en un bruit équivalent de $\tilde{h}_{H_2} \sim 10^{-24} / \sqrt{\text{Hz}}$. La polarisabilité plus grande des autres gaz impose une pression totale pour ces gaz $P_{\text{tot}} \lesssim 2 \times 10^{-8}$ mbar. En prévision des améliorations que recevra VIRGO dans le futur, il a été décidé d'adopter une limite plus large, deux ordres de grandeur inférieure [222].

Les hydrocarbures peuvent être responsables du dépôt d'impuretés sur les surfaces optiques, leur pression résiduelle doit donc être pour cela $P_{HCO} \lesssim 10^{-14}$ mbar.

Les vibrations dans les tubes, ainsi que des phénomènes de friction peuvent être à l'origine d'un autre problème dont les concepteurs de VIRGO ont eu à se préoccuper : des bouffées de molécules peuvent apparaître dans les tubes, et, encore une fois, induire une variation de la phase détectée en sortie. De telles bouffées se caractérisent par une brusque variation de pression, avec un temps de montée de l'ordre de $700 \mu\text{s}$ (pour H_2) et un temps de décroissance plus long, de l'ordre de 100 s. Pour que ces bruits ne deviennent pas limitants, l'augmentation de pression doit être inférieure à 1.5×10^{-12} mbar, une variation que seul l'interféromètre pourra déceler.

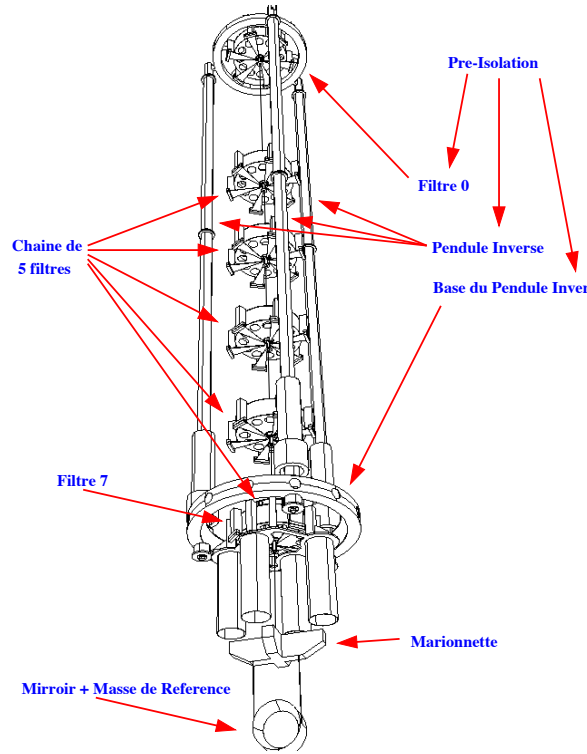


Figure 6.5: Le superatténuateur de VIRGO

Des fluctuations de volume des tubes peuvent aussi être gênants, et la pression prévue pour que ces bruits ne deviennent pas facteur limitant doit être réduite d'un facteur deux voire trois pour VIRGO.

D'autre part, éviter des problèmes engendrés par les phénomènes de lumière diffusée dans les tubes a nécessité l'installation de diaphragmes dans les tubes.

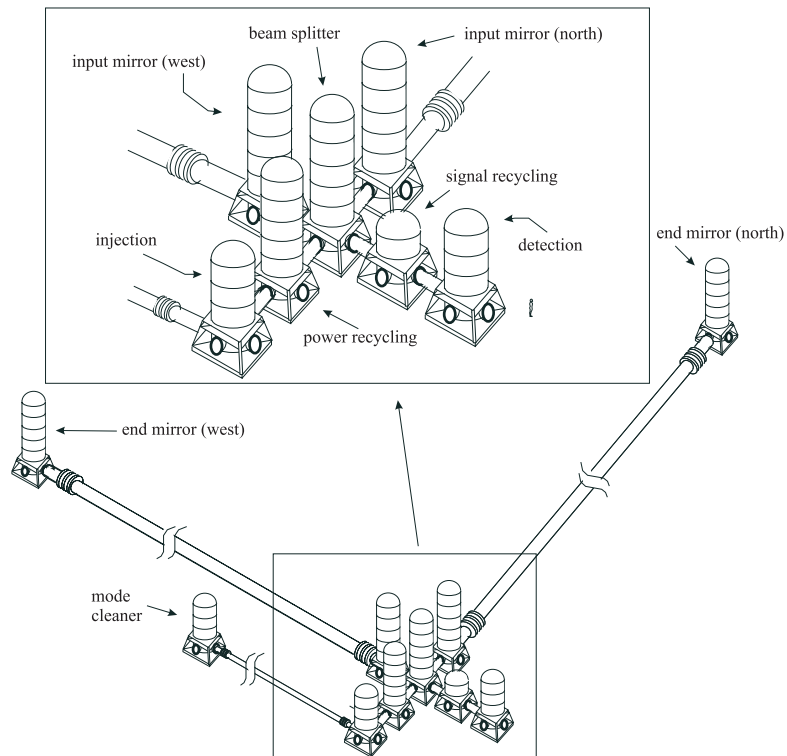


Figure 6.6: VIRGO et ses tubes à vide. On peut aussi voir sur cette figure les superatténuateurs utilisés pour l'isolation sismique de tous les composants optiques

6.3 Le contrôle de VIRGO

Le choix des superatténuateurs pour la suspensions des miroirs de VIRGO permet, on vient de le voir, de contraindre fortement les mouvements résiduels de ces miroirs pour des fréquences supérieures à quelques Hertz. Au delà de ces fréquences, c'est donc bien uniquement le bruit thermique qui limite la sensibilité du détecteur. Néanmoins, pour les basses fréquences, le bruit sismique est *intégralement* transmis aux miroirs.

L'interféromètre dans son ensemble ne restera donc pas naturellement à la résonance (interférence destructive) : la présence de la cavité de recyclage et des cavités Fabry-Perot complique encore le problème. Un système de **Contrôle Global** est donc nécessaire [68], qui va mesurer et agir sur la position des miroirs, pour contraindre VIRGO à son point de fonctionnement. D'autre part, la fréquence d'échantillonnage de VIRGO a été choisie à 20 kHz, ce qui impose des contraintes de synchronisation pour ce système de contrôle.

Chaque variation de longueur dans l'interféromètre et de fréquence du laser ν se traduit par une variation de phase puisque :

$$\delta\phi = \frac{2\pi\delta\nu}{c}L + \frac{2\pi\delta\nu}{c}\delta L \quad (6.8)$$

Le laser étant stabilisé sur la cavité rigide de référence, l'essentiel des variations de phase est due aux variations des longueurs suivantes :

- la longueur des cavités Fabry-Perot L_1 et L_2 ,
- la longueur de la cavité de recyclage $l_r = L_0 + \frac{(l_1+l_2)}{2}$
- l'asymétrie de longueur entre les deux bras de l'interféromètre $\Delta l = |l_1 - l_2|$.

Les variations de chacune de ces quatre longueurs est donc mesurée au moyen de photodiodes disposées de manière appropriée. Ces signaux sont alors utilisés pour asservir ces longueurs, en agissant sur chacun des miroirs mis en jeu. Ceci constitue le contrôle **longitudinal** de l'interféromètre¹.

6.4 La chaîne d'acquisition des données

Le système d'acquisition des données de VIRGO (voir figure 6.7 à gauche) centralise les informations reçues par les éléments de contrôle, les capteurs d'environnement (acoustique, électromagnétique...), ainsi que les données provenant du banc de détection. À partir de ces signaux, des *Frames* sont construits (voir figure 6.7 à droite) à un taux de 4 MB/s.

Ces données vont être archivées mais aussi distribuées au serveur prenant en charge l'évaluation de la **qualité** des données, c'est-à-dire estimer si oui ou non un **vêto** (ou du moins, un avertissement) doit être imposé sur ces données, en raison par exemple d'une trop forte corrélation avec un bruit acoustique important.

Puis, la perturbation h est reconstruite (voir paragraphe suivant) et les données sont blanchies (voir chapitre 1 de la partie suivante), et les algorithmes de recherches d'événements physiques reçoivent les données restantes (voir la figure 6.8). Ces algorithmes de présélection en ligne, aussi bien pour les coalescences de binaires que pour les sources impulsionnelles, sont donc le dernier maillon de la chaîne d'acquisition des données de VIRGO.

6.4.1 La reconstruction de la perturbation $h(t)$

Cette partie de VIRGO est cruciale : elle consiste en une calibration des différents systèmes de contrôle de l'interféromètre, pour reconstruire la perturbation de la métrique $h(t)$ à partir des signaux d'erreurs et de correction envoyés *via* le contrôle global au détecteur [226].

¹ Le bruit sismique en basse fréquence provoque aussi des rotations des miroirs, qui dégradent l'alignement. Un système d'asservissement similaire est donc nécessaire pour les contrôler.

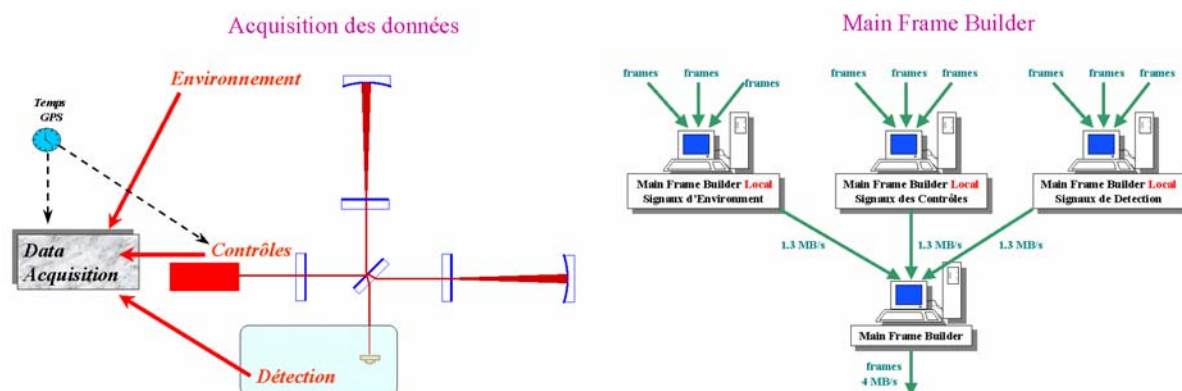


Figure 6.7: Schéma général de l'acquisition des données dans VIRGO (à gauche). À droite, construction des *frames* de données (Courtesy of D. Verkindt).

Architecture de traitement des données en ligne

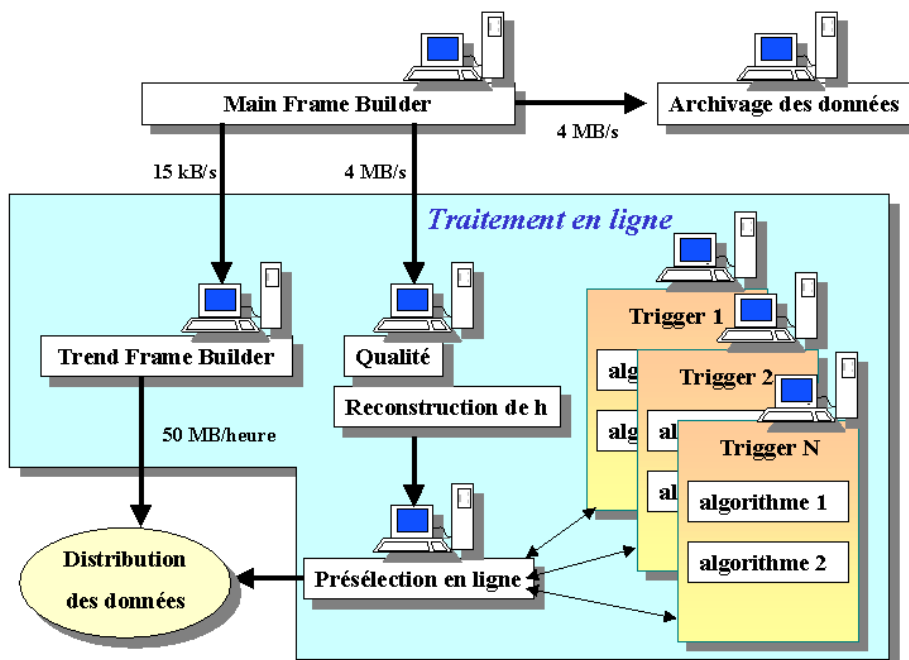


Figure 6.8: Préselection en ligne des données avec les algorithmes de détection (courtesy of D. Verkindt).

6.5 La sensibilité attendue pour VIRGO

Avant de décrire dans la partie suivante des éléments d'analyse des données dans VIRGO, il est utile de décrire les principales contributions à la sensibilité de VIRGO (cf figure 3.1).

Aux **Basses Fréquences** ($f < \text{quelques Hz}$), la détection est limitée par le véritable mur que constitue le bruit sismique.

Aux **Hautes Fréquences** ($f > 500\text{--}1000\text{ Hz}$), c'est le bruit de photons qui limite la sensibilité (les raies du bruit thermique pouvant être éliminées par des algorithmes adéquats, voir chapitre 1 de la partie II). Sa contribution s'écrit :

$$\tilde{h}_{\text{photon}} \sim 2 \times 10^{-23} \sqrt{1 + \left(\frac{f}{500\text{Hz}}\right)^2} 1/\sqrt{\text{Hz}} \quad (6.9)$$

Dans la **bande détection** ($f \in [2, 1000]\text{ Hz}$), les bruits thermiques et newtoniens sont les principales limitations à la sensibilité. Le mode pendule en $1/f^{5/2}$ domine autour de 10 Hz, tandis qu'autour de 100 Hz, le bruit des miroirs en $1/\sqrt{f}$ devient prépondérant. Pour des fréquences de l'ordre du kHz, les premiers modes “violons” apparaissent.

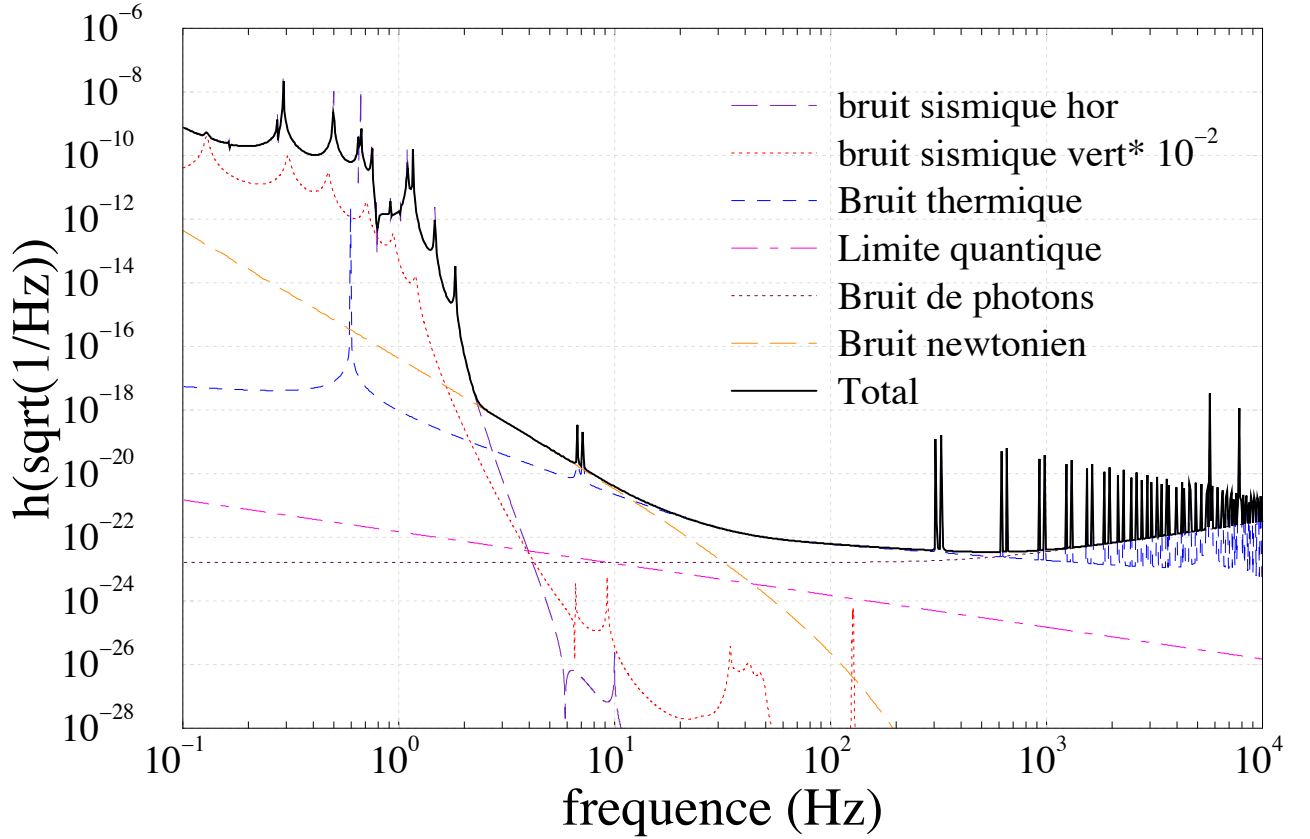


Figure 6.9: La courbe de sensibilité attendue pour VIRGO

6.5.1 Améliorations possibles

Des projets de Recherche et Développement sont bien entendu en cours, tant à LIGO qu'à VIRGO pour essayer d'améliorer la sensibilité des interféromètres en cours de construction : amélioration des suspensions, compensation des effets thermiques sur les miroirs [227], amélioration des substrats des miroirs, et pourquoi pas, cryogénie. Toutes ces améliorations, si elles aboutissent un jour, se heurteront à une limite *a priori* infranchissable : la **limite quantique**.

Elle résulte du fait que plus on veut réduire le bruit de photons, et donc augmenter les puissances stockées dans les cavités, plus les miroirs vont être soumis aux fluctuations de pression de radiation. Lors de la mesure de la position d'un miroir, si N photons sont détectés pendant δt , l'incertitude sur la position est :

$$\delta x_{bp} \sim \frac{\lambda}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{N}} = \frac{\lambda}{4\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{P\delta t}}, \quad (6.10)$$

où l'on a considéré un photo-détecteur parfait. Les fluctuations d'impulsion des photons, c'est à dire (comme $p = N\hbar\omega/c$) $\delta p = \sqrt{N}\hbar\omega/c$, induisent les fluctuations d'impulsion du miroir $\delta p_{mir} = 2\delta p = \sqrt{N}\hbar\omega/c$ via la pression de radiation. L'incertitude correspondante sur la mesure de la position du miroir est alors :

$$\delta x_{pr} \sim \frac{\delta p_{mir}}{m} \delta t = \sqrt{N} \frac{2\hbar\omega}{mc} \delta t. \quad (6.11)$$

Au total, bruit de photon et fluctuations de pression de radiation induisent l'incertitude sur la mesure de position :

$$\delta x^2 = \delta x_{bp}^2 + \delta x_{pr}^2 = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \frac{1}{N} + \left(\frac{2\hbar\omega}{mc} \delta t\right)^2 N \quad (6.12)$$

L'incertitude δx est minimale pour $N_0 = \frac{\lambda mc}{8\pi\hbar\omega\delta t}$ et alors $\delta x_{bp} = \delta x_{pr}$ (les deux bruits contribuent pour la même part à la limite quantique). Dans ce cas, on a finalement :

$$\delta x = \sqrt{\frac{2\hbar}{m}} \delta t, \quad (6.13)$$

qui ne dépend que de la masse m du miroir. Du point de vue sensibilité aux ondes gravitationnelles d'un interféromètre possédant 2 miroirs par bras, on a finalement :

$$\tilde{h}_{quant}(\nu) \simeq \frac{2}{L} \sqrt{\frac{2\hbar}{m}} \frac{1}{2\pi\nu}. \quad (6.14)$$

Avec $L = 3$ km et $m = 30$ kg, on trouve :

$$\tilde{h}_{quant}(\nu) \simeq \frac{3 \times 10^{-22}}{\nu} / \sqrt{\text{Hz}}. \quad (6.15)$$

Contrairement aux barres de Weber, la sensibilité prévue des grands interféromètres tels que LIGO ou VIRGO est encore largement au dessus du bruit quantique qui vaut $\tilde{h} \sim 3 \times 10^{-23}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 10 Hz et $\tilde{h} \sim 3 \times 10^{-25}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 1 kHz. De nombreuses recherches sont pourtant actuellement en cours pour essayer de battre cette limite quantique.

PARTIE II

L'ANALYSE DES DONNÉES
DANS LES
DÉTECTEURS INTERFÉROMÉTRIQUES

Préambule

Cette partie est dédiée à l'analyse des données dans les détecteurs interférométriques tels que VIRGO. Ainsi, le premier chapitre présente différentes techniques envisagées pour la caractérisation et le traitement du bruit dans un interféromètre. Le deuxième chapitre quant à lui expose les méthodes de détection des sources continues (par opposition à transitoires) d'ondes gravitationnelles. On pourra ainsi voir que la plupart d'entre elles sont basées sur le filtre de Wiener, ou filtre adapté, qui suppose la connaissance exacte de la forme du signal attendu. Cette technique n'est pas utilisable dans le cas de sources transitoires, les formes des signaux étant mal connues. Des algorithmes de détection de telles sources, ou plutôt des filtres de présélection en ligne, seront ainsi présentés et leurs propriétés (distinction bruit/signal, résolution temporelle) étudiées dans le dernier chapitre de cette partie.

Chapitre 1

Analyser et caractériser le bruit de VIRGO

Contenu du chapitre

1.1	Les bruits dans VIRGO	121
1.1.1	Sources de bruits externes	121
1.1.2	Sources de bruits internes	121
1.1.3	Conclusion	123
1.2	Caractérisation du Bruit	123
1.2.1	Modèle de bruit pour Virgo	123
1.2.2	Identification adaptative et blanchiment des données	125
1.3	Techniques de pré-traitement des données	128
1.3.1	Elimination en ligne de raies cohérentes	128
1.3.2	Traitement des écarts à la gaussianité	129
1.3.3	Corrélations croisées signal-environnement	130
1.3.4	Discussion	131



UN DÉTECTEUR INTERFÉROMÉTRIQUE est un instrument très simple, si, en oubliant la complexité d'un appareillage du type de VIRGO, on ne s'intéresse qu'au signal qu'il délivre. Il produit une simple série temporelle $s(t)$ qui est essentiellement du bruit $n(t)$ auquel s'ajoute éventuellement un signal $h(t)$. Ce signal $h(t)$ varie linéairement avec la perturbation de la métrique $h_{ab}(t)$. Si les bras du détecteur sont orientés selon les vecteurs X et Y , le signal reconstruit peut être normalisé de façon à obtenir :

$$h(t) = h_{ab}(t) \frac{1}{2} (X^a X^b - Y^a Y^b) \quad (1.1)$$

Bien sûr, puisque le détecteur se déplace dans l'espace, ainsi que les vecteurs X et Y , la métrique $h_{ab}(t)$ est modulée. Si on développe le signal comme une série d'ondes planes, avec $h_{ab}(t)$ comme une somme sur les fréquences, directions et polarisations soit :

$$h_{ab}(t) = \sum \int_{-\infty}^{+\infty} df \int_{S^2} d\Omega h_A(f, \Omega) e^{2i\pi f(t - \Omega \vec{x}/c)} \epsilon_{ab}^A(\Omega) \quad (1.2)$$

alors le signal reconstruit prend la forme :

$$h(t) = \sum \int_{-\infty}^{+\infty} df \int_{S^2} d\Omega h_A(f, \Omega) e^{2i\pi f(t - \Omega \vec{x}/c)} F^A(\Omega) \quad (1.3)$$

où l'on a introduit les fonctions d'antennes $F^{+, \times}$:

$$F^A(\Omega) = \sum_{ab} \epsilon_{ab}^A(\Omega) \frac{1}{2} (X^a X^b - Y^a Y^b) \quad (1.4)$$

avec $A = +, \times$. L'équation (1.3) contient toutes les informations sur la manière dont le signal gravitationnel se couple au détecteur. Sa réponse dépendra de la position de la source dans le ciel, et subira l'effet Doppler introduit par le mouvement du détecteur. D'autre part, si le signal en sortie est normalisé (reconstruction de la métrique h) de manière à avoir une relation du type (1.1) entre la métrique et le signal, alors différents détecteurs gravitationnels pourront comparer leurs données sans avoir besoin de connaître par exemple la longueur physique des bras de l'appareil. Bien entendu, la connaissance de la position et de l'orientation des bras sera toujours nécessaire.

L'autre information cruciale dans la définition d'une analyse est la nature de la loi statistique du bruit $n(t)$. Plusieurs indices nous laissent penser que des bruits à caractère non gaussien pourraient intervenir. Le caractère Gaussien d'une statistique implique que toute l'information (statistique) d'un signal est contenue dans la fonction de corrélation à deux points $C(t, t')$ (et donc la moyenne et l'écart-type).

On peut effectivement penser que le bruit de photon du laser sera bien gaussien, mais des non linéarités peuvent intervenir n'importe où entre la source laser et les photodiodes de détection. De la même manière, n'importe quel événement (phénomènes de *creep* dans les fils de suspension (un fil qui se détend brusquement), poussière tombant devant le faisceau) ne pourra pas être décrit par (1.1). Dans la suite pourtant, nous ne considérerons que le cas d'un bruit gaussien (sauf dans le paragraphe II.1.2)

Ce chapitre se divise essentiellement en trois paragraphes, avec tout d'abord la présentation de sources de bruit supplémentaires qui ne sont pas pour la plupart pris en compte dans la courbe de sensibilité de VIRGO. Le paragraphe II.1.2 expose la caractérisation et l'étude du bruit, qui est préliminaire à toute analyse des données, tandis que dans les paragraphes suivants seront présentées quelques techniques déjà envisagées pour éliminer (en tout cas prendre en compte) des données des caractéristiques du bruit bien particulières : ligne à 50 Hz, non gaussianités, corrélations avec des capteurs de bruits environnementaux (pour imposer un veto sur les données reçues quand elles sont corrélées avec un fort bruit acoustique par exemple).

1.1 Les bruits dans VIRGO

La courbe de sensibilité présentée dans le chapitre I.6 comporte différentes sources de bruit. Outre leur classification en fréquence, on peut les décrire selon leur origine, externe ou interne au détecteur (même si parfois, la distinction n'est pas très claire). Les bruits **externes**, non représentés sur la courbe de sensibilité, regroupent les bruits électromagnétiques et acoustiques. Les bruits **internes** désignent les bruits induits par le laser, par la modulation frontale (décrite dans le chapitre 5 de la partie I), les bruits newtoniens, sismiques et thermiques, ainsi que des événements tels que des chutes de particules de poussière passant devant le faisceau, ou de *bursts* de gaz. Ce rapide tour d'horizon a essentiellement pour but de recenser les sources de bruits supplémentaires non prises en compte dans la courbe de sensibilité officielle de VIRGO mais qui pourront se révéler présentes dans les phases préliminaires de mise en fonctionnement de l'interféromètre, justement parce que leur taux d'occurrence sont mal connus et que l'expérimentateur a peu de prise sur elles. Ce seront donc autant de sources de fausses alarmes pour les filtres de présélection en ligne.

1.1.1 Sources de bruits externes

Comme on va le voir, ces sources sont soit de contribution négligeable, soit à l'origine de signaux modélisables et donc prévisibles.

Bruits électromagnétiques

Le tableau 1.1 donne les amplitudes équivalentes au passage d'une onde gravitationnelle provoquées par des perturbations électromagnétiques [229].

Fréquence (Hz)	\tilde{h} (calme)	\tilde{h} (nuageux)	\tilde{h} (orage)
1	6×10^{-27}	1.2×10^{-24}	1.8×10^{-22}
10	1.6×10^{-27}	3.2×10^{-25}	4.8×10^{-23}
100	2.9×10^{-28}	5.8×10^{-26}	8.7×10^{-24}
500	6.0×10^{-29}	1.2×10^{-26}	1.8×10^{-24}
1000	2.9×10^{-29}	5.9×10^{-26}	8.8×10^{-25}

Tableau 1.1: Résumé des amplitudes équivalentes à un signal gravitationnel provoquées par des perturbations électromagnétiques (en $1/\sqrt{\text{Hz}}$), pour différentes conditions météorologiques, en fonction de la fréquence.

Ces bruits sont donc **en général** négligeables, mais un orage violent pourrait très bien occasionner des signaux de types impulsionnels. Des capteurs sensibles aux perturbations électromagnétiques sont donc nécessaires et ont été installés sur le site de VIRGO.

Bruits acoustiques

Les mouvements des parois des tubes sous l'effet de perturbations acoustiques se transmettent aux miroirs. On estime que la contribution acoustique est donnée par :

$$x_M(f) \sim 7 \times 10^{-15} \frac{K(f)}{f} x_0(f) \quad (1.5)$$

où x_0 représente le bruit sismique et $K(f)$ une fonction qui décroît très rapidement en fonction de f . Ceci nous donne pour VIRGO [229]:

$$h(f) \sim 5 \times 10^{-24} \frac{K(f)}{f^3} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (1.6)$$

1.1.2 Sources de bruits internes

L'ensemble des bruits induits par le Laser a déjà été abordé dans le chapitre I.5. Nous n'aborderons ici qu'un bref aperçu des contributions des autres bruits possibles.

Bruits induits par le modulateur

Des fluctuations d'indice dans le cristal (servant à moduler le signal) induisent des fluctuations de phase qui peuvent être modélisées par [228]:

$$\delta\phi = \left(\frac{10^{-12.5}}{f^3} + \frac{10^{-14.5}}{f} + 10^{-17.5} \right)^{1/2} \quad (1.7)$$

Bruit Newtonien

Les bruit sismique a déjà été présenté chapitre I.5. Des fluctuations de densité de masses produisent en outre un champ gravitationnel qui se couple directement aux miroirs, induisant une densité spectrale équivalente en h [228]:

$$h_{eq} \simeq \delta h^2 >^{1/2} \sim \frac{3 \times 10^{-17}}{f^4} \quad (1.8)$$

Phénomène de *Creep*

Les fils de suspension chargés peuvent brusquement se détendre sous l'action de la charge (*creep*). La contribution au bruit de VIRGO peut s'écrire sous la forme [228]:

$$h(f) \simeq \alpha \left(\frac{f_0}{f} \right) \frac{q_s}{L} \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi f} \quad (1.9)$$

avec $\alpha \sim 3 \times 10^{-4}$ rad qui représente le couplage entre les modes verticaux et horizontaux, f_0 la fréquence de résonance du mode vertical des suspensions, $q_s \sim 10^{-10}$ et λ la taille et le taux des événements. On a pu mesurer que $\mu = q_s \lambda \sim 2 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$.

Particules en suspension

La présence d'une particule de taille $\sim 10 \mu\text{m}$ sur le trajet du faisceau laser provoque un signal d'une durée de l'ordre de 10 à 30 ms, avec une amplitude maximale $h_{max} \sim 3.5 \times 10^{-20}$: il y a occultation du faisceau.

Pour des particules de taille $\sim 1 \mu\text{m}$, les événements ont une durée plus longue typiquement d'un facteur $\sqrt{2}$, avec une amplitude maximale de l'ordre de 1.7×10^{-21} (lumière diffusée) [228].

Couplage thermo-optiques

Des couplages entre les fluctuations de puissance et les asymétries d'absorption des revêtements des miroirs produisent un bruit d'amplitude [228]:

$$h = \frac{3 \times 10^{-24}}{f} / \sqrt{\text{Hz}} \quad (1.10)$$

Sources magnétiques

Les vibrations des parois métalliques des tours sous l'effet du bruit sismique peuvent exercer des forces sur les bobines qui contrôlent les miroirs (couplage **diamagnétique**). En outre, si les parois sont conductrices, des **courants de Foucault** sont créés dans les bobines. Enfin, des **fluctuations de dissipation** de ces courants de Foucault contribuent mais dans une moindre proportion. Le déplacement total des miroirs peut être exprimé sous la forme [228]:

$$\Delta x(f) = \Delta x_{dia} + \Delta x_{eddy} + \Delta x_{diss} = \left(\frac{1.7 \times 10^{-30}}{f^{12}} + \frac{1.1 \times 10^{-33}}{f^{10}} + \frac{7.8 \times 10^{-36}}{f^8} \right)^{1/2} \quad (1.11)$$

1.1.3 Conclusion

En plus des bruits du détecteur (suspensions, laser...), l'environnement propre au site de l'expérience ainsi que les composants de l'interféromètre induisent des perturbations, mal connues dans leur ensemble. La mise en marche de l'interféromètre central au cours de l'année 2001 devrait donc être de ce point de vue riche d'enseignements. Les bruits que nous venons de décrire seront donc une source de fausses alarmes supplémentaires particulièrement gênante pour les filtres de sélection en ligne de signaux impulsionnels présentés dans le chapitre 3 de cette même partie. Tout d'abord, voyons les outils dont nous disposons pour étudier et caractériser le bruit d'un détecteur tel que VIRGO.

1.2 Caractérisation du Bruit

Nous allons présenter ici quelques unes des techniques utilisées pour estimer le niveau de bruit dans un détecteur et en donner une mesure quantitative. Trouver une bonne description statistique est en outre nécessaire pour caractériser l'instrument, reconnaître les déviations par rapport à son point de fonctionnement, et fournir les données nécessaires aux algorithmes de détection (moyenne du bruit, variance, moments d'ordre supérieur).

Les hypothèses qui sont faites généralement sont les suivantes :

- de lentes non-stationnarités : le détecteur connaît des périodes de temps assez longues pendant lesquelles ses propriétés statistiques peuvent être définies de manière unique et ces propriétés ne dérivent pas trop rapidement.
- des non-linéarités modérées : on peut décrire le bruit comme la somme d'un bruit gaussien avec des déviations non gaussiennes qui peuvent être traitées de manière perturbative.

Les techniques présentées ici sont des statistiques du second ordre, les plus couramment utilisées (second ordre parce que liées à la fonction d'autocorrélation $R = E[x * x]$ d'une variable). Pour des bruits stationnaires, ce sont les techniques de spectre d'échantillon et les modèles ARMA qui sont le plus couramment utilisées, tandis qu'en ce qui concerne les non-stationnarités, on utilise le plus souvent la décomposition de Karhunen-Loève [231] et les méthodes temps-fréquence (non présentées ici). Les paragraphes suivants présentent brièvement une méthode de blanchiment des données en ligne, tandis que le paragraphe II.1.3 introduit quelques aspects particuliers de la préparation des données de VIRGO pour l'analyse.

1.2.1 Modèle de bruit pour Virgo

Dans le cas d'un bruit Gaussien et stationnaire, le filtre optimal pour la détection d'un signal de forme connue est le **filtre de Wiener** donné par :

$$M(t, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2i\pi\nu t} \frac{h(\nu, \theta)}{S(\nu)} d\nu \quad (1.12)$$

où $S(\nu)$ est la densité spectrale du bruit et $h(\nu, \theta)$ est le "patron" du signal connu que nous recherchons qui dépend ici d'un seul paramètre θ . On corrèle ensuite la sortie du détecteur avec $M(t, \theta)$ (voir le chapitre suivant pour plus de détails). Dans l'opération décrite par l'équation (1.12), une opération de blanchiment des données est implicitement faite, puisque le patron est ici divisé par la densité spectrale du bruit.

De plus, la majorité des filtres développés pour la détection de signaux transitoires suppose un spectre blanc. Nous allons ici montrer comment on peut construire un filtre de blanchiment des données.

Définitions

Considérons un processus réel stationnaire et continu $x(t)$, de moyenne zéro et de spectre de puissance concentré dans une bande de fréquence (large de 20 kHz, la fréquence d'échantillonnage f_s de VIRGO) :

$$S_c(f) = S_c(-f) \quad (1.13)$$

$$S_c(f) = 0 \text{ pour } |f| > f_s/2 \quad (1.14)$$

Pour un processus stationnaire $x(t)$, le spectre de puissance est par définition la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation. Elle a pour expression :

$$S_c(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) e^{-2i\pi f t} dt \right|^2 \quad (1.15)$$

Sa fonction d'autocorrélation est donnée par :

$$r(t) = \int_{f_s/2}^{f_s/2} S_c(f) e^{i2\pi f t} df = 2 \int_0^{f_s/2} S_c(f) \cos(2\pi f t) df \quad (1.16)$$

La période d'échantillonnage des données est $T_s = 1/f_s$, avec $x[n] = x(nT_s)$. La relation entre les variables continues et discrètes est obtenue par interpolation :

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \frac{\sin \pi f_s (t - nT_s)}{\pi f_s (t - nT_s)} \quad (1.17)$$

La densité spectrale s'exprime alors :

$$S(f) = T_s \sum r[n] e^{i2\pi f T_s n} \quad (1.18)$$

avec $S(f) = S_c(f)$ dans l'intervalle de Nyquist $f \in [-f_s/2, f_s/2]$.

Modélisation paramétrique linéaire

On se limitera ici aux systèmes rationnels, *i.e.* ceux dont les fonctions de transfert peuvent s'exprimer sous la forme :

$$\mathcal{H}(z) = \frac{\mathcal{B}(z)}{\mathcal{A}(z)} = \frac{b_o + b_1 z^{-1} + \dots + b_Q z^{-Q}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_P z^{-P}}, \quad (1.19)$$

avec $z^{-1}x[n] = x[n-1]$. On peut alors écrire les $x[n]$ sous la forme :

$$x[n] = - \sum_{k=1}^P a_k x[n-k] + \sum_{k=0}^Q b_k w[n-k] \quad (1.20)$$

où $w[n]$ est un bruit blanc. Dans la cas général décrit par l'équation (1.19) contenant des zéros et des pôles, le processus est un modèle autorégressif de moyenne mobile (ARMA). Dans le cas de pôles seuls, le processus est autorégressif (AR), tandis que dans le cas de zéros seuls, c'est un processus de moyenne mobile (MA).

Dans le cas général d'un modèle ARMA, on peut écrire des relations non-linéaires entre les paramètres du modèle (a_k et b_k) et la fonction d'autocorrélation du processus. Elles sont donc en général très difficiles à résoudre.

- *Modèle autorégressif (AR)*

Dans ce modèle, à l'ordre P , la densité spectrale de puissance s'écrit :

$$S_{AR}(f) = \frac{\sigma^2}{|1 + \sum_{k=1}^P a_k \exp(-2i\pi k f)|^2} \quad (1.21)$$

où σ est la variance du bruit w . Les relations entre les paramètres du modèle et la fonction d'autocorrélation est alors contenue dans les équations de *Yule-Walker*, dont un algorithme de résolution est l'algorithme de *Durbin*.

- *Modèle de moyenne mobile (MA)*

Dans ce modèle, le processus peut s'écrire :

$$x[n] = \sum b_k w[n - k], \quad (1.22)$$

de densité spectrale de puissance $S_{MA}(f) = \sigma^2 |B(f)|^2$, avec $B(f) = 1 + \sum b(k) \exp(-i2\pi f k)$.

- *Modèle autorégressif de moyenne mobile (ARMA)*

Dans le cas général, on détermine successivement les paramètres AR, puis les paramètres MA.

Exemples de modélisation du bruit de VIRGO

Il devient alors facile de simuler un bruit tel que celui de VIRGO, qu'on peut approcher par la forme suivante :

$$S(f) = \frac{S_1}{f^5} + \frac{S_2}{f} + S_3 \left(1 + \left(\frac{f}{f_K} \right)^2 \right) + S_v(f) \quad f \geq f_{min} \quad (1.23)$$

$$S(f) = S(f_{min}) \quad f < f_{min} \quad (1.24)$$

avec :

- $f_{min} = 4$ Hz, $f_K = 500$ Hz,
- $S_1 = 1.08 \times 10^{-36}$ 1/Hz⁴ correspond à la contribution du mode pendule des suspensions,
- $S_2 = 0.33 \times 10^{-42}$ correspond au bruit thermique des miroirs,
- $S_3 = 3.24 \times 10^{-46}$ 1/Hz correspond au bruit de photons.

La contribution des modes violons peut être modélisée par :

$$S_v(f) = \sum_n \frac{1}{n^4} \frac{f_1^{(p)}}{f} \frac{C_p \phi_n^2}{\left(\frac{1}{n^2} \frac{f^2}{f_1^{(p)^2}} - 1 \right)^2 + \phi_n^2} + (p, f) \quad (1.25)$$

avec pour les miroirs de fond (f) et proche (p) : $f_n^{(p)} = n327$ Hz, $C_p = 3.22 \cdot 10^{-40}$, et $f_n^{(f)} = n308.6$ Hz, $C_f = 2.82 \cdot 10^{-40}$, et $\phi_n^2 = 10^{-7}$. En utilisant ce modèle, on a pu montrer que le bruit de VIRGO peut être reproduit et donc **simulé** par des processus ARMA ou AR, avec un minimum de paramètres [233], comme montré sur la figure 1.4. Il devient donc possible à ce niveau de blanchir les données de VIRGO en temps réel (en inversant les relations).

1.2.2 Identification adaptative et blanchiment des données

Le blanchiment des données

En partant du processus ARMA (en général) qui reproduit le mieux les caractéristiques du bruit de VIRGO, il est possible d'en estimer les paramètres en utilisant les fonctions d'autocorrélations, puis en inversant ces relations, d'obtenir des données de spectre blanc. Cela peut se révéler très coûteux en temps de calcul si cela doit être effectué en ligne (voir pour plus de détails [234, 235, 232]).

La figure 1.2 montre la relation étroite entre un filtre AR et un filtre de blanchiment. La figure décrit comment un processus AR colore un processus blanc à l'entrée du filtre, si on regarde la figure de gauche à droite. Si on la lit de droite à gauche, on voit un processus coloré $x[n]$ à l'entrée du filtre qui passe ensuite à travers le filtre AR inverse, pour devenir processus blanc.

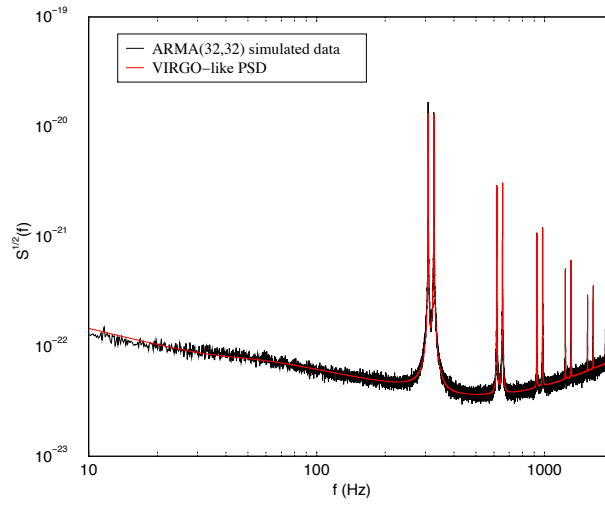


Figure 1.1: Densité spectrale de données simulées. La densité spectrale prévue pour VIRGO est donnée par la courbe superposée [232].

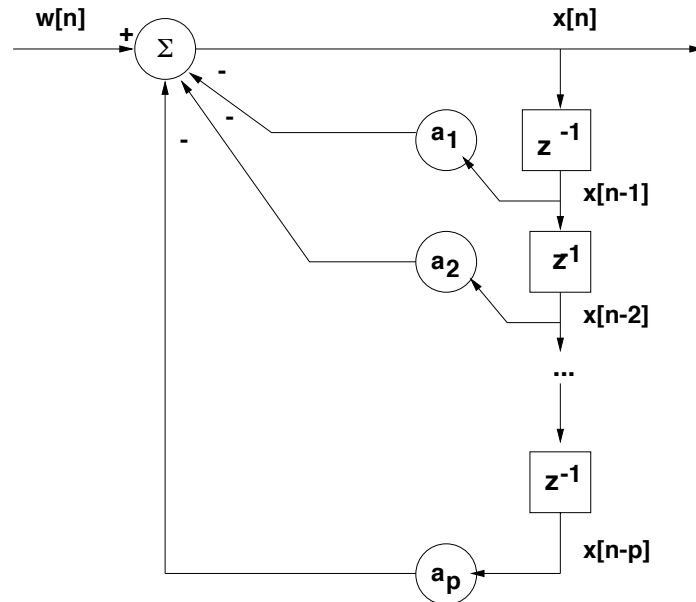


Figure 1.2: Lien entre un filtre de blanchiment et un processus Auto-Régressif [232].

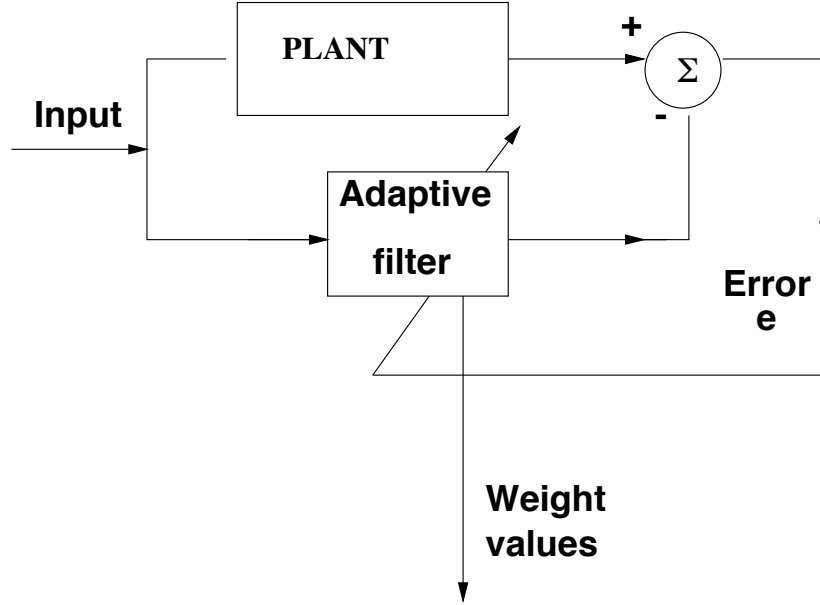


Figure 1.3: Schéma du principe de fonctionnement d'un filtre adaptatif [232].

Filtres adaptatifs

Ce type de filtres estime les paramètres directement à partir des données à chaque itération, en utilisant comme donnée le signal obtenu par la minimisation d'une fonction calculée à partir du signal d'erreur (la forme exacte de la fonction diffère suivant les méthodes). La partie notée *PLANT* sur la figure 1.3 (qui montre le fonctionnement d'un filtre adaptatif) représente dans notre cas les paramètres qui vont correspondre à la densité spectrale de puissance des données. L'implémentation d'un tel filtre comporte donc deux étapes : le filtrage des données et l'ajustement des paramètres avec lesquels on traitera les données à l'itération suivante.

Résultats obtenus sur de vraies données

Ces méthodes de blanchiment ont été testées avec des données de l'interféromètre prototype de 40 m de Caltech, ainsi que sur des données simulées de VIRGO. Le résultat d'une telle opération de blanchiment sur des données simulées de VIRGO est montré sur la figure 1.4

On mesure la "blancheur" d'une densité spectrale par le paramètre ζ :

$$\zeta = \frac{e^{1/N_s \int_{-N_s/2}^{N_s/2} \ln(P(f)) df}}{1/N_s \int_{-N_s/2}^{N_s/2} P(f) df} \quad (1.26)$$

Pour une densité très "piquée", on obtient $\zeta \simeq 0$, tandis que ζ est proche de 1 dans le cas d'une densité à peu près plate (cas d'un spectre blanc). Des résultats obtenus par simulation sont indiqués dans le tableau 1.2.

Bruit simulé	Méthode de Durbin	Méthode <i>Least Squares Lattice</i>	Processus "blanc"
0.050	0.983	0.984	0.989

Tableau 1.2: Valeurs du paramètre ζ d'une densité spectrale de puissance à l'entrée et à la sortie d'un filtre de blanchiment appliqué sur des données simulées de VIRGO.

Néanmoins, sur les données *réelles* (et non plus simulées) du prototype de 40 m, des paramètres ζ de l'ordre de 0.6 ont été obtenues. On verra dans le chapitre 3 que même une faible déviation de ce paramètre par rapport à 1 peut s'avérer dangereuse pour des filtres de sélection en ligne qui ont été étudiés avec l'hypothèse de bruit blanc gaussien.

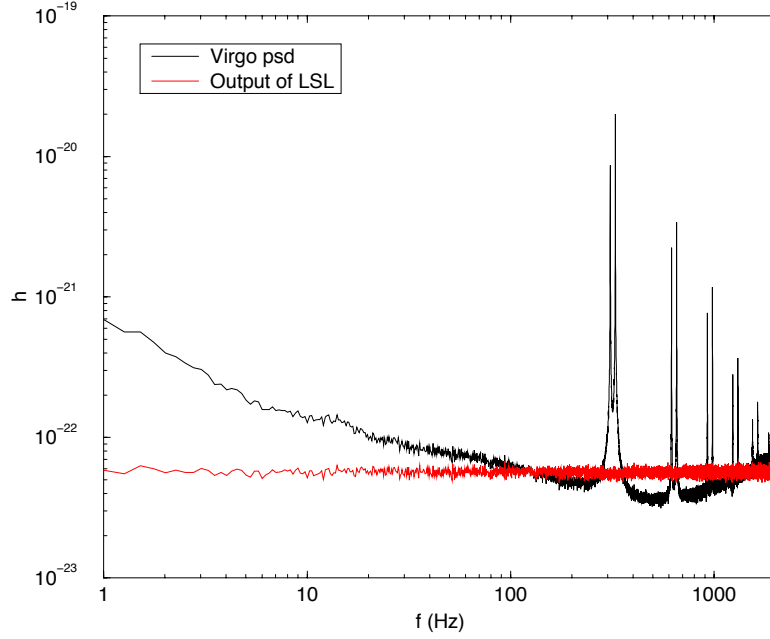


Figure 1.4: Densité spectrale de bruit simulé pour VIRGO (courbe noire). La courbe grise (ou rouge) indique la densité spectrale du bruit après blanchiment [232].

1.3 Techniques de pré-traitement des données

Nous venons de présenter des méthodes générales de traitement du bruit présent dans les données d'un interféromètre détecteur d'ondes gravitationnelles. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons décrire succinctement quelques méthodes qui ont été envisagées pour la prise en compte d'autres aspects particuliers de ces bruits.

1.3.1 Élimination en ligne de raies cohérentes

Le réseau électrique de fréquence 50 Hz provoque des interférences électromagnétiques dans les signaux électriques des capteurs. Ce signal d'interférence $m(t)$ a un effet complexe puisqu'il présente des harmoniques et des effets non linéaires peuvent s'ajouter (à cause de l'électronique par exemple). Il devient alors nécessaire de posséder une technique permettant de s'affranchir de l'effet de ces *raies* sur les données. Une telle technique a été développée par différents auteurs impliqués dans l'analyse des données des prototypes de Glasgow et de Caltech [236, 237, 238, 240].

Si ce bruit additionnel $y(t)$ est stationnaire, la phase des harmoniques est reliée à celle de $m(t)$ et on peut écrire :

$$y(t) = \sum_n a_n m(t)^n + (a_n m(t)^n)^* \quad (1.27)$$

avec $m(t)$ un signal quasi monochromatique localisé autour de la fréquence f_0 , et a_n un coefficient complexe. La n -ième harmonique sera donc localisée autour de nf_0 . De plus, en raison de la bande passante limitée du détecteur, on aura un nombre fini d'harmoniques présentes en sortie, avec un nombre maximal :

$$n_{max} = \frac{f_{nyquist}}{f_0} - 1 \quad (1.28)$$

Le principe de la méthode consiste alors à construire la quantité :

$$h(t) = \sum^{n_{max}} \rho_n M(t)^n + (\rho_n M(t)^n)^* \quad (1.29)$$

aussi proche que possible de $y(t)$ et de le soustraire à $y(t)$. Le processus $x(t) = y(t) + n(t)$, où $n(t)$ représente le bruit, est stationnaire de moyenne nulle. On construit $M(t)$ en exploitant le maximum d'information des harmoniques.

Pour cela on définit les fréquences limites basse et haute pour chaque harmonique ν_{ik} et ν_{fk} , et l'on forme dans l'espace de Fourier la variable $\tilde{z}_k(\nu)$ qui vaut $\tilde{x}(\nu)$ pour $\nu \in [\nu_{ik}, \nu_{fk}]$, et 0 autrement. Alors :

$$\tilde{z}_k(\nu) = a_k \tilde{m}^k(\nu) + \tilde{n}_k(\nu) \quad (1.30)$$

En repassant dans l'espace direct, on voit que $z(t) = a_k m(t)^k + n_k(t)$ sera concentré autour de la fréquence $k f_0$.

Estimation de $m(t)$

Il nous faut à ce niveau-ci trouver un estimateur de $m(t)$. On construit pour cela $B_k(t) = [z_k(t)]^{1/k}$, soit $B_k(t) = a_k^{1/k}(t) + m(t)\beta_k(t)$, avec $\beta_k(t) = [1 + \frac{n_k(t)}{a_k m(t)^k}]^{1/k}$. On définit ensuite $b_k(t) = \alpha m(t)\beta_k(t)$ pour estimer $M(t)$. Les coefficients $b_k(t)$ sont construits en multipliant $B_k(t)$ par une quantité Γ_k , qui est estimée par la méthode des moindres carrés, par minimisation de $|B_k(t) - \Gamma B_k(t)|^2$, pour tout k .

On suppose ensuite que $M(t)$ est une fonction linéaire des $\beta_k(t)$, de même moyenne et de même variance. La variance de $\beta_k(t)$ est estimée à l'aide de $\langle n_k(t)n_k(t)^* \rangle$ qui peut être évaluée en supposant que le bruit est stationnaire.

Les paramètres ρ_n sont calculés en minimisant la puissance de sortie $|x(t) - h(t)|^2$ (et en supposant que le bruit autour des harmoniques est non-corrélé).

Résultats

Il semblerait que cette méthode permette d'éliminer toutes les harmoniques d'un signal d'interférence $m(t)$, sans altérer un signal gravitationnel éventuellement caché par ce signal. De nouvelles caractéristiques spectrales peuvent aussi être révélées (nouveaux modes violons par exemple). Cette méthode requiert uniquement une cohérence de phase entre le mode fondamental et ses harmoniques, ainsi qu'une stationnarité locale. Elle a été testée avec des données du prototype d'interféromètre de Glasgow, avec succès.

Il est à noter qu'une autre technique [239] utilise la méthode de prédiction linéaire (présentée au paragraphe II.1.2) pour éliminer du spectre les composantes de type sinusoïdale avec une enveloppe lentement variable, et toutes sortes de bruits oscillatoires de courte durée.

1.3.2 Traitement des écarts à la gaussianité

Cette méthode simple [241] analyse le comportement du filtrage adapté en présence de *bursts*, distribués selon une loi de Poisson, superposés à un bruit gaussien.

Le principe

La sortie du détecteur est vue comme une collection de N valeurs qui sont contenues dans un vecteur h dans un espace à N dimensions. Les composantes de ce vecteur sont les $h_j = (\mathbf{h}, \mathbf{e}_j)$ qui représentent une série temporelle de mesures faites par le détecteur, pour $N \in [0, N-1]$. Le produit scalaire de deux vecteurs \mathbf{a} et \mathbf{b} peut s'écrire comme : $(\mathbf{a}, \mathbf{Q}\mathbf{b})$, où \mathbf{Q} est l'inverse de la matrice d'autocorrélation R de la composante n_G du bruit, avec $R = \langle n_G \otimes n_G \rangle$ (moyenne sur de multiples réalisations du bruit).

Le bruit n possède deux composantes $n = n_G + n_B$, n_B étant la composante de *bursts*, de probabilité P_B . On peut écrire $P(n_G) \propto \exp(-||n_G||^2/2)$, et si on suppose que les *bursts* sont distribués aléatoirement dans cet espace avec une mesure $D[n_B]$, on a :

$$P[n] \propto e^{-\|n\|^2/2} + \frac{P_B}{1 - P_B} \int D[n_B] e^{-\|n - n_B\|^2/2} \quad (1.31)$$

Si on suppose de plus que les non-gaussianités sont réparties uniformément sur la surface d'une sphère de rayon r , de tels événements vont durer pendant N échantillons et remplir toute la bande de fréquence du détecteur, et il est possible d'écrire :

$$P[n] \propto e^{-\|n\|^2/2} (1 + \epsilon e^{\|n\|^2/2}) \quad (1.32)$$

où ϵ peut s'exprimer en fonction de r , N et P_B .

Cette équation peut aussi s'écrire (dans le cas de bruits impulsifs gaussiens importants) :

$$P[n] \propto e^{-(n, Qn)/2} (1 + \epsilon e^{(n, [Q - Q']n)/2}) \quad (1.33)$$

avec $\epsilon = (\det[R]/\det(R'))^{N/2} P_B / (1 - P_B)$, où R' est la matrice d'autocorrélation de $n_G + n_B$ et $Q' = 1/R'$. Pour un bruit additionnel fort, on a $Q - Q' \sim Q$ et :

$$P[n] \propto e^{-\|n\|^2/2} (1 + \epsilon e^{\|n\|^2/2}) \quad (1.34)$$

On peut alors calculer le rapport de vraisemblance pour les deux hypothèses (H_0) bruit seul $h = n$, et (H_1) présence d'un signal d'amplitude A dans le bruit $h = A\hat{u} + n$. Ce rapport s'écrit :

$$\Lambda(A) = \frac{P[h|H_1]}{P[h|H_0]} = \frac{\Lambda_G(A) + \alpha}{1 + \alpha} \quad (1.35)$$

avec $\alpha = \epsilon e^{\|h\|^2/2}$ et $\Lambda_G(A) = e^{A(\hat{u}, Qh) - A^2/2}$ (filtrage adapté). Pour du bruit gaussien seul, $\langle \|n_G\|^2 \rangle = N$, et $\ln \alpha \sim \ln P_B - 1/2N \ln(R^2/N)$ pour $N \gg 1$. Ainsi, pour $R^2 > N$, α est petit.

Lorsqu'un *burst* est présent, $\ln \alpha$ est augmenté d'une quantité $1/2R^2$ et $\alpha \gg 1$. On peut alors dire que le rapport Λ est une fonction de la sortie du détecteur à travers $x = (\hat{u}, Qh) = h \cos \theta$ (où θ est la direction de la source), et $\|h\|$. Il dépend de A et ϵ et peut se réécrire :

$$\Lambda(A) = \frac{e^{Ax - A^2/2} + \epsilon e^{(x \sec \theta)^2/2}}{1 + \epsilon e^{(x \sec \theta)^2/2}} \quad (1.36)$$

qui est très fortement atténué lorsque $\|h\|$ devient très grand devant le plus grand signal attendu.

Utilisation

On peut montrer que dans ce cas [241] il existe une statistique localement optimale, s'inspirant du filtrage de Wiener, et qui serait pour de faibles SNRs plus performante que le filtre optimal. Il faut ici bien entendu rappeler que le filtrage optimal ne peut pas être utilisé dans le cas de sources mal modélisées, telles que les supernovae. Il est néanmoins intéressant que constater que les études faites le plus généralement dans l'hypothèse d'un bruit gaussien pourront être étendues au cas d'une statistique **légèrement** non-gaussiennes.

1.3.3 Corrélations croisées signal-environnement

Les données des détecteurs interférométriques seront essentiellement constituées d'un canal de données représentant la perturbation $h(t)$ en même temps qu'un certain nombre de canaux de données instrumentales. En supposant que le canal h est une combinaison linéaire d'un signal physique et de bruit, et que le signal n'est pas corrélé avec le bruit, qui est en partie produit par l'environnement direct du détecteur, on peut [242] estimer la fonction de transfert qui décrit la contribution du $n^{\text{ième}}$ canal (de signaux environnementaux) au canal du signal physique. Il est alors possible de soustraire la contamination de l'environnement au canal physique, en en donnant une estimation qui minimise sa variance.

La remarque importante que l'on peut faire sur cette technique est que le signal physique ne doit pas avoir de corrélation avec les autres canaux. Ces corrélations sont donc éliminées en imposant une contrainte qui minimise la puissance dans une bande de fréquence définie par le physicien. Cette méthode a été testée avec des données du prototype de Caltech, dans le signal représentant le déplacement différentiel dans l'interféromètre qui est fortement contaminé par les bruits magnétique et sismique ainsi que le bruit de fréquence du laser. Elle peut être utile pour deux raisons principales. Tout d'abord, elle peut aider à identifier les canaux d'environnement qui ont le plus d'influence sur le canal physique. La dépendance en fréquence de ces effets pourra, en outre, aider à déterminer des méthodes pour que de tels effets soient éliminés. Ensuite, une fois que ces canaux sont déterminés, cette technique doit pouvoir rendre possible l'élimination de ces séquences de données trop fortement contaminées. Encore faudra-t-il pour cela étudier l'influence d'une telle procédure et ses conséquences éventuelles sur la physique qui nous est accessible.

1.3.4 Discussion

Ce chapitre ne se voulait bien sûr pas exhaustif. Cependant, il nous permet d'expliquer les diverses techniques qui peuvent être implémentées en ligne dans une expérience telle que VIRGO. D'autres techniques (l'utilisation du plan temps-fréquence par exemple) peuvent se révéler très utiles dans le domaine de l'analyse et de la caractérisation hors ligne des données, mais elles sont, pour le moment en tout cas, trop lourdes et coûteuses en temps de calcul pour être utilisées en ligne.

On a pu voir aussi que le traitement de l'élimination en ligne de signaux d'interférence connus a déjà été étudié sur de nombreux prototypes, avec succès, et a démontré la possibilité de découvrir et d'étudier plus en détails de nouvelles caractéristiques spectrales du détecteur, ce qui ouvre bien sûr la voie à une compréhension plus poussée des interféromètres en cours de construction.

Les données ayant été nettoyées de leurs signaux indésirables, et blanchies, elles peuvent maintenant être analysées.

Chapitre 2

La détection des sources continues

Contenu du chapitre

2.1	La détection des Coalescences de systèmes Binaires	134
2.1.1	Le filtre de Wiener pour les coalescences	135
2.1.2	Filtres <i>désadaptés</i>	136
2.2	Le fond stochastique	136
2.2.1	Le signal	136
2.2.2	Corrélation entre deux détecteurs	137
2.2.3	Algorithme de détection	138
2.2.4	Mesure réelle	139
2.3	Les sources périodiques	139
2.3.1	Le signal des pulsars	140
2.3.2	Prise en compte de l'effet Doppler	140
2.3.3	Le filtrage adapté pour le pulsar	141
2.4	Conclusion	142



ES SOURCES CONTINUES D'ONDES GRAVITATIONNELLES ont été présentées dans la première partie de cette thèse. On a pu voir que les formes des signaux sont connues avec précision, en tout cas pour ce qui concerne les systèmes binaires d'objets compacts et les pulsars. Il reste cependant des incertitudes sur la densité spectrale exacte du fond de rayonnement gravitationnel, ainsi que sur les formes d'ondes précises des instabilités non transitoires qui peuvent intervenir dans les étoiles à neutrons. On verra toutefois que la technique d'analyse du signal utilisée dans le cas précis du fond de rayonnement est assez claire et définie. Le but de ce chapitre est donc essentiellement de montrer que pour ces source de signaux continues, par opposition à transitoires, les techniques envisagées pour leur détection font l'objet d'actifs développements depuis maintenant de nombreuses années, contrairement aux signaux transitoires.

2.1 La détection des Coalescences de systèmes Binaires

Les caractéristiques physiques d'un tel processus ont été brièvement exposées dans le chapitre 3 de la partie I. On a pu voir que le signal correspondant à la phase spiralante du phénomène semble assez bien connue. Son évolution en fréquence est ainsi assez claire depuis quelques secondes à plusieurs minutes. Le filtre adapté semble donc répondre parfaitement aux besoins de l'analyse de ce signal.

Le signal de coalescence peut s'écrire :

$$h(t) = h_{\times}(t)F_{\times}(\theta(t), \phi(t)) + h_{+}(t)F_{+}(\theta(t), \phi(t)) \quad (2.1)$$

Les variations de $F_{+, \times}$ avec le temps introduisent bien entendu une modulation supplémentaire (en plus de $h_{+, \times}$), mais le temps d'observation est inférieure aux temps caractéristiques des variations de $F_{+, \times}$ dans la journée. La forme du signal est alors :

$$h(t) = A\nu(t)^{\frac{2}{3}}\cos(\phi(t) + \phi_0) \quad (2.2)$$

avec A un coefficient qui dépend de la distance de la source et de l'orientation du détecteur par rapport à celle-ci (avec $A = \text{constante}$ au cours du temps).

D'autre part, l'amplitude du signal ainsi que sa fréquence augmente avec le temps, selon :

$$\nu(t) = \nu_0[1 - \frac{t}{\tau}]^{-\frac{3}{8}} \quad (2.3)$$

où ν_0 dénote la fréquence du début de l'observation, et τ le temps avant la coalescence, qui dépend de la masse M du système et de son spin S . On peut développer τ selon $\tau = \tau_0 + \tau_1 + \dots$, où les τ_i sont fonctions de M et S .

Tant que l'approximation post-newtonienne reste valable et tant que la variation de fréquence du signal sur une période du mouvement reste petite devant la fréquence elle-même, on peut estimer la transformée de Fourier du signal grâce à l'approximation de la phase stationnaire. En effet,

$$\tilde{h}(f) = \int dt h(t) \cos \phi(t) e^{-2i\pi f t} \sim \frac{1}{2} h(t) e^{-2i\pi f \tilde{t} + \phi(\tilde{t})} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{i\ddot{\phi}(\tilde{t})}\right)} \quad (2.4)$$

avec $2\pi f = \dot{\phi}(\tilde{t})$ et $|\tilde{h}(f)|^2 = \frac{h(t)^2}{4\nu(t)}$.

Si on inverse l'équation précédente, on peut exprimer la phase dans la transformée de Fourier $\tilde{h}(f) = \sqrt{|\tilde{h}(f)|^2} e^{i\Phi(f)}$. Un calcul explicite donne le résultat suivant pour l'approximation Post-Newtonienne du premier ordre :

$$\tilde{h}(f) = N f^{-7/6} e^{i\Phi(f)} \Phi(f) = \Phi_0 + 2\pi f t_a + 2\pi \nu_0 \tau_0 \left[1 - \frac{f}{\nu_0} + \frac{3}{5} \left(1 - \left(\frac{f}{\nu_0} \right)^{-5/3} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$+ 2\pi \nu_0 \tau_1 \left[1 - \frac{f}{\nu_0} + \dots \right] \quad (2.6)$$

où t_a est le temps d'arrivée du signal, c'est à dire le temps auquel le signal rentre dans la bande de détection et a une fréquence instantanée ν_0 et N est une échelle à déterminer pour caractériser le SNR. A cet ordre-ci, il y a 4 paramètres : la phase initiale $\Phi_0 \in [0, 2\pi]$, les deux paramètres PN τ_o et τ_1 , le temps d'arrivée t_a . Il faut tout d'abord définir le SNR dans le cas des coalescences de binaires.

2.1.1 Le filtre de Wiener pour les coalescences

Une fois que le signal h_θ est connu, qui dépend de paramètres θ , pour savoir s'il est présent dans la série temporelle s , il suffit de calculer le produit $\langle h_\theta | s \rangle$, où ce produit de Wiener a été défini comme étant :

$$\langle h | g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tilde{h}(-f) \tilde{g}(f)}{S_n(f)} df \quad (2.7)$$

où S_n est le spectre bi-latéral.

Si le signal n'est pas présent dans s , le résultat est une variable aléatoire gaussienne, de moyenne nulle, de variance $E[\langle h_\theta | n \rangle \langle n | h_\theta \rangle] = \langle h_\theta | h_\theta \rangle$, et le SNR est alors donné par :

$$SNR = \frac{\langle h_\theta | s \rangle}{\sqrt{\langle h_\theta | h_\theta \rangle}} \quad (2.8)$$

Avec cette définition, le SNR est directement proportionnel à l'amplitude du signal qui est présent, alors que la normalisation globale des calques h_θ s'annule.

Effet de la phase initiale

En utilisant comme calques la forme $h_\theta = h_0 \cos \Phi_0 + h_{\pi/2} \sin \Phi_0$, on sait que pour Φ_0 , le SNR sera maximum. On peut alors maximiser le SNR par rapport à Φ_0 pour obtenir le maximum. Le calcul nous donne :

$$SNR = \frac{\langle h_0 | s \rangle \cos \Phi_0 + \langle h_{\pi/2} | s \rangle \sin \Phi_0}{\sqrt{\langle h_0 | h_0 \rangle \cos^2 \Phi_0 + \langle h_{\pi/2} | h_{\pi/2} \rangle \sin^2 \Phi_0}} \quad (2.9)$$

$$= \frac{\langle h_0 | s \rangle}{\sqrt{\langle h_0 | h_0 \rangle}} \cos \Phi_0 + \frac{\langle h_{\pi/2} | s \rangle}{\sqrt{\langle h_{\pi/2} | h_{\pi/2} \rangle}} \sin \Phi_0 \quad (2.10)$$

On obtient alors $\max[SNR]_{\Phi_0} = \sqrt{\langle q_0 | s \rangle^2 + \langle q_{\pi/2} | s \rangle^2}$ où on a introduit le calque normalisé : $q_\theta = h_\theta / \sqrt{\langle h_\theta | h_\theta \rangle}$. Cela signifie que le SNR en l'absence de toute connaissance *a priori* de la phase est donné par la somme en quadrature de la réponse des deux filtres.

Temps d'arrivée

Nous avons ici éliminé Φ_0 des paramètres du signal, mais le signal gravitationnel peut commencer à n'importe quel moment, ce qui signifie que nous devons garder t_a comme variable, et considérer tous les calques possibles q_θ qui commencent à des temps différents t_a . Pour chacun d'entre eux (chaque pair), le SNR doit être calculé, et les valeurs obtenues devront être comparées.

Appelons $C(t_a)$ le résultat. En oubliant les deux quadratures, on doit donc calculer :

$$C(t_a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tilde{q}(t_a, -f) \tilde{s}(f)}{S_n(f)} df \quad (2.11)$$

En fait, des calques différents par le temps d'arrivée diffèrent dans l'espace de Fourier d'un décalage de phase, ce qui nous donne :

$$C(t_a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{\tilde{q}(0, -f) \tilde{s}(f)}{S_n(f)} \right] e^{+2\pi i f t_a} df \quad (2.12)$$

Cette fonction est en fait la transformée de Fourier inverse de la quantité entre crochets.

En résumé, à paramètres physiques fixés, le principe de chaque filtre de Wiener est de transformer une séquence $h(t)$ en une nouvelle séquence $C_\theta(t)$. Si un signal est présent, en correspondance avec son temps d'arrivée (*i.e.* le temps auquel le calque et le signal se recouvrent le mieux), un maximum doit être observé.

2.1.2 Filtres désadaptés

Supposons que le détecteur reçoive un signal correspondant à un certain jeu de paramètres θ , mais que l'on utilise pour la détection un jeu de paramètres θ' . Notre signal est donc de la forme $h(t) = Aq_{\theta, t_a + \Delta t_a}(t) + n(t)$. Le filtre calcule alors la corrélation suivante :

$$C(\theta\theta', \Delta t_a) = A \langle q_{\theta, t_a} | q_{\theta', t_a + \Delta t_a} \rangle + \langle q_{\theta, t_a} | n \rangle \quad (2.13)$$

Evidemment, le terme de bruit est nul en moyenne, c'est donc uniquement le premier terme qui importe. À ce point-là, on peut remarquer qu'en ce qui concerne le signal d'une coalescence, une variation dans les paramètres peut être compensée par un décalage des temps d'arrivée. En d'autres termes, si l'on arrive à mettre en évidence la différence de temps d'arrivée entre deux calques, et que l'on maximise par rapport à ce paramètre, on pourra obtenir une plus grande corrélation. Cela nous amène à définir la **fonction d'ambiguïté**¹ :

$$C(\theta, \theta') = \max E[C(\theta, \theta', \Delta t_a)] = \max \langle q_{\theta, t_a} | q_{\theta', t_a + \Delta t_a} \rangle \quad (2.14)$$

Le produit scalaire $\langle q_\theta | q_{\theta'} \rangle$ maximisé par rapport aux temps d'arrivée, correspond donc à une distance entre *calques* qui nous dit quelle fraction du SNR maximal on peut espérer atteindre à l'aide d'un filtre qui n'est pas parfaitement adapté.

Cette fonction présente deux particularités : tout d'abord, la dépendance par rapport à la fréquence de coupure ν_0 (à choisir avec soin). Au premier ordre post-newtonien, l'espace des paramètres devient bi-dimensionnel. Se fixer une perte de SNR permet de paver cet espace (en fonction du temps de calcul disponible et des indications des modèles astrophysiques, qui impliquent des limites physiques sur les paramètres). Nous avons présenté ici l'essentiel de l'analyse de physique en ce qui concerne la coalescence d'un système d'objets compacts, même si le placement exact des calques dans l'espace des paramètres, le nombre de filtres utilisés fait encore l'objet de nombreux débats. On se référera à [39] pour des détails à la fois plus techniques et plus physiques.

2.2 Le fond stochastique

De la même manière que Penzas et Wilson ont découvert le fond de rayonnement électromagnétique à 3 °K, analysé récemment par COBE et dans le futur par Planck Surveyor (entre autres), il existerait un fond de rayonnement gravitationnel. Ce fond peut être dû à des sources d'origines cosmologiques, ou bien au signal incohérent d'une population de sources à des distances plus proches. La nature exacte de ce rayonnement est importante dans la mesure où elle va déterminer la stratégie de détection à adopter, car celle-ci dépend de la distribution spatiale et fréquentielle de ce rayonnement.

2.2.1 Le signal

Soient deux détecteurs D_1 et D_2 (au hasard, Virgo et LIGO...). En mettant de côté les signaux de sources particulières (binaires, supernovae...), on peut s'attendre à ce que la sortie $s_i(t)$ de chaque détecteur soit une superposition d'un bruit instrumental $n_i(t)$ et d'un fond incohérent de "bruit" gravitationnel. On a donc :

$$s_i(t) = n_i(t) + h_i(t) \quad (2.15)$$

¹On notera que si l'on prend en compte les deux quadratures du signal, la définition de la fonction d'ambiguïté est quelque peu changée.

où $h_i(t)$ est la réponse de l'interféromètre à une superposition incohérente d'ondes planes provenant d'une direction quelconque dans le ciel.

Si tel est le cas, on pourra donc écrire le signal reçu par le détecteur D_i de la manière suivante :

$$h_i(t) = \sum_A \int d\Omega F_i^A(\Omega) \int_{-\infty}^{+\infty} df \exp(i2\pi f(t - \vec{x}_i \cdot \vec{\Omega}/c)) h_A(f, \vec{\Omega}) \quad (2.16)$$

c'est-à-dire une superposition d'onde planes, avec deux polarisation possibles $A = +, \times$, d'amplitude (complexe) h_A . Ce signal est de nature stochastique dans le sens où il est impossible de prédire son évolution dans le temps : il est seulement possible de faire des hypothèses quant à ses propriétés spectrales par exemple.

La fonction d'antenne F_i^A introduit quelques complications, et le but de ce paragraphe est uniquement de donner une idée de ce qui peut être fait. Pour cette raison, dans la suite, nous oublierons le spin 2 du graviton en supposant que le champ est scalaire.

Le signal peut alors tout simplement s'écrire :

$$h_i(t) = \int d\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} df e^{i2\pi f(t - \frac{\vec{x}_i \cdot \vec{\Omega}}{c})} h(f, \Omega) \quad (2.17)$$

où l'on a aussi mis de côté la fonction d'antenne du détecteur ².

D'autres hypothèses physiquement cohérentes permettent de simplifier l'analyse :

- **Stationnarité** : nous supposons dans la suite que toute corrélation entre les variables $h_i(t)$ et $h_j(t')$ dépend uniquement de la différence $t - t'$.
- **Gaussianité** : L'hypothèse de gaussianité implique que le signal $h_i(t)$ peut être entièrement décrit par ses propriétés spectrales, c'est à dire ses moments d'ordre deux. Étant donné notre définition du signal comme une superposition de signaux aléatoires, cette hypothèse semble raisonnable.
- **Homogénéité** : Cette hypothèse permet d'obtenir des résultats plus simples, mais elle n'est pas justifiée si le signal n'est pas d'origine cosmologique. Une distribution de sources galactiques par exemple rendrait le signal bien évidemment non homogène. De plus, en raison du mouvement du détecteur $x_i(t)$, une inhomogénéité rendrait les corrélations non stationnaires.

Si ces hypothèses sont vérifiées (donc dans le cas le plus simple), on peut supposer la forme suivante pour l'espérance des corrélations :

$$E[h(f, \Omega) h^*(f', \Omega')] = \frac{1}{2\pi} H(f) \delta(f - f') \delta(\Omega - \Omega') \quad (2.18)$$

où $H(f)$ contient la distribution spectrale du fond stochastique.

2.2.2 Corrélation entre deux détecteurs

Une manière de détecter la présence d'un tel signal est de calculer la corrélation entre la sortie de deux détecteurs. On calcule alors :

$$C_{ij} = E[s_i(t) s_j(t')] \quad (2.19)$$

²Toutes les simplifications qui vont suivre pour la plupart s'appliquent dans le cas d'un champ scalaire, et non tensoriel. Dans le cas d'un vrai fond gravitationnel diffus donc tensoriel, la fonction de recouvrement γ doit être modifiée de la manière suivante $\gamma_{ij}(f) = \frac{5}{8\pi} \sum_{A=+, \times} \int d\Omega \exp(i2\pi f \vec{\Omega} \cdot \Delta \vec{x}/c) F_i^A(\Omega) F_j^A(\Omega)$, où F_i^A est la fonction d'antenne du détecteur D_i , pour une onde de polarisation A .

De plus, on introduit, à la place de $H(f)$, la quantité $\Omega_{GW}(f) = 1/\rho_{crit} [\partial \rho_{GW} / \partial \ln f]$, avec $\rho_{crit} = 3c^2 H_0^2 / 8\pi G$. On peut alors écrire le spectre $H(f)$ sous la forme $H(f) = \frac{3H_0^2}{16\pi^2} |f|^{-3} \Omega_{GW}(|f|)$.

si l'on suppose bien entendu que les bruits n_i des deux détecteurs ne sont pas corrélés ; dans ce cas, la seule contribution à la corrélation provient du signal lui-même. La distribution de $h(f, \Omega)$ étant connue, on peut alors calculer :

$$E[h_i(t)h_j(t')] = \int d\Omega d\Omega' \int_{-\infty}^{+\infty} df df' e^{i2\pi f(t-t')} e^{-i2\pi(f\vec{x}_i(t) - f'\vec{x}_i(t') - f'\vec{x}_i(t') - f\vec{x}_i(t)) \cdot \vec{\Omega} - f'\vec{x}_i(t') \cdot \vec{\Omega}'} / c E[h(f, \Omega)h^*(f', \Omega')] \quad (2.20)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int d\Omega \int df e^{i2\pi f(t-t')} e^{-i2\pi f((\vec{x}_i(t) - \vec{x}_i(t')) \cdot \vec{\Omega}) / c} H(f) \quad (2.21)$$

En posant $d\Omega = d\phi d\cos\theta$, et en orientant l'axe \vec{x} selon la différence $\vec{x}_i(t) - \vec{x}_i(t')$, on obtient :

$$C_{ij}(t, t') = \int_{-\infty}^{+\infty} df e^{i2\pi f(t-t')} \frac{\sin(2\pi f \Delta x_{ij}(t, t') / c)}{2\pi f \Delta x_{ij}(t, t') / c} H(f) \quad (2.22)$$

avec $\Delta x_{ij}(t, t') = |\vec{x}_i(t) - \vec{x}_j(t')|$. À des instants identiques t et t' , on obtient alors :

$$C_{ii}(t - t') = \int df e^{i2\pi f(t-t')} H(f) \quad (2.23)$$

ce qui montre que $H(f)$ n'est rien d'autre que le spectre (bi-latérale) du bruit de l'interféromètre.

Pour des points non coïncidents, à cause de la présence de la différence de temps dans Δx , en général C_{ij} ne dépendra pas uniquement de la différence $(t - t')$. En d'autres termes, ce n'est pas uniquement la distance entre les détecteurs qui entre en jeu, mais la distance entre les points où se situent les détecteurs aux instant t et t' (qui devient bien sûr très grande quand $(t - t')$ augmente, à cause du mouvement de la Terre).

Cependant, il est possible de faire une hypothèse simplificatrice supplémentaire, en supposant que le spectre $H(f)$ est large bande, sans caractéristiques spectrales dominantes. Dans ce cas-là, la corrélation $C_{ij}(t - t')$ décroît très rapidement quand $|t - t'|$ augmente, à cause du terme oscillatoire $\exp(i2\pi f(t - t'))$. On peut alors se restreindre aux intervalles de temps dans lesquels l'approximation $\Delta x_{ij}(t, t') = r_{ij}$ (r_{ij} constante) est valable.

On peut alors réécrire la corrélation comme étant :

$$C_{ij}(t - t') = \int df e^{i2\pi f(t-t')} \gamma(r_{ij} \cdot f) H(f) \quad (2.24)$$

où la fonction de recouvrement γ est simplement $\text{sinc}[2\pi f r]$. Ceci est valable dans le cas d'une onde scalaire uniquement, puisque dans la réalité, il faut aussi tenir compte de l'orientation des deux détecteurs.

2.2.3 Algorithme de détection

Définissons comme observable la plus générale une combinaison linéaire des sorties des détecteurs aux instants t et t' :

$$x = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-T/2}^{+T/2} dt' h_i(t) h_j(t') Q(t - t') \quad (2.25)$$

Il nous faut donc trouver une quantité Q optimale, pour maximiser la valeur du rapport signal sur bruit. La moyenne de l'observable s'écrit :

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{-T/2}^{+T/2} dt' E[h_i(t)h_j(t')] Q(t - t') \quad (2.26)$$

$$= \int dt \int dt' \int_{-\infty}^{+\infty} df e^{i2\pi f(t-t')} H(f) \gamma(rf) Q(t - t') \quad (2.27)$$

L'intégrale en t donne la transformée de Fourier \tilde{Q} de Q , ce qui nous donne donc $\mu = T \int df H(f) \gamma(rf) \tilde{Q}(f)$. Calculer la variance nous permet d'exprimer le SNR sous la forme :

$$SNR = \sqrt{T} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} df H(f) \gamma(rf) \tilde{Q}(f)}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} df S_i(f) S_j(f) |\tilde{Q}(f)|^2}} \propto \sqrt{T} \quad (2.28)$$

Le rapport signal-sur-bruit est donc proportionnel à la racine carrée du temps d'observation. Il faut ensuite trouver une fonction \tilde{Q} qui maximise ce SNR (ou SNR^2). On obtient alors :

$$\tilde{Q}(f) = \frac{H(f) \gamma(rf)}{S_i(f) S_j(f)} \quad (2.29)$$

Cette expression de \tilde{Q} donne plus de poids aux fréquences pour lesquelles le recouvrement γ est grand, et en donne moins aux fréquences telles que le produit $S_i(f) S_j(f)$ est grand. Cette quantité contient aussi le spectre du rayonnement de fond $H(f)$: cela implique qu'il nous faudra autant de filtres que de spectres différents envisagés. D'autre part, on peut remarquer que pour un spectre $H(f)$ donné, le rapport signal sur bruit maximal est donné par :

$$SNR_{max} = \sqrt{T} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} df \frac{H^2(f) \gamma^2(rf)}{S_i(f) S_j(f)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.30)$$

2.2.4 Mesure réelle

Le temps T est le temps requis pour estimer un échantillon. En général, la mesure sera répétée n fois sur un temps d'observation $T_{tot} = nT$, et on moyennera les résultats ainsi obtenus. On obtiendra donc une moyenne d'échantillon μ_n qui sera un estimateur de la vraie moyenne.

Plus précisément, la mesure sera effectuée de la manière suivante :

- 1] Mesure des spectres de "bruit" S_1 et S_2 .
- 2] Définition pour chaque spectre $H(f)$ de la quantité $Q(f) = \frac{H(f) \gamma(f)}{S_1(f) S_2(f)}$ pour chaque détecteur, et transformée de Fourier des données $s_i(t)$ de chaque détecteur.
- 3] Construction de l'estimateur x_k de la corrélation optimale :

$$x_k = \int_{-\infty}^{+\infty} df \tilde{s}_i(f) \tilde{s}_j^*(f) Q(f) \quad (2.31)$$

- 4] Moyenne des résultats obtenus, et construction des moyennes et variances :

$$\mu_n = \frac{1}{n} \sum_n x_k \quad \text{et} \quad \sigma_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_k - \mu_n)^2 \quad (2.32)$$

- 5] Utilisation d'un critère statistique pour décider si la valeur observée μ_n est compatible ou non avec l'hypothèse que la moyenne μ est non-nulle (présence d'un signal).

Étant donné un temps total d'observation T_{tot} , comment décider de la durée des temps T à moyenner pour estimer μ ? En fait, tant que T est assez grand, de telle manière que les x_k sont décorrélés, le choix importe peu. Le rapport $\frac{\mu_n}{\sigma_n}$ est en effet un estimateur du SNR_{max} qui est proportionnel à \sqrt{T} . Par conséquent la quantité $\sqrt{n} \frac{\mu_n}{\sigma_n}$ est proportionnelle à $\sqrt{T_{tot}}$, avec un facteur de proportionnalité qui ne varie pas (en moyenne) avec T .

2.3 Les sources périodiques

Alors que comme on pu le voir dans les paragraphes précédents, il peut subsister une ambiguïté quant au spectre exact du fond stochastique, et une incertitude sur le signal émis par un système binaire dans la phase ultime de la coalescence, la compréhension du signal émis par un pulsar semble dans ce contexte, assez parfaite : il est continu, faible, et modulé par le mouvement de la Terre. Les difficultés tenant à sa détection réside en fait dans l'algorithme de recherche (ainsi que dans des limitations technologiques).

2.3.1 Le signal des pulsars

Pour une étoile à neutrons en rotation, le signal gravitationnel peut s'écrire :

$$h(t) = F_+(\vec{n})h_+(t) + F_\times(t)h_\times(t) \quad (2.33)$$

où \vec{n} est la direction de la source, et où h_+ et h_\times peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} h_+ &= h_0 \sin \alpha \left[\frac{1}{2} \cos \alpha \sin i \cos \omega \tau(t) - \sin \alpha \frac{1+\cos^2 i}{2} \cos 2\omega \tau(t) \right] \\ h_\times &= h_0 \sin \alpha \left[\frac{1}{2} \cos \alpha \sin \omega \tau(t) - 7 \sin \alpha \cos i \sin 2\omega \tau(t) \right] \end{cases} \quad (2.34)$$

avec α l'angle entre l'axe de rotation et l'axe de distorsion, et i l'angle entre l'axe de rotation et la "ligne de visée". Ici, l'effet de "spin-down" ainsi que l'effet Doppler n'est pas pris en compte, mais le mouvement du détecteur est pris en compte dans les variations de $F_{+, \times}(t)$, et de $\tau(t) = t + \frac{\vec{n} \cdot \vec{x}}{c}$, où \vec{x} désigne la position du détecteur à l'instant t .

On peut ici remarquer deux choses essentielles. Tout d'abord, l'émission d'une étoile à neutrons est caractérisée par deux fréquences, ω et 2ω , avec une amplitude qui dépend de la distorsion et de la rotation de l'étoile. Ensuite, en dehors de ces deux fréquences, le signal est approximativement monochromatique. La dépendance en temps est pour l'essentiel contenue dans le terme de phase :

$$\phi(t) = \omega \left(t + \frac{\vec{n} \cdot \vec{x}}{c} \right) \quad \text{soit} \quad \frac{d\phi(t)}{dt} = \omega \left(1 + \frac{\vec{n} \cdot \vec{v}}{c} \right) \quad (2.35)$$

où $v/c \ll 1$. Ainsi pour l'orbite terrestre, correspondant à une distance d'environ 15 minutes lumières, pour une demi-année, la variation du terme $\vec{n} \cdot \vec{x}/c$ est $\Delta \vec{n} \cdot \vec{x}/c \sim 1000$.

2.3.2 Prise en compte de l'effet Doppler

Si le détecteur était fixe, en présence d'un signal $h(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, on obtiendrait une contribution au spectre de la forme :

$$S_{\text{signal}}(f) = \frac{T}{4} A^2 \left[\frac{\sin(\omega + 2\pi f)T/2}{(\omega + 2\pi f)T/2} + \frac{\sin(\omega - 2\pi f)T/2}{(\omega - 2\pi f)T/2} \right] \quad (2.36)$$

une fonction dans laquelle apparaissent des pics prononcés pour $f = \pm \frac{\omega}{2\pi}$. Pour un temps d'observation T grand, on obtiendrait donc un SNR donné par :

$$SNR^2 = \frac{TA^2}{4S_{\text{noise}}(f)} \quad (2.37)$$

En introduisant le niveau de sensibilité donné par $h_{\text{bruit}}(f) = \sqrt{S_{\text{bruit}}(f) + S_{\text{bruit}}(-f)}$, le SNR devient :

$$SNR = \frac{\sqrt{T}A}{\sqrt{2}h_{\text{bruit}}(\omega/2\pi)} \quad (2.38)$$

D'un autre côté, si le détecteur est en mouvement (comme c'est le cas!!), le signal ne contribue plus à un seul pas de fréquence du spectre. Pour le mouvement de rotation par exemple, on peut écrire :

$$\vec{n} \cdot \vec{x}/c = \beta \cos(\omega_m t) \quad (2.39)$$

et le signal devient :

$$\begin{aligned} \cos(\omega(t + \beta \cos(\omega_m t))) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k J_{2k}(\omega\beta) \cos(\omega + 2k\omega_m t) \\ &- \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k J_{2k+1}(\omega\beta) \sin(\omega + (2k+1)\omega_m t) \end{aligned} \quad (2.40)$$

où les J_n sont les fonctions de Bessel. La porteuse ω est ainsi divisée en un nombre infini de bandes latérales $\omega \pm k\omega_m$ avec une amplitude dépendant des fonctions de Bessel. Si $\omega\beta \ll \pi/2$, ce sont les deux premières bandes qui contribuent essentiellement. Si ce rapport augmente, l'énergie se partage davantage avec les bandes d'indices k plus grands.

Ainsi, pour le mouvement de révolution de la Terre, avec $\beta \sim 3 \times 10^3$, un signal à la fréquence $\omega = 2\pi \cdot 100 \text{ Hz}$ se répand sur $\mathcal{O}(10^6)$ bandes latérales, chacune plus petite d'un facteur $1/\sqrt{\omega\beta} \sim 10^{-3}$. Si on rajoute l'effet de la rotation, le signal est encore plus étendu en fréquence, et le nombre de bandes augmentera avec le temps T d'observation.

2.3.3 Le filtrage adapté pour le pulsar

Si la position de la source est connue, le signal peut cependant être "recompacté", en tenant compte du fait que des intervalles égaux de temps τ ne correspondent pas à des intervalles d'équivalentes durées selon t . Une position connue dans le ciel nous permet d'obtenir la loi de variation de τ .

Pour un signal de la forme $x_i = A \cos \omega \tau_i + n \cos \omega \tau_i + \sigma \xi_i$, où le bruit possède une variance σ , avec un échantillonnage Δ (et donc $\tau_i = \tau(i\delta t)$), on peut grâce au périodogramme de Lomb remonter à la probabilité de la fréquence la plus probable [231]. Selon Bayes, en effet, la probabilité d'obtenir une séquence de points de données avec les paramètres du signal fixé est équivalente à la probabilité d'obtenir un signal ayant certains paramètres, une séquence de données étant par ailleurs fixée. Cette probabilité d'obtenir une fréquence ω peut s'écrire :

$$P_N(\omega) = \frac{1}{\sigma^{N-2}} \frac{1}{\sqrt{(c.c).(s.s)}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{(x.c)^2}{c.c} + \frac{(x.s)^2}{(s.s)} \right)\right) \quad (2.41)$$

avec $c.c = \sum \cos \omega \tau_i$, et des notations équivalentes pour $s.s$, $x.s$ et $x.c$. La fréquence la plus probable est alors donnée par le pic du périodogramme de Lomb. L'usage de la Transformée de Fourier Rapide pour évaluer ce maximum assure la rapidité de l'algorithme.

Il est intéressant de se rendre compte de ce qui se passe si une mauvaise direction \vec{n}' a été choisie. En ignorant la modulation due aux rotations, on peut calculer pour évaluer l'erreur commise :

$$C(\vec{n}, \omega, \vec{n}', \omega') = \frac{1}{T} \sqrt{I_c^2 + I_s^2} \quad (2.42)$$

avec $I_c = \int_0^T \cos \omega \tau \cos \omega' \tau'(t) dt$, et une notation équivalente pour I_s .

Pour un temps d'observation $T \gg 1$, on obtient $I_c = \frac{1}{2} \int_0^T \cos(\omega \tau(t) - \omega' \tau'(t)) dt$. Comme dans le cas des binaires, on peut paramétrer $\tau(t)$ en fonction de la position puis procéder à un pavage du plan des τ . On peut montrer que :

$$C(\vec{n}, \vec{n}') = |J_0(\omega \kappa)| \quad (2.43)$$

avec κ qui peut s'exprimer en fonction de R , le rayon de l'orbite terrestre, ϵ , l'angle entre le plan de l'écliptique et le plan équatorial, et α, α' , les directions de source considérées. La condition $C(\vec{n}, \vec{n}') > \eta \sim 1$ définit alors un angle solide $d\Omega$ qui dans le cas de la Terre vaut :

$$d\Omega \sim \frac{10^{-8}}{(\omega/\text{Hz})^2} \quad (2.44)$$

Ainsi, des signaux de fréquence de l'ordre de 100 Hz impliqueraient l'utilisation d'environ 10^{13} de ces pavés angulaires.

2.4 Conclusion

La première partie nous a appris que les signaux attendus dans le cas des sources périodiques ou des coalescences sont assez bien connus, assez en tout cas pour permettre l'utilisation de techniques d'analyse inspirées du filtrage adapté. Les temps de calcul qu'elles demandent ainsi que les architectures d'acquisition et de traitement des données en ligne qu'elles supposent sont par conséquent assez compliqués à mettre en oeuvre.

D'un autre côté, les formes exactes des signaux attendus en ce qui concerne les sources impulsives sont assez floues. Dans le chapitre suivant, nous allons tenter de décrire les techniques qui peuvent être utilisées pour détecter de tels signaux (dont on ne sait donc à peu près rien, si ce n'est leur faible durée et un ordre de grandeur de leur fréquence caractéristique).

Chapitre 3

Étude de filtres de sélection en ligne pour VIRGO

Contenu du chapitre

3.1	Hypothèses et définitions	145
3.1.1	Types de filtres et comparaison	145
3.2	Un détecteur basé sur la fonction d'autocorrélation (NA)	149
3.2.1	Implémentation et détermination du seuil	150
3.2.2	Estimation des distances de détection	151
3.2.3	Résultats obtenus sur le catalogue ZM	151
3.3	Des corrélations avec des formes d'ondes connues	152
3.3.1	Implémentation avec FFT et résultats	152
3.4	Détection d'une variation de pente	153
3.4.1	Relation taille de fenêtre / coefficient de corrélation linéaire	154
3.5	Un détecteur quadratique: ALF	155
3.6	Distances de détection (filtres de régression)	156
3.6.1	Filtres linéaires	157
3.6.2	ALF	157
3.7	Implémentation pratique des filtres de régression	158
3.7.1	Optimisation du temps de calcul	158
3.8	Redéfinition d'un événement	158
3.8.1	Seuils de détection pour ALF	159
3.9	Études des performances des filtres de régression	160
3.9.1	Signaux génériques	160
3.9.2	Performances prédites	162
3.9.3	Limite de détection	162
3.10	Résultats avec des signaux physiques	164
3.10.1	Détermination des fenêtres d'analyse optimales	164
3.10.2	Stratégies de détection	166
3.10.3	Efficacités de détection	167
3.10.4	Sensibilité par rapport au taux de fausses alarmes	169
3.11	Caractérisation du bruit	170
3.11.1	Coïncidences entre filtres: $X_+ - X_-$	170
3.11.2	Persistance des filtres	175
3.12	Robustesse par rapport au blanchiment des données	180
3.12.1	Spécifications pour l'amplitude d'une composante spectrale	180
3.12.2	Mesure de la blancheur du spectre	181
3.13	Résolution en temps	183
3.13.1	Signaux "de type" ZM	184
3.13.2	Erreurs systématiques et statistiques	185

3.14 Relation avec les modèles de supernovae	193
3.14.1 Modèles de Zwerger et Müller	193
3.14.2 Simple coïncidence : signal de neutrinos d'une supernova	199
3.14.3 Double coïncidence : formation de trou noir	201
3.15 Un aperçu de méthodes d'analyse hors ligne	202
3.15.1 Méthodes Temps-fréquence	202
3.15.2 Transformée en ondelettes	202
3.15.3 Détection de non stationnarités	202
3.16 Résumé et conclusion	203
3.16.1 Performances des filtres	203
3.16.2 Robustesse	203
3.16.3 Caractérisation du bruit	203
3.16.4 Résolution en temps	204
3.16.5 Coïncidences ondes gravitationnelles-neutrinos	204
3.16.6 Perspectives	204



A PRÉPARATION À L'ANALYSE des données a commencé depuis longtemps pour les binaires et les pulsars, comme on a pu le voir dans le chapitre précédent. Il est important de développer des méthodes de recherche de sursauts d'ondes gravitationnelles dans les données de VIRGO. Les sources typiques de tels signaux sont les supernovae, historiquement une des premières sources de rayonnement gravitationnel envisagées.

On a pu voir au chapitre I.4 que les sources impulsives sont de nature très différentes. La plus grande partie d'entre elles sont reliées aux effondrements d'étoiles massives en trous noirs ou étoiles à neutrons et aux instabilités qui peuvent être engendrées dans la suite, mais les amplitudes restent faibles, et les chances de détection sont donc assez minces. La phase finale de fusion lors de la coalescence de deux objets compacts semble quant à elle donner naissance à des signaux d'amplitude beaucoup plus importante. Les bandes de fréquence dans lesquelles apparaîtront ces signaux semblent assez claires (de l'ordre de quelques centaines de Hz) ainsi que leur durée (quelques dizaines de millisecondes), mais les formes exactes des signaux sont pour l'instant plus qu'incertaines, ce qui élimine la possibilité d'utiliser le filtrage adapté pour la détection de telles sources. D'autre part, les méthodes temps-fréquence semblent les plus naturelles à utiliser dans le cas de signaux impulsifs mais, pour le moment, le temps de calcul qu'elles nécessitent en interdisent l'utilisation pour des filtres supposés fonctionner en temps réel. Des algorithmes rapides et robustes par rapport aux formes des signaux sont donc nécessaires pour la présélection en ligne d'événements.

Ce chapitre présentera donc les différents filtres développés au cours de cette thèse. Nous verrons que leur étude a nécessité la (re)définition de la notion d'événement. Les performances et efficacités de ces algorithmes seront présentées, tout d'abord avec des signaux génériques, puis avec des signaux physiques (ondes gravitationnelles émises lors de l'effondrement d'une étoile en supernova de type II, issues de simulations). Des moyens de distinguer un événement de bruit d'un événement de signal seront exposés, ainsi que des spécifications précises pour les algorithmes de blanchiment des données de VIRGO, les filtres présentés ici faisant tous l'hypothèse d'un spectre blanc des données. Enfin, la résolution en temps de tels algorithmes fera l'objet d'une étude approfondie, et ce chapitre se terminera par des implications sur d'éventuelles coïncidences avec des détecteurs de neutrinos.

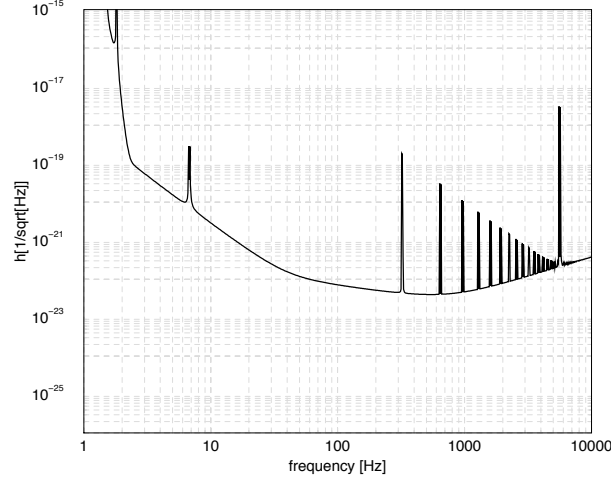


Figure 3.1: Courbe de sensibilité attendue pour VIRGO. On peut remarquer le minimum de la courbe dans la plage des fréquences audio, de quelques dizaines de Hz à quelques kHz

3.1 Hypothèses et définitions

Tout au long des simulations effectuées dans cette thèse, le bruit a été supposé gaussien de moyenne nulle et caractérisé par un spectre blanc. La déviation standard du bruit est alors :

$$\sigma = \sqrt{\frac{S_h f_0}{2}}, \quad (3.1)$$

où f_0 est la fréquence d'échantillonnage (20 kHz pour VIRGO) et S_h est la densité spectrale unilatérale du bruit. $\sqrt{S_h}$ sera supposé égal à $4 \times 10^{-23} / \sqrt{\text{Hz}}$, qui représente le minimum de la courbe de sensibilité prévue pour VIRGO (voir figure 3.1). Ce choix est justifié dans la mesure où ce minimum se trouve justement dans la bande de fréquence dans laquelle se situent *a priori* les signaux impulsifs que nous attendons.

Le choix d'un bruit gaussien n'est pas essentiel ici. Les déviations à la gaussianité produiront un excès de fausses alarmes et il sera ensuite possible d'une part d'accorder les paramètres des algorithmes de manière à obtenir un taux de fausses alarmes acceptable, et d'autre part de mieux comprendre le détecteur et ses sources de bruits (gaussiens ou non).

Dans la bande de fréquence qui nous intéresse, au dessus de quelques dizaines de Hz, la courbe de sensibilité de VIRGO est approximativement plate. Les filtres développés ici supposent le blanchiment préalable (voir chapitre II.1), tel qu'il est prévu pour le signal de sortie de VIRGO. Dans toutes nos études, nous avons normalisé le bruit par sa déviation standard, de manière à obtenir un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de déviation standard unité (variable normale).

3.1.1 Types de filtres et comparaison

On peut distinguer trois classes de filtres pour détecter des non-stationnarités dans un flot de données $h(t)$: des filtres **statistiques** qui s'appuient sur les propriétés par exemple de la fonction d'autocorrélation du signal (ou d'autres moments caractéristiques de la distribution de probabilité des données) et des filtres de **corrélation** qui reposent sur le peu de connaissances que l'on peut avoir de la forme des signaux attendus (bande de fréquences, durée essentiellement) d'un côté. Un troisième type de filtres repose sur les caractéristiques **temporelles** du signal : moyenne, variation dans le temps par exemple.

Il nous faut définir des filtres en ligne pour VIRGO aussi généraux et robustes que possible. Ils doivent fonctionner à la fréquence d'échantillonnage choisie pour VIRGO (20 kHz). Nous avons donc choisi de développer des filtres de conception simple. Cette spécification élimine d'emblée l'utilisation de méthodes temps-fréquence comme filtres de sélection en ligne. On pourrait imaginer disposer d'une "ferme" de machines en ligne dédiées à la détection de tels signaux, comme pour les coalescences de binaires par exemple, mais pour ces dernières la perspective de détection est

beaucoup plus importante que dans le cas de signaux impulsionnels, et justifie le coût d'une ferme de machines en ligne dédiée à leur détection. En outre, leur réelle efficacité en la matière n'est pas encore prouvée.

Un catalogue de signaux impulsifs : simulations de Zwerger & Müller

Pour comparer les différents filtres développés à Orsay, nous avons utilisé les simulations effectuées par Zwerger et Müller en 1997 [76], présentées dans le chapitre I.4.

Chacun des $N_c = 78$ signaux du catalogue correspond à un jeu particulier de paramètres, essentiellement la distribution initiale de moment angulaire à l'intérieur du progéniteur, et l'énergie de rotation du noyau. On possède donc là un échantillon large et varié de formes d'ondes.

Dans la suite, on supposera des ondes incidentes polarisées optimalement, c'est-à-dire le long des bras de l'interféromètre. Cette hypothèse n'a bien sûr aucune conséquence sur l'étude des performances *relatives* des différents filtres présentés. Les **distances de détection** que nous obtiendrons seront cependant à prendre comme des limites supérieures (il faut aussi prendre en compte l'effet du diagramme d'antenne total de VIRGO, voir chapitre I.5).

Zwerger et Müller distinguent trois types de signaux, en fonction de leur allure temporelle. Les signaux de **type I** présentent typiquement un premier pic (associé au rebond) suivi par des oscillations rapides de désexcitation (*ring-down*). Les signaux de **type II** montrent quelques pics d'amplitudes décroissantes, séparés chacun d'un intervalle de l'ordre de 10 ms (pour les premiers pics). Les signaux de **type III** quant à eux ne présentent pas de pics prononcés mais plutôt une lente augmentation de l'amplitude avant le rebond, suivie par des oscillations rapides ($f \sim 1$ kHz) après le rebond (voir figure 4.11 du chapitre I.4 p.59).

Filtrage Optimal ou Filtre de Wiener

On veut détecter un signal $h(t)$ en présence d'un bruit additif $n(t)$:

$$s(t) = h(t) + n(t) \quad (3.2)$$

et on doit donc exprimer $h(t)$ en fonction de $s(t)$. La solution dépend des différentes hypothèses sur $h(t)$ et $n(t)$. On peut distinguer trois cas :

- le signal $h(t)$ est connu,
- le signal $h(t)$ est inconnu,
- le signal $h(t)$ est un processus de densité spectrale connue.

Dans tous les cas, le bruit est un processus aléatoire de propriétés connues. Dans le cas du filtrage optimal, on veut établir la présence ou l'absence d'un signal $h(t)$ connu dans une séquence de données $s(t)$.

On fait donc subir à $s(t)$ une transformation **linéaire** (par rapport aux données) de réponse impulsionnelle $R(t)$. Pour un système linéaire \mathcal{F} , la réponse impulsionnelle $R(t)$ est la sortie de \mathcal{F} appliqué à un signal prenant la forme d'un pic de Dirac. La sortie du système linéaire est alors une variable $y(t)$ qui est une somme de deux termes :

$$y(t) = R(t) * s(t) = y_h(t) + y_n(t) \quad (3.3)$$

avec $y_h(t) = R(t) * h(t)$ (* dénotant la convolution) la composante due au signal et $y_n(t) = R(t) * n(t)$ la composante due au bruit. On veut déterminer $R(t)$ (et donc un filtre \mathcal{F}) tel qu'à un instant $t = t_0$, le **rapport signal-sur-bruit** (SNR) du système soit maximum :

$$\frac{S}{N} = \frac{|y_h(t_0)|}{\sqrt{E[|y_n(t_0)|^2]}} \quad (3.4)$$

On suppose que le bruit $n(t)$ est stationnaire, de densité spectrale $S(\omega)$. On peut montrer que :

$$E[y_n^2(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) |F(\omega)|^2 d\omega \quad (3.5)$$

où $F(\omega)$ désigne la fonction de réponse du filtre recherché. À $t = t_0$, la composante due au signal $h(t)$ (de densité spectrale $H(\omega)$) est donnée par :

$$y_h(t_0) = \frac{1}{2\pi} \int H(\omega) F(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \quad (3.6)$$

On obtient alors l'inégalité suivante :

$$|\int H(\omega) F(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega|^2 \leq \int \frac{|H(\omega)|^2}{S(\omega)} d\omega \int S(\omega) |F(\omega)|^2 d\omega \quad (3.7)$$

Alors,

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \frac{y_f^2(t_0)}{E[y_n^2(t_0)]} \leq \int \frac{|H(\omega)|^2}{S(\omega)} d\omega \quad (3.8)$$

Les densités $S(\omega)$ et $H(\omega)$ étant connues, le SNR est maximum lorsqu'il y a **égalité**. On trouve alors :

$$\sqrt{S(\omega)} F(\omega) \propto \frac{H(\omega)}{\sqrt{S(\omega)}} e^{-j\omega t_0} \quad \text{soit} \quad F(\omega) \propto \frac{H(\omega)}{S(\omega)} e^{-j\omega t_0} \quad (3.9)$$

ce qui donne un SNR maximum qui vérifie :

$$\left(\frac{S}{N}\right)^2 = \int \frac{|H(\omega)|^2}{S(\omega)} d\omega \quad (3.10)$$

Dans le cas d'un **bruit blanc**, la densité spectrale $S(\omega)$ est constante, égale à N_0 , ce qui donne :

$$F(\omega) \propto \frac{1}{N_0} H(\omega) e^{-j\omega t_0} \quad \text{et} \quad R(t) \propto \frac{1}{N_0} h(t - t_0) \quad (3.11)$$

avec $\sigma = \sqrt{N f_0/2}$ d'où un rapport signal-sur-bruit maximum donné par :

$$\text{SNR}_{max} = \sqrt{\frac{E}{N_0}} \quad (3.12)$$

où E désigne l'énergie totale du signal $h(t)$ ($E = \int h(t)^2 dt$).

Puisque les formes d'ondes des signaux qui vont servir de base de comparaison pour les filtres développés ici sont connues, on peut explicitement calculer le **rapport signal-sur-bruit** dans le cas du **filtrage optimal**, si on exprime l'intégrale en fréquence (S est ici la densité spectrale unilatérale du bruit, d'où un facteur 2 supplémentaire par rapport à 3.10) :

$$\rho_0^2 = 2 \int \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_h(f)} df = \frac{f_0}{\sigma^2} \int |h(t)|^2 dt \quad (3.13)$$

où on a utilisé la relation entre la densité spectrale unilatérale du bruit S_h , la fréquence d'échantillonnage f_0 et la déviation standard σ du bruit de VIRGO. Puisque les données sont blanchies, la densité spectrale S_h est constante et le théorème de Parseval peut être utilisé.

Dans le cas où le signal est de forme inconnue, le filtrage optimal ne peut plus être utilisé. Pour un filtre \mathcal{F} dont la sortie en présence d'un bruit blanc **gaussien** $n(t)$ est caractérisée par une

moyenne μ_F et une déviation standard σ_F , le rapport signal-sur-bruit (SNR) pour un signal $s(t)$ est tout simplement :

$$\text{SNR} = \frac{|\mathcal{F}[s(t)] - \mu_F|}{\sigma_F} \quad (3.14)$$

La performance maximale est donc donnée par le filtrage optimal, puisqu'il est construit à partir de la forme même du signal. Cependant, un filtre non-linéaire n'obéit pas à cette règle, et pourra donc *a priori* présenter des performances supérieures à celles du filtre de Wiener. Pour chacun des filtres développés, nous avons comparé leur performance à celles du filtrage optimal.

Taux de Fausses Alarmes

À partir de la sortie des filtres, il faut déterminer la présence d'un signal gravitationnel à l'intérieur du lot de données analysé. Cette décision est prise en choisissant un **seuil** correspondant à un certain **taux de fausses alarmes**. Une fausse alarme est un événement de bruit uniquement, qui remplit la condition $\text{SNR} \geq \tau$, où τ est le seuil en question.

Pour un bruit blanc gaussien normalisé (de moyenne nulle et de $\sigma = 1$), et un filtre linéaire normalisé, on peut exprimer le taux de fausses alarmes κ en fonction du seuil de détection τ :

$$\kappa = 2 \times \int_{\tau}^{\infty} \frac{e^{-x^2/2}}{\sqrt{2\pi}} dx = \text{erfc}(\tau/\sqrt{2}) \quad (3.15)$$

où erfc représente la fonction d'erreur pour une statistique gaussienne.

Dans les simulations présentées, $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$, ce qui correspond à environ 70 fausses alarmes par heure pour une fréquence d'échantillonnage de 20 kHz. Ce choix **arbitraire** résulte du compromis nécessaire entre la réduction des données que l'on veut atteindre après le traitement de sélection en ligne (qui ne doit pas dépasser quelques %) et la faiblesse des signaux que nous attendons (dans le cas de supernovae plus particulièrement). On pourra ainsi voir dans la suite que, dans le cas du filtrage optimal, les distances de détection attendues dépassent rarement le rayon de notre galaxie (pour les signaux du catalogue de Zwinger et Müller, ZM). Une grande partie de ces fausses alarmes pourra être éliminée par la suite lorsque les deux interféromètres de LIGO et VIRGO fonctionneront en coïncidence (en supposant que les bruits des différents détecteurs sont bien décorrélés), ou avec des détecteurs de neutrinos ou de rayons gamma. D'autre part, la prise en compte de l'information apportée par les capteurs environnementaux (acoustique, électromagnétique, sismique) sous forme de corrélations croisées entre le canal $h(t)$ et ces autres canaux, permettra de rejeter certaines fausses alarmes. Évidemment, ce taux devra être ajusté lorsque la configuration de fonctionnement en coïncidence sera atteinte, pour obtenir un taux de coïncidences accidentelles donné.

Le choix exact de ce taux de fausses alarmes n'est pas important pour les études présentées ici, puisque ce sont les performances **relatives** à celles du filtrage optimal qui nous intéressent (celles-ci sont indépendantes du taux de fausses alarmes, comme nous le verrons plus loin).

Performance et Efficacité

Considérons le signal $i \in [1, N_c]$ du catalogue de ZM. Sa **distance de détection** optimale $\bar{d}_{(i)}^0$ est la moyenne (sur un grand nombre de réalisation du bruit) des distances de détection obtenues pour le filtrage optimal (comme défini ci-dessus). La distance de détection est la distance pour laquelle, pour une réalisation du bruit donnée, la sortie du filtre est égale au seuil fixé par le taux de fausses alarmes : $\text{SNR}(h/d) = \tau$. La distance de détection obtenue avec un filtre \mathcal{F} est $\bar{d}_{(i)}^{\mathcal{F}}$. La **performance** du filtre pour le signal i est définie par le rapport :

$$\Pi_i^{\mathcal{F}} = \frac{\bar{d}_{(i)}^{\mathcal{F}}}{\bar{d}_{(i)}^0} \quad (3.16)$$

Pour caractériser le comportement du filtre par rapport au filtre optimal pour **chaque** réalisation du bruit, on peut aussi considérer la quantité $\langle \frac{\bar{d}_{(i)}^{\mathcal{F}}}{\bar{d}_{(i)}^0} \rangle$ (moyenne sur plusieurs réalisations du

bruit). Les simulations montrent que les performances ainsi définies ne diffèrent que de quelques fractions de %. Cette définition relative est convenable dans le sens où elle prend en compte les amplitudes différentes des signaux du catalogue. La performance globale du filtre \mathcal{F} est alors définie comme la moyenne sur le catalogue des $\Pi_i^{\mathcal{F}}$:

$$\Pi^{\mathcal{F}} = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} \Pi_i^{\mathcal{F}} = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} \frac{\bar{d}_{(i)}^{\mathcal{F}}}{\bar{d}_{(i)}^0} \quad (3.17)$$

Une autre façon de comparer les filtres est de calculer leur **efficacité** ϵ (ou probabilité de détection) pour différents signaux en fonction de la distance de la source. Cette efficacité pour un signal émis par une source située à une distance donnée de l'observateur est définie comme le rapport du nombre total de détections $n_{detection}$ et du nombre total de réalisations du bruit \mathcal{N} :

$$\epsilon_i^{\mathcal{F}}(d) = \frac{n_{detection}}{\mathcal{N}} \quad (3.18)$$

Là encore, cette efficacité sera moyennée sur tous les signaux du catalogue ZM. La prise en compte de ce nouvel estimateur de la puissance d'un filtre est cruciale, puisque c'est elle qui va déterminer le comportement pratique du filtre, en condition réelle de fonctionnement. La performance traduit le **potentiel de détection** d'un filtre, tandis que l'efficacité nous indique sa robustesse.

Détection optimale des signaux de supernovae

Avec un taux de fausses alarmes de l'ordre de 10^{-6} , la distance de détection moyenne pour l'ensemble des N_c signaux du catalogue ZM est :

$$d_0 = \frac{1}{N_c} \sum_{i=1}^{N_c} \bar{d}_0^{(i)} \simeq 27.4 \text{ kpc} \quad (3.19)$$

Pour ce taux de fausses alarmes, on trouve une distance optimale moyenne de détection de l'ordre du diamètre de la Galaxie. Bien entendu, il faut tenir compte du diagramme d'antenne de VIRGO, cette distance est donc une limite supérieure.

À titre indicatif, on notera qu'exiger que **tous** les signaux du catalogue possèdent une distance moyenne de détection supérieure à 30 kpc requiert un taux de fausses alarmes totalement irréaliste de l'ordre de 0.82 (au lieu de 10^{-6}). Exiger la moitié des signaux avec une distance de détection de cet ordre de grandeur requiert un taux de fausses alarmes de l'ordre de 2×10^{-5} , soit environ 5 fois plus que le taux déjà élevé que nous avons choisi pour nos études. Enfin, pouvoir détecter la moitié des signaux du catalogue ZM jusqu'aux nuages de Magellan (~ 50 kpc) signifierait augmenter le taux de fausses alarmes d'environ 4 ordres de grandeur. Dans tous les cas, le nombre de fausses alarmes obtenues serait trop important pour être gérable.

Dans la suite, on s'intéressera aux trois classes de filtres déjà énumérées : des filtres **spectraux** ou statistiques, des filtres de corrélation avec des formes connues, et enfin, des filtres qui reposent sur les caractéristiques **temporelles** de variation du signal.

3.2 Un détecteur basé sur la fonction d'autocorrélation (NA)

L'étude de la fonction d'autocorrélation des données $A_x(\tau) = \int x(t)x(t+\tau)dt$ devrait pouvoir révéler la présence d'un signal gravitationnel (sûrement corrélé) caché dans un bruit blanc, non corrélé [269, 268]. En utilisant la transformée de Fourier (FT), la fonction d'autocorrélation discrète d'une séquence $x(t)$ de N données x_k (valeur de x au k ème pas de temps) peut être calculée de la manière suivante grâce au théorème de Wiener-Khintchine [263] :

$$A(k) = FT^{-1}(|FT(x)|^2) \quad (3.20)$$

La figure 3.2 montre l'aspect de la fonction d'autocorrélation dans le cas d'un bruit auquel vient s'ajouter un signal faible ou fort. Cette fonction est maximale à l'origine, et s'annule rapidement

pour une fréquence différente de zéro dans le cas d'un bruit blanc. En effet, la fonction d'autocorrélation d'un processus blanc gaussien est idéalement (c'est-à-dire en moyenne sur de nombreuses réalisations du bruit) représentée par un pic de Dirac à l'origine, et zéro partout ailleurs. En pratique, cette fonction est maximale en zéro et diminue rapidement pour les autres fréquences.

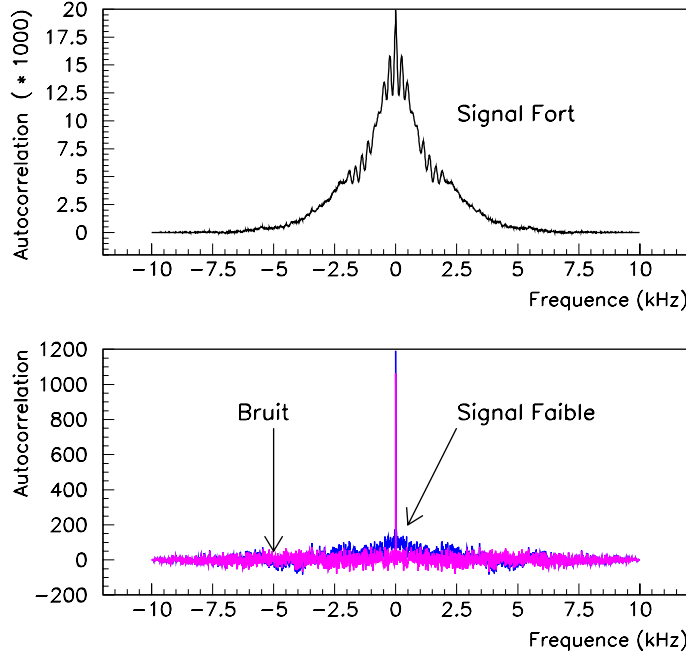


Figure 3.2: Allure de la fonction d'autocorrélation, dans le cas dans d'un bruit seul (courbe grise sur la figure du bas), ou en présence d'un signal faible (en bas) ou fort (en haut).

Une manière d'utiliser cette information (voir [264, 271] pour d'autres méthodes) est de calculer la norme de la fonction d'autocorrélation discrète :

$$\|A\| = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=2}^{k=N} A(k)^2} \quad (3.21)$$

La somme commence ici à $k = 2$: puisque le bruit n'est pas corrélé, il contribue essentiellement dans le premier bin $k = 1$. La fonction d'autocorrélation est maximale en zéro (de valeur $\sum_{i=1}^N x(i)^2$) et diminue rapidement pour $k > 1$. Si un signal est présent, il doit être corrélé et sa contribution se retrouvera dans tous les bins de la fonction discrète d'autocorrélation. $\|A\|$, défini en (3.21), doit donc nous permettre de discriminer les deux cas : bruit uniquement et bruit en présence d'un signal gravitationnel autocorrélé. La statistique du bruit à la sortie de ce filtre n'est pas connue. Des simulations Monte-Carlo sont nécessaires pour étudier les caractéristiques de cette statistique (moyenne et écart-type essentiellement), afin d'en déduire le seuil correspondant à un taux de fausses alarmes donné. Le seul paramètre libre dans cette méthode est la taille de la fenêtre d'analyse N dans laquelle la transformée de Fourier doit être calculée.

3.2.1 Implémentation et détermination du seuil

L'implémentation d'un tel filtre est directe. Tout d'abord, l'utilisation de la Transformée de Fourier Rapide (FFT) garantit une certaine rapidité de l'algorithme. Une FFT \tilde{x} des données est donc calculée, puis la transformée de Fourier inverse du module au carré de \tilde{x} nous donne la fonction d'autocorrélation, et la norme de $\|A\|$ est estimée. L'utilisation de la FFT requiert une taille de

fenêtre d'analyse égale à une puissance de deux, afin de bénéficier des propriétés de rapidité de l'algorithme. La majorité des signaux attendus étant de durées inférieures à ~ 100 ms, une taille de 2048 points de données a été choisie (les résultats dépendent en fait peu de la taille choisie). Il est à noter que puisque ce filtre est appliqué **à chaque pas de temps** (pour une efficacité de détection optimale), une telle optimisation de temps de calcul est nécessaire.

Bien entendu, l'estimation du seuil de détection est critique : il doit être estimé numériquement. Pour cela, il faut vérifier qu'il ne dépend pas du nombre de simulations effectuées, ou en tout cas, que le nombre de simulations est suffisant pour que la limite obtenue soit robuste. Ceci peut être vérifié sur la figure 3.3, qui représente le seuil de détection en fonction du nombre de simulations de 2048 points effectuées. On peut voir que cette courbe tend vers une limite $\tau_{lim} \simeq 3.36$ (pour $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$).

3.2.2 Estimation des distances de détection

Dans ce cas-là, pour chaque réalisation du bruit, la distance de détection est estimée par dichotomie, puisqu'une expression analytique n'est pas possible (on verra que pour d'autres filtres, la dichotomie n'est pas nécessaire).

3.2.3 Résultats obtenus sur le catalogue ZM

La figure 3.4 montre les performances obtenues avec un tel filtre pour les signaux du catalogue ZM. La valeur moyenne est de l'ordre de 47 %, avec une dispersion assez bonne de 8 %. On peut remarquer que les signaux de type III (signaux les plus courts et à plus haute fréquence) sont ceux qui sont le mieux détectés. Ces résultats sont de l'ordre de grandeur des performances obtenues avec d'autres filtres tels que le *Norm Filter* [264] ou le détecteur de Page [265].

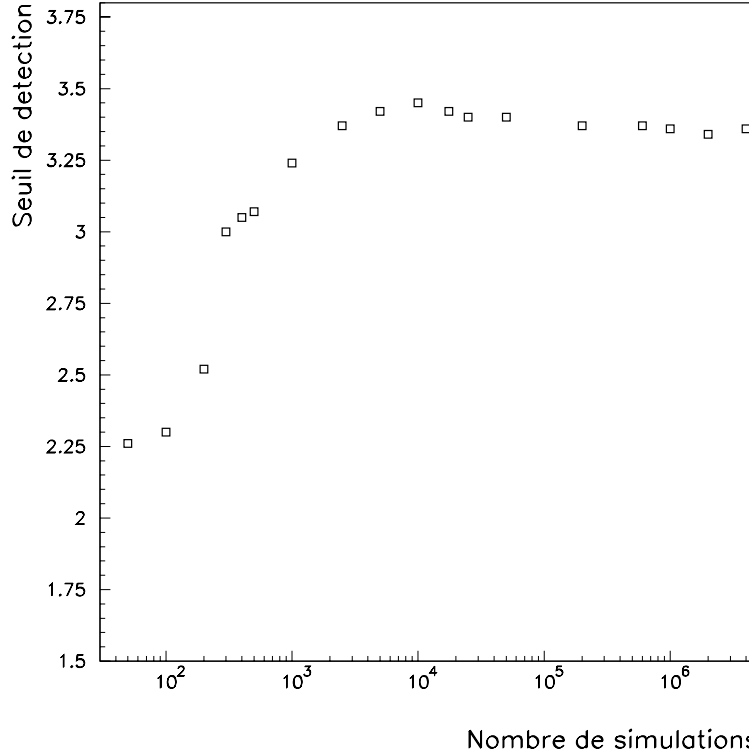


Figure 3.3: Seuil de détection τ en fonction du nombre de réalisations de séquence de 2048 points de données simulées (pour un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$).

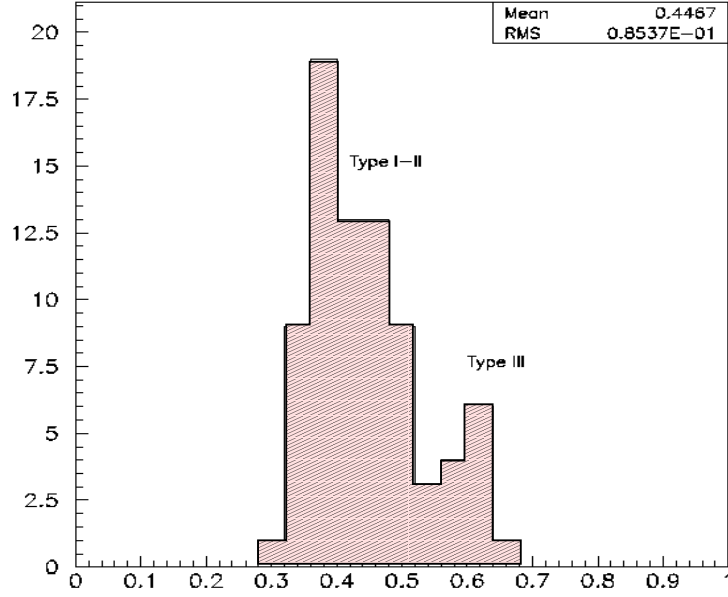


Figure 3.4: Performances obtenues pour les signaux du catalogue ZM pour le filtre Norme de l'Autocorrélation

3.3 Des corrélations avec des formes d'ondes connues

Puisque de nombreuses formes présentent un ou plusieurs pics, il semble judicieux d'utiliser des pics uniques comme calques. Ces pics sont modélisés par des fonctions gaussiennes tronquées [264]:

$$f_{\tau}(t) = e^{-\frac{t^2}{2\tau^2}} \quad (3.22)$$

avec $t \in [-3\tau, +3\tau]$: la fonction est donc tronquée à environ 1 % de sa valeur maximum. Le seul paramètre libre pour ce jeu de filtres est ici la largeur τ . La corrélation discrète entre les données $x(i), i = 1, \dots, N$ et le pic gaussien peut s'écrire :

$$P(N, k) = \sum_{i=1}^N x(i+k) f_{\tau}([i - N/2]/f_s) \quad (3.23)$$

En l'absence de signal, la sortie du détecteur $P(N, k)$ est une variable gaussienne, en tant que somme de variables gaussiennes pondérées par la fonction du pic. La déviation standard de P est alors simplement la racine carrée de la somme des poids au carré :

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_i f_{\tau}^2([i - N/2]/f_s)} \simeq f_s \int_{-N/f_s}^{N/f_s} f_{\tau}^2 dt \simeq \sqrt{\pi} \tau f_s \quad (3.24)$$

Le SNR, dans ce cas-là, est alors la sortie du filtre normalisée par la déviation standard P/σ_P .

3.3.1 Implémentation avec FFT et résultats

On doit d'abord construire un réseau de calques, dépendant d'un seul paramètre, la largeur à mi-hauteur du filtre gaussien τ . La distance entre deux filtres successifs du réseau est $\Delta\tau$. La sortie de la corrélation entre un pic gaussien f_{τ} et un "signal" h s'écrit :

$$\langle f_{\tau}, h \rangle \propto \text{Max}_{t'} \frac{\int f_{\tau}(t+t') h(t) dt}{\sqrt{\int f_{\tau}^2(t) dt}} \quad (3.25)$$

Si h est lui-même un signal de type f'_τ on peut montrer que la corrélation maximale est obtenue pour $t' = 0$. On choisit alors $\Delta\tau$ de telle manière que :

$$\frac{\langle f_\tau, f_\tau \rangle - \langle f_{\tau+\Delta\tau}, f_\tau \rangle}{\langle f_\tau, f_\tau \rangle} \leq \epsilon_{SNR} \quad (3.26)$$

où ϵ_{SNR} est la perte de SNR autorisée. On trouve alors :

$$\left(\frac{\Delta\tau}{\tau}\right)^2 \leq 4\epsilon_{SNR} \quad (3.27)$$

Si un filtre gaussien f_τ de largeur τ appartient au réseau, le suivant sera donc $f_{\tau+\Delta\tau}$ avec $\Delta\tau \simeq 4\tau\sqrt{\epsilon_{SNR}}$.

Pour une perte de SNR de l'ordre de 10^{-2} , il faut alors de l'ordre de 13 filtres de largeur appartenant à $[\tau_{min}, \tau_{max}]$, avec $\tau_{min} = 0.1$ ms et $\tau_{max} = 10$ ms. Pour $\epsilon_{SNR} \simeq 10^{-4}$, on trouve 466 filtres différents pour $\tau \in [0.1 \text{ ms}, 1 \text{ s}]$.

La distance moyenne de détection obtenue est de l'ordre de 18.5 kpc, et la performance moyenne (sur l'ensemble du catalogue ZM) est de 73 %. Pour plus de détails sur ce filtre, on se reportera à [264].

3.4 Détection d'une variation de pente

Cette idée est inspirée des techniques de traitement d'images [262], qui consistent principalement à calculer le gradient de luminosité d'un ensemble de données à deux dimensions $L(x, y)$, à un instant t fixé. Ici, il nous faut traiter une séquence temporelle de données $h(t)$. Dans ce cas unidimensionnel, cela revient en première approximation à détecter une pente non nulle dans ces données en présence de signal gravitationnel.

Divisons la séquence de données en fenêtres glissantes contenant chacune N points de données. En ajustant une ligne droite d'équation $y = a \times t + b$ sur les données dans cette fenêtre particulière, on obtient la **pente** et l'**ordonnée** à l'origine de la régression linéaire, que l'on peut exprimer sous la forme [268, 269] :

$$a = \frac{\langle th \rangle - \langle t \rangle \langle h \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2}, \quad (3.28)$$

$$b = \langle h \rangle - a \langle t \rangle, \quad (3.29)$$

avec $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$. Ici, $t_i = i/f_0$ est le $i^{\text{ème}}$ pas de temps, et h_i est la $i^{\text{ème}}$ valeur discrète de la sortie du détecteur. On peut voir que la régression est une opération **linéaire**, c'est-à-dire qu'elle transforme un bruit normal (gaussien et de déviation standard unité) en de nouvelles variables normales de moyenne nulle et de déviations standard σ_a et σ_b ¹.

Pour les calculer on peut exprimer la pente et l'ordonnée sous la forme :

$$a = \sum_i \left(\frac{Nt_i - (\sum t)}{N \sum t^2 - (\sum t)^2} \right) x_i = \sum_i a_i x_i \quad (3.30)$$

$$b = \sum_i \left(\frac{\sum t^2 - (\sum t)t_i}{N \sum t^2 - (\sum t)^2} \right) x_i = \sum_i b_i x_i \quad (3.31)$$

Alors $\sigma_a^2 = \sum_i a_i^2 = E[a^2]$ et $\sigma_b^2 = \sum_i b_i^2 = E[b^2]$, et on peut calculer :

$$\sigma_a^2 = \sum_i \frac{1}{N^2} \left(\frac{t_i - \langle t \rangle}{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} \right)^2 = \frac{12f_0^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (3.32)$$

$$\sigma_b^2 = \sigma_a^2 \times \langle t^2 \rangle = \frac{4N + 2}{N(N - 1)}. \quad (3.33)$$

¹ La linéarité d'une transformation implique aussi que la transformée de la somme de deux variables est la somme des transformées des deux variables individuelles.

Le rapport signal-sur-bruit pour chacun des deux filtres (SD pour *Slope Detector* et OD pour *Offset Detector*) ainsi constitués s'écrit alors $X_a = a/\sigma_a$ et $X_b = b/\sigma_b$, et on peut noter que le seul paramètre libre est la taille de la fenêtre d'analyse N . La statistique de ces deux quantités étant gaussienne, le seuil τ à choisir pour obtenir un taux de fausses alarmes κ peut facilement être déterminé, comme dans le cas du filtrage optimal.

Pour des fenêtres d'analyse relativement petites, la régression est sans doute plus sensible aux fluctuations du bruit, mais est plus efficace pour des signaux de courte durée et rapidement variables. En revanche, pour de plus grandes fenêtres d'analyse, elle est moins sensible au bruit (la dispersion est plus petite) mais les variations du signal lui-même sont plus difficiles à détecter. La taille de la fenêtre d'analyse optimale est un compromis entre une taille assez importante pour que σ_a ne soit pas trop grand ($\sigma_a^2 \propto 1/N^3$ d'où un SNR plus petit pour une même pente), et une taille assez petite pour éviter des effets de lissage du signal proprement dit.

3.4.1 Relation taille de fenêtre / coefficient de corrélation linéaire

Dans le cas de signaux génériques (gaussiennes, de forme $\exp(-t^2/2\tau^2)$), on trouve que la taille optimale pour la fenêtre d'analyse, dans le cas du filtre de pente, vérifie la relation (voir figure 3.5):

$$N_{optimal}(ms) \sim 7 \times \tau \quad (3.34)$$

avec τ la largeur à mi-hauteur du signal gaussien, alors que les plus grandes variations de pente sont observées pour des fenêtres de taille au plus $2 - 3 \times \tau$.

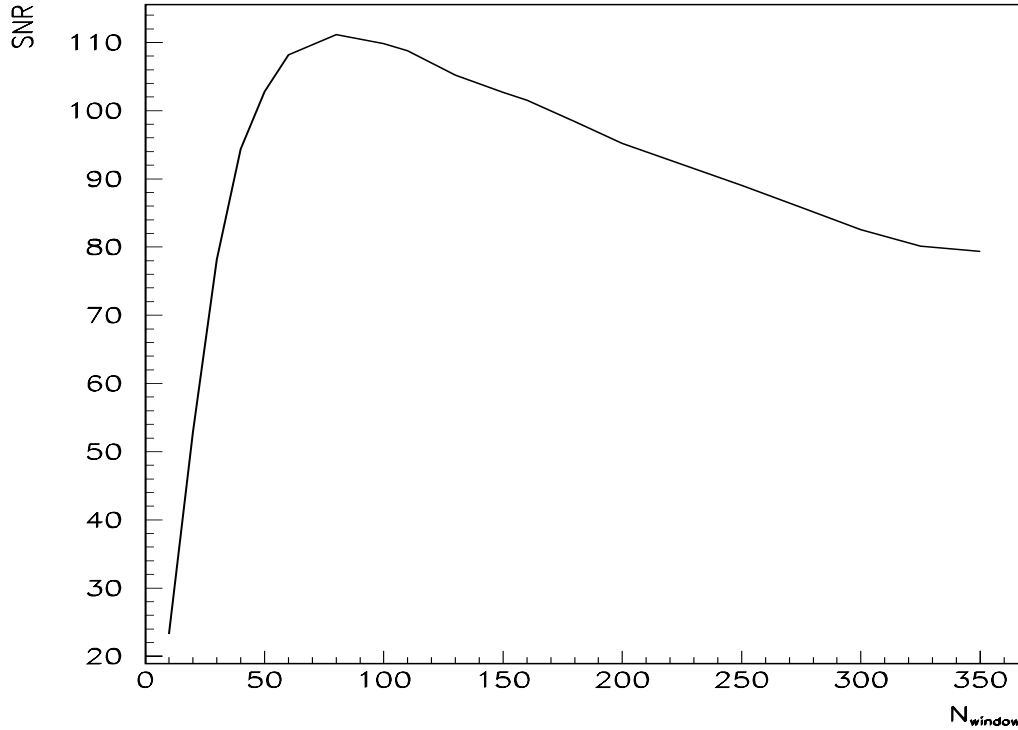


Figure 3.5: Valeur du SNR du détecteur SD pour un pic de type gaussien de largeur $\tau = 0.5$ ms en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse N . Le maximum est obtenu pour $N \times f_s \simeq 7\tau$, avec N le nombre de bins.

Considérons pour bien comprendre cela le **coefficient de corrélation linéaire** r défini comme étant :

$$r = \frac{\sum (y_{est}(j) - \bar{y})^2}{\sum (y(j) - \bar{y})^2} \quad (3.35)$$

Ce coefficient indique la qualité de l'ajustement des données par une droite. Pour $\sigma = 0.5$ ms par exemple, on peut voir (figure 3.7) que la régression est meilleure pour $N = 10$ que pour $N = 100$. Dans le premier cas, la pente est plus importante, ce qui n'est pas le cas du SNR (voir la figure 3.6). Une fenêtre plus grande permet donc de **moyenner** l'effet du bruit, et à cause d'une déviation standard plus faible, d'amplifier le SNR, même si la qualité de la régression elle-même est moins bonne (et même si, à la limite, elle n'est plus représentative des variations du signal en tant que tel!).

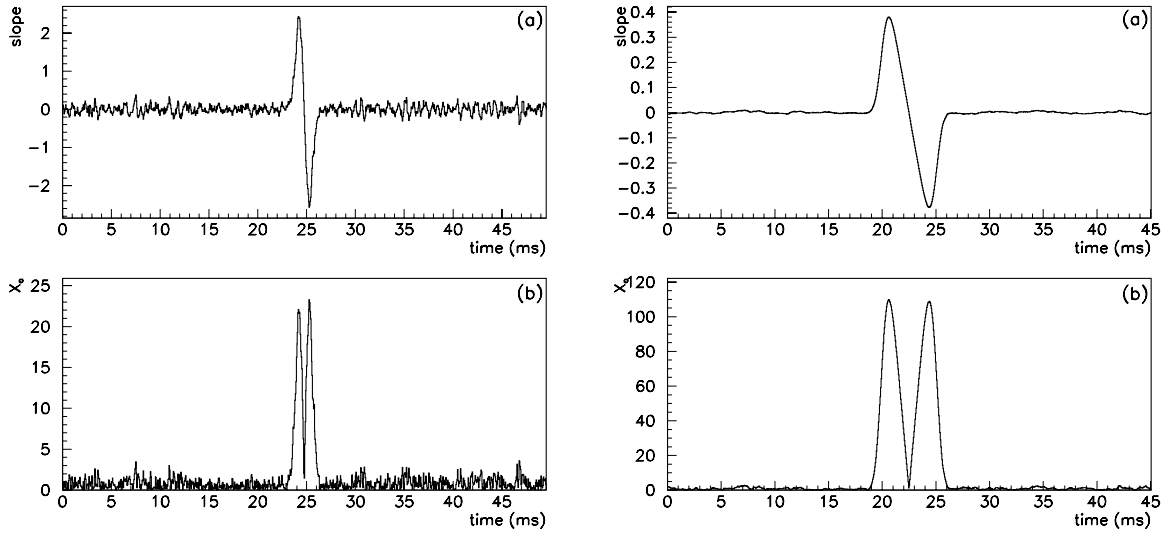


Figure 3.6: Valeurs de la sortie de SD (figure a), et du SNR associé (figure b) pour un pic de type gaussien de largeur $\tau = 0.5$ ms. La fenêtre d'analyse est de taille $N = 10$ (soit 0.5 ms) pour les figures de gauche, et $N = 100$ (soit 5. ms) pour les figures de droite. La valeur de la pente est plus petite pour $N = 100$ que dans le cas $N = 10$, mais le SNR est plus important.

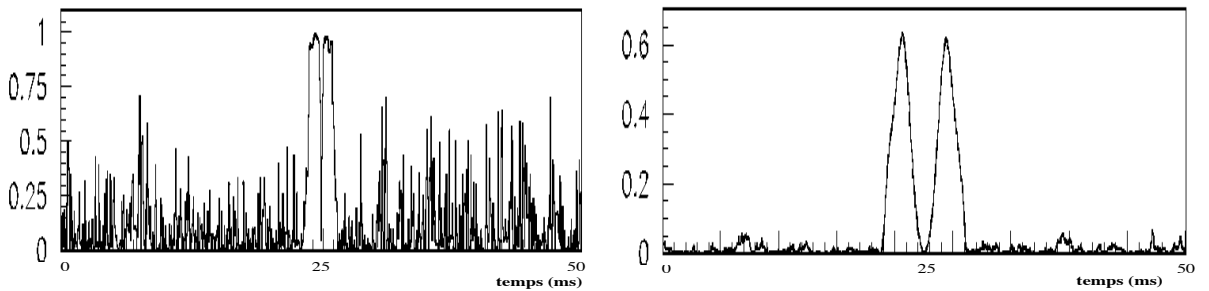


Figure 3.7: Coefficient de corrélation linéaire pour $N = 10$ à gauche et pour $N = 100$ à droite. La valeur du coefficient est moins bonne pour $N = 100$ que pour $N = 10$, mais le SNR lui est plus important (voir figure 3.6).

3.5 Un détecteur quadratique : ALF

En présence de bruit uniquement, les détecteurs de pente et d'ordonnée normalisés X_a et X_b sont deux variables aléatoires corrélées. Ils peuvent être décorrélés en diagonalisant la **matrice de covariance** de X_a et X_b :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

avec $\alpha = \text{cov}(X_a, X_b) = E[X_a X_b]$, où $E[X]$ désigne l'espérance mathématique. Les valeurs propres de C sont alors $1 \pm \alpha$, correspondant aux vecteurs propres $X_a \pm X_b$. Deux nouvelles variables décorréliées peuvent alors être introduites :

$$X_{\pm} = \frac{X_a \pm X_b}{\sqrt{2(1 \pm \alpha)}} \quad (3.37)$$

X_{\pm} sont normalisées de telle sorte qu'elles sont à nouveau des variables normales (si X_a et X_b sont aussi normales). Le calcul de la covariance C donne :

$$\alpha = \text{cov}(X_a X_b) = E[X_a X_b] = \sum_i a_i b_i = -\sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{N+1}{2N+1} \right)} \quad (3.38)$$

Les deux nouvelles statistiques X_{\pm} peuvent être utilisées comme des filtres décorréliés pour détecter des signaux transitoires, mais elles peuvent aussi être combinées en un filtre unique (ALF, pour *Advanced Linearfit Filter*) [266, 267, 270].

La variable optimale contenant toute l'information sur les filtres de pente et d'ordonnée est en effet :

$$A = X_+^2 + X_-^2 = \frac{X_a^2 + X_b^2 - 2\alpha X_a X_b}{1 - \alpha^2}. \quad (3.39)$$

En l'absence de signal, A suit une statistique de χ^2 à deux degrés de liberté, comme étant la somme des carrés de deux variables normales décorréliées (mais pas indépendantes). Un exemple de distribution des valeurs de A est donné dans la figure 3.8 pour une fenêtre d'analyse de taille $N = 30$. L'accord entre cette distribution et une loi en χ^2 n'est plus très bon pour de grandes valeurs de A , les valeurs exactes des seuils de détection pour des taux de fausses alarmes donnés devront donc être accordées à l'aide de simulations (cependant, le désaccord est très faible, de l'ordre de quelques % pour des taux de fausses alarmes de $10^{-3} - 10^{-4}$, et donc pratiquement nul pour des taux inférieurs à 10^{-6}). Là encore, le seul paramètre libre est la taille (durée) de la fenêtre d'analyse N . On peut noter ici que contrairement aux détecteurs de pente et d'ordonnée (ainsi que X_{\pm}), ALF est un filtre non-linéaire vis-à-vis des données.

3.6 Distances de détection (filtres de régression)

Pour comparer les algorithmes de détection, il nous faut donc déterminer des distances de détection, c'est-à-dire, pour une séquence donnée de bruit n , un signal additionnel $h(t) = s(t)/d$ (où s est la forme connue du signal à une distance donnée) dépendant de la distance d de la source émettrice, et un filtre \mathcal{F} , la distance $d_{\text{detection}}$ pour laquelle :

$$\mathcal{F}\left[n + \frac{s}{d_{\text{detection}}}\right] = \tau \quad (3.40)$$

où τ est le seuil de détection. La distance moyenne de détection du filtre \mathcal{F} sera alors la moyenne sur de nombreuses réalisations du bruit. On peut estimer cette distance par dichotomie pour chacune de ses réalisations, ou bien si c'est possible, par des méthodes analytiques que nous allons développer ici.

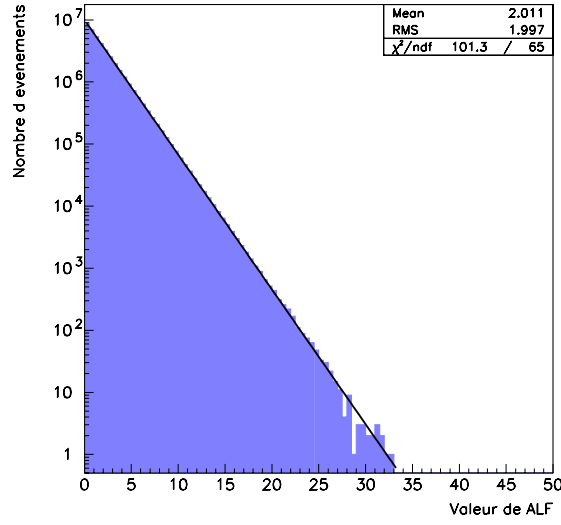


Figure 3.8: Distribution des valeurs de ALF pour une fenêtre d'analyse de taille $N = 30$ (1.5 ms). La courbe superposée représente la distribution d'un χ^2 à deux degrés de liberté. Il est à noter que l'accord n'est plus très bon pour des grandes valeurs de ALF. Lors du calcul des seuils de détection en fonction d'un taux de fausses alarmes donné, le seuil exact devra donc être accordé par des simulations.

3.6.1 Filtrés linéaires

Suivant (3.30), on peut écrire que $X_- = \sum_i \alpha_i x_i$ et $X_+ = \sum_i \beta_i x_i$. En écrivant en outre que le processus x est la somme d'un bruit n et d'un signal inversement proportionnel à la distance h , on obtient une expression du SNR dans le cas du détecteur de pente :

$$SNR = \frac{a}{\sigma_a} = \frac{1}{\sigma_a} \sum a_i (n_i + \frac{h_i}{d}) = \tau \quad (3.41)$$

avec τ le seuil de détection, à la limite de détection. On peut alors en déduire une expression de la distance de détection pour une réalisation donnée du bruit :

$$d = \frac{1}{\tau \sigma_a - \sum a_i n_i} \sum a_i h_i \quad (3.42)$$

3.6.2 ALF

On peut déduire de ce qui précède une expression de A :

$$\begin{aligned} A = & (\sum \alpha_i n_i)^2 + (\sum \beta_i n_i)^2 + \frac{1}{d^2} [(\sum \alpha_i h_i)^2 + (\sum \beta_i h_i)^2] \\ & + \frac{2}{d} (\sum \alpha_i n_i \sum \alpha_i h_i + \sum \beta_i n_i \sum \beta_i h_i) \end{aligned} \quad (3.43)$$

La distance de détection, pour une réalisation donnée du bruit, nous est donnée par l'égalité de (3.43) avec le seuil de détection τ . On obtient une équation du second degré en d :

$$\begin{aligned} d^2 [(\sum \alpha_i n_i)^2 + (\sum \beta_i n_i)^2 - \tau] + 2d [\sum \alpha_i n_i \sum \alpha_i h_i + \sum \beta_i n_i \sum \beta_i h_i] \\ + [(\sum \alpha_i h_i)^2 + (\sum \beta_i h_i)^2] = \gamma d^2 + \delta d + \theta = 0 \end{aligned} \quad (3.44)$$

dont la résolution nous donne deux solutions :

$$d_{+,-} = \frac{-\delta \pm \sqrt{\Delta}}{\gamma} \quad \text{avec} \quad (3.45)$$

$$\Delta = \delta^2 - \gamma\theta = \tau((\sum \alpha_i h_i)^2 + (\sum \beta_i h_i)^2 - ((\sum \alpha_i n_i)(\sum \beta_i h_i) - (\sum \alpha_i h_i)(\sum \beta_i n_i))^2)$$

Un déterminant non nul est assuré si on prend un échantillon de bruit ne contenant pas de fausses alarmes. En outre, c'est la distance positive qui va nous donner la distance de détection pour cette réalisation particulière du bruit.

3.7 Implémentation pratique des filtres de régression

Les filtres présentés précédemment doivent pouvoir fonctionner en ligne à une fréquence de 20 kHz. Avec des moyens de calculs standards, il est donc nécessaire d'optimiser le calcul des paramètres et coefficients de chaque filtre, ainsi que la manière dont ils vont être implémentés (stratégie de détection).

3.7.1 Optimisation du temps de calcul

En notant k l'indice du premier bin de la fenêtre dans laquelle la régression linéaire va être calculée, on voit que pour estimer la pente de la régression, des sommes du type :

$$S(k) = \sum_k^{k+N-1} y[j] \quad (3.46)$$

doivent pouvoir être calculée rapidement. L'algorithme sera bien entendu plus efficace si on applique une relation de récurrence simple :

$$S(k+1) = S(k) + y[k+N] - y[k]. \quad (3.47)$$

Dans le cas du calcul de ALF, on doit pouvoir estimer des sommes du type $\sum x$, $\sum x^2$ et $\sum xy$. Chaque calcul de somme initié à l'indice $k+1$ peut être relié au même calcul commençant à l'indice k de la manière suivante (avec x qui représente le temps, et y les valeurs des données au $k^{\text{ième}}$ pas de temps) :

$$\sum_{j=k+1}^{j=N+k} y[j] = \sum_{j=k}^{j=N-1+k} y[j] + y[N+k] - y[k] \quad (3.48)$$

$$\sum_{j=k+1}^{j=N+k} y^2[j] = \sum_{j=k}^{j=N-1+k} y^2[j] + y^2[k+N] - y^2[k] \quad (3.49)$$

$$\sum_{j=k+1}^{j=N+k} x[j]y[j] = \sum_{j=k}^{j=N-1+k} x[j]y[j] + x[k+N]y[k+N] - x[k]y[k] \quad (3.50)$$

On voit qu'il suffit de calculer la valeur des différentes sommes intervenant dans le calcul des coefficients de ALF une fois pour la première fenêtre, et les relations de récurrence précédemment écrites permettront d'en déduire les suivantes.

3.8 Redéfinition d'un événement

Chacun des filtres présentés ici est appliqué à chaque pas de temps, c'est-à-dire 20000 fois par seconde, pour maximiser les chances de détection. On verra dans le paragraphe 3.10.1 que pour

un filtre de régression donné, chaque signal du catalogue ZM sera détecté *optimalement* avec une taille de fenêtre d'analyse particulière. Pour prendre en compte cette information, on peut implémenter ces filtres avec plusieurs taille de fenêtres d'analyse opérant en parallèle². Une telle implémentation fait apparaître un nouveau problème : une même fausse alarme (ou un même signal) se traduira en général par des déclenchements consécutifs, et ce, pour différentes fenêtres d'analyse. C'est ce qu'on nommera par la suite le **multi-déclenchement**.

Une solution est de redéfinir la notion d'événement. Pour chaque fenêtre d'analyse N utilisée dans l'implémentation pratique des filtres, on note t_{start} et t_{end} les caractéristiques temporelles de chaque événement individuel (appartenant à l'ensemble des points tels que $SNR \geq \tau$). Il faut alors prendre en compte toutes les possibilités de recouvrement entre les différents intervalles de déclenchement. Par exemple, $[t_{start1}, t_{end1}]$ (pour la fenêtre d'analyse N_1) et $[t_{start2}, t_{end2}]$ (pour la fenêtre d'analyse N_2) décriront le même **événement** si, par exemple, $t_{start1} \leq t_{start2} \leq t_{end1}$ et $t_{end1} \leq t_{end2}$. Chaque événement sélectionné sera donc un amas de points (voir figure 3.9), caractérisé par un temps de début et un temps de fin (et éventuellement un temps de maximum du SNR pour le filtre en question).

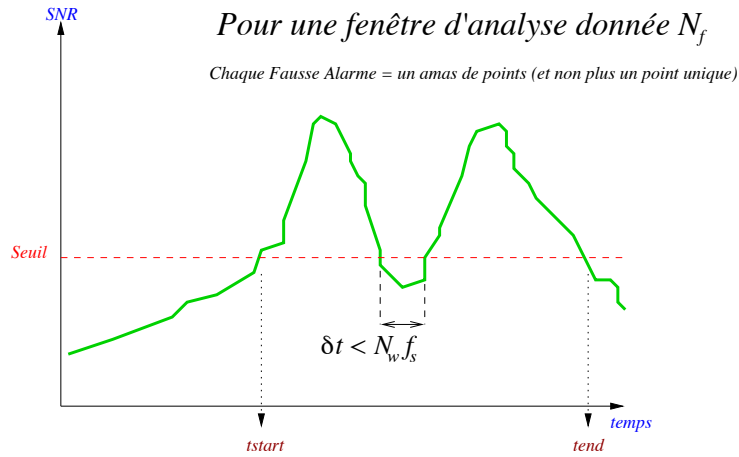


Figure 3.9: Un amas de déclenchements consécutifs de ALF. Les deux amas successifs représentent le même **événement** si l'intervalle entre les deux est inférieur à la taille de la fenêtre d'analyse considérée

On a pu remarquer l'existence d'une **longueur de corrélation** pour les filtres de régression linéaire tels que ALF, sur lequel nous allons nous concentrer dans la suite. Ainsi, pour un seuil donné, la probabilité de trouver un amas de longueur supérieure à N dans le cas d'une fenêtre d'analyse N est **quasiment** nulle dans le cas d'une fausse alarme (nous y reviendrons plus tard). On a incorporé cette information dans la définition d'un événement (voir la figure 3.9) : si un amas de déclenchement est suivi dans un intervalle de temps $\lesssim N$ (où N est la taille de la fenêtre d'analyse) par un autre amas, le tout sera considéré comme un seul événement.

3.8.1 Seuils de détection pour ALF

Les seuils de détection ont été déterminés de la manière suivante. Dans le cas de ALF (implémenté avec une seule fenêtre), on détermine le seuil correspondant à un taux de fausses alarmes **global** (tenant compte de la nouvelle définition d'un événement) fixé par avance ($\kappa_0 \simeq 10^{-6}$ dans notre étude). Ce seuil bien entendu dépend de la taille de la fenêtre utilisée (seuil individuel τ_i pour chaque fenêtre N_i , correspondant à un taux κ_i pour un χ^2 à deux degrés de liberté).

Puis, le seuil à appliquer dans le cas de n_{ana} fenêtres d'analyse utilisées en parallèle est estimé à partir des τ_i , par dichotomie successive jusqu'à obtenir le bon taux de fausses alarmes. Le taux de fausses alarmes est recherché autour de κ_i/n_{ana} , correspondant au seuil appliqué si les n_{ana} filtres ALF en parallèle étaient indépendants (ce qu'ils ne sont évidemment pas). On choisit ce seuil comme première estimation et le seuil réel est recherché de manière itérative.

Les figures 3.10 et 3.11 montrent ainsi le seuil à appliquer en sortie de ALF en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse, pour un détecteur contenant 1, 5, 10 ou 20 fenêtres d'analyse en

²On verra aussi que dans ce cas-là, le taux de fausses alarmes pour chacun des filtres individuels doit être modifié.

parallèle, ainsi que le taux de fausses alarmes correspondant pour une statistique en χ^2 à deux degrés de liberté. Les résultats sont indépendants du choix exact des fenêtres utilisées pour le filtre final opérant avec 1, 5, 10 ou 20 fenêtres d'analyse en parallèle. On peut voir que la redéfinition d'un événement est très intéressante pour une fenêtre unique, et que le gain sur le taux effectif de fausses alarmes décroît avec le nombre de fenêtres d'analyse en parallèle utilisées dans le détecteur final. La présence de fenêtres d'analyse différentes doit en même temps augmenter le potentiel de détection d'un tel filtre : il faudra donc trouver un optimum entre le gain occasionné par la mise en parallèle de ces fenêtres d'analyse et l'intérêt de la redéfinition d'un événement plus intéressant pour un nombre n_{ana} petit.

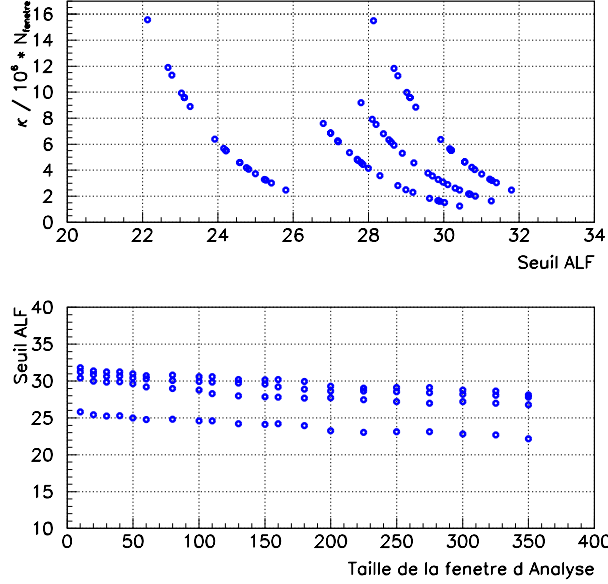


Figure 3.10: Haut : (Taux de fausses alarmes équivalent pour un χ^2) / $10^6 \times$ Nombre de fenêtres en parallèle, en fonction du seuil, pour une seule, 5, 10 ou 20 fenêtres en parallèle (respectivement de gauche à droite sur la figure du haut). Bas : Seuil de détection pour ALF en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse, pour 1, 5, 10 ou 20 fenêtres (de bas en haut) utilisées en parallèle, en tenant compte de la redéfinition d'un événement.

3.9 Études des performances des filtres de régression

Nous allons ici étudier les performances des filtres de régression linéaire par rapport à celles du filtrage optimal, dans le cas de signaux simples. Tout d'abord des signaux de type gaussien, qui peuvent, on l'a vu, être la signature de certains bruits dans VIRGO (particules en suspension, dégazage violent des pompes à vide). D'autre part, la majeure partie des signaux d'effondrement d'étoiles en supernovae présentent, on l'a vu, des pics bien séparés assimilables à des pics gaussiens (en première approximation). Il est donc intéressant de comprendre le comportement des filtres avec de tels signaux avant de les tester sur des signaux plus "physiques".

3.9.1 Signaux génériques

Pics gaussiens

La forme du signal qui est ici utilisé prend la forme :

$$h(t) \propto e^{\left(\frac{-t^2}{2\tau^2}\right)}. \quad (3.51)$$

Le tableau 3.1 donne les performances maximales obtenues pour les différents filtres de régression, c'est-à-dire celles obtenues avec des fenêtres d'analyse de tailles différentes pour chaque signal. On peut remarquer que ALF est nettement toujours plus performant que les autres filtres

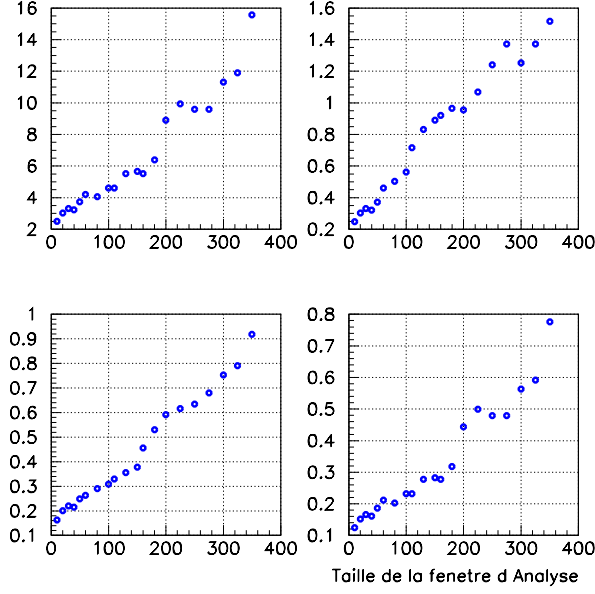


Figure 3.11: Rapport du taux équivalent de fausses alarmes (calculé avec une loi en χ^2) et du taux effectif de fausses alarmes ($\kappa_0 \simeq 10^{-6}$). Dans le sens des aiguilles d'une montre, à partir du haut à gauche, les résultats sont donnés pour 1, 5, 10 ou 20 fenêtres d'analyse utilisées en parallèle. La redéfinition d'un événement est donc très intéressante pour une fenêtre unique, et le gain décroît avec le nombre de fenêtres utilisées. D'un autre côté, la présence de fenêtres de tailles différentes dans le filtre final augmente les chances de détection.

τ (ms)	Π_{max}			N_{opt}		
	<i>Slope</i>	<i>Offset</i>	<i>ALF</i>	<i>Slope</i>	<i>Offset</i>	<i>ALF</i>
0.125	0.80	0.93	0.97	20	15	10
0.25	0.87	0.96	$\sim 1.$	34	40	20
0.5	0.85	$\sim 1.$	$\sim 1.$	~ 70	~ 70	~ 40
1.25	0.84	$\sim 1.$	$\sim 1.$	~ 170	~ 130	~ 100
2.5	0.82	$\sim 1.$	$\sim 1.$	~ 350	~ 200	~ 200
3.75	0.82	$\sim 1.$	$\sim 1.$	~ 500	~ 300	~ 200
5.	0.80	0.98	$\sim 1.$	~ 700	~ 400	~ 250

Tableau 3.1: Performances des filtres SD, OD et ALF pour différentes largeurs du signal gaussien τ . N_{opt} indique la taille de fenêtre d'analyse correspondant à Π_{max} .

de régression et que les fenêtres d'analyse qui permettent d'atteindre ces performances optimales sont généralement plus petites que pour les autres filtres.

Oscillations amorties

Dans le cas de l'effondrement d'une étoile et de la formation d'un trou noir par exemple, les signaux gravitationnels sont souvent caractérisés par une phase d'oscillations amorties à haute fréquence. Nous avons donc choisi de tester les filtres de régression linéaire sur des signaux de la forme :

$$h(t) \propto \sin(\omega t) \exp(-t/\tau). \quad (3.52)$$

avec $100 \text{ Hz} \leq \frac{\omega}{2\pi} \leq 10 \text{ kHz}$, and $10^{-3} \text{ s} \leq \tau \leq 10^{-1} \text{ s}$.

Le tableau 3.2 donne les performances de ces différents filtres pour des jeux de paramètres différents caractéristiques du signal amorti. Les fenêtres d'analyse optimales sont de tailles équivalentes pour les trois filtres, tandis que les performances de ALF sont meilleures pour des pics étroits ($f = 10 \text{ Hz}$, quelque soit τ). Pour des oscillations plus rapides, SD et OD sont en général

$\omega/(2\pi)(s^{-1})$	τ (s)	Π_{max}			N_{opt}		
		<i>Slope</i>	<i>Offset</i>	<i>ALF</i>	<i>Slope</i>	<i>Offset</i>	<i>ALF</i>
10	10^{-1}	0.4	$\sim 1.$	$\sim 1.$	500	500	600
	10^{-2}	0.6	$\sim \mathbf{0.93}$	$\sim 1.$	600	600	500
	10^{-3}	0.8	0.98	0.98	200	150	100
100	10^{-1}	0.75	0.85	0.65	160	150	160
	10^{-2}	$\sim 1.$	$\sim \mathbf{0.95}$	$\sim \mathbf{0.9}$	160	140	150
	10^{-3}	0.8	0.99	0.97	130	100	80
1000	10^{-1}	0.4	~ 0.4	0.28	18	20	15
	10^{-2}	0.6	~ 0.5	0.49	15	10	15
	10^{-3}	0.95	$\sim \mathbf{0.9}$	0.85	15	15	15

Tableau 3.2: Performances des filtres SD, OD et ALF pour différents paramètres du signal sinusoïdal amorti. N_{opt} indique la taille de fenêtre d'analyse correspondant à Π_{max} .

plus performants que ALF, sauf si τ est petit (1 ms) auquel cas OD et ALF ont des performances sensiblement équivalentes, et meilleures que SD.

3.9.2 Performances prédites

ALF apparaît ici comme le filtre le plus performant pour les signaux présentés ici. Il peut détecter des signaux de type impulsionnel ou lentement variable (largeur du pic gaussien plus ou moins grand), contrairement au détecteur de pente qui est préférentiellement performant pour les pics étroits. Il est en outre légèrement plus performant que le détecteur d'ordonnée.

D'autre part, il paraît moins performant pour des signaux de type oscillation amortie. Comme SD, ALF est performant pour des oscillations de fréquence jusqu'à plusieurs centaines de Hz. Les signaux de type III du catalogue de ZM sont caractérisés par une montée lente du signal suivie par des oscillations rapides ($f \simeq 1$ kHz). Alors que SD pourrait ne pas être très performant dans cette première partie du signal, ALF et OD pourraient être plus puissants ici, même si peu performants en présence d'oscillations trop rapides. De plus, OD est plus efficace que SD pour ce type de signaux (jusqu'à environ 1 kHz).

En conclusion, SD paraît plus adapté pour des signaux de type impulsionnel (*bursts*) et des signaux présentant un pic suivi d'oscillations de fréquences moyennes. OD semble performant avec tous les types de pics et d'oscillations (pour $f \lesssim 1$ kHz), alors que ALF apparaît comme un bon compromis entre ces deux types de détecteurs. C'est donc naturellement sur ce détecteur particulier que nous allons nous concentrer dans la suite.

3.9.3 Limite de détection

Pour la suite, il sera utile de déterminer la limite de détection pour tous les types de signaux considérés, et ce pour différentes tailles de la fenêtres d'analyse. Nous avons choisi trois tailles caractéristiques : $N = 30, 100, 200$ (1.5, 5 et 10 ms), et trois signaux particuliers du catalogue, un de chaque type.

Cette détermination peut se faire de la manière suivante : chaque signal est ajouté au bruit avec un SNR optimal variable et la valeur de ALF (moyennée sur des réalisations de bruit) est évaluée pour les différentes tailles de fenêtre. L'égalité entre la valeur de ALF et le seuil de détection (défini dans le cas d'un filtre utilisé avec une seule fenêtre pour un taux de fausses alarmes donné), dépendant de N , nous donne la valeur du SNR optimal pour lequel $\epsilon \simeq 50\%$, autrement dit, la limite détection. La figure 3.12 montre le résultat obtenu pour un signal de type I.

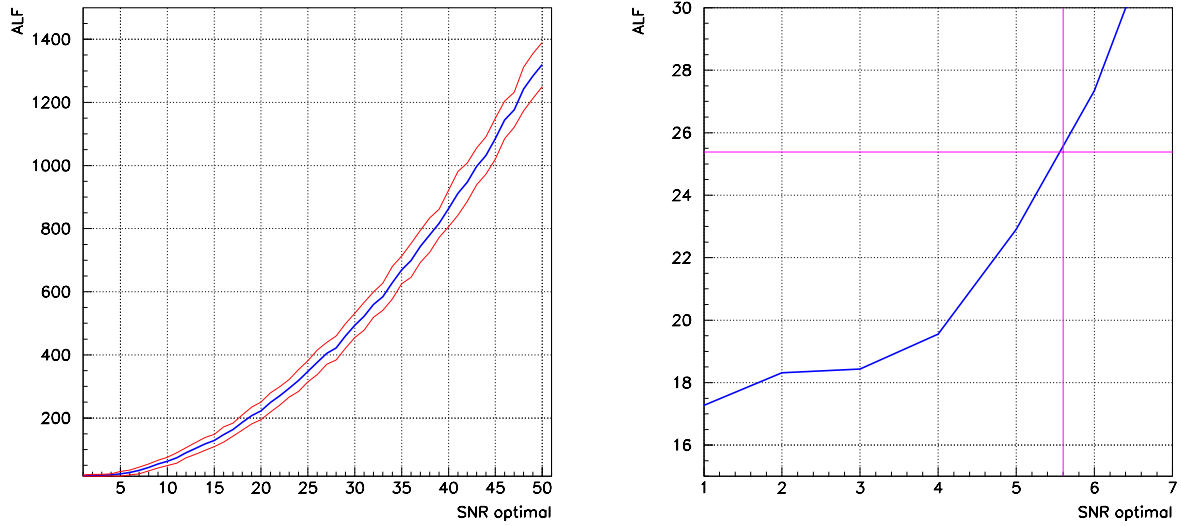


Figure 3.12: Valeur de ALF en fonction du SNR optimal, obtenue pour un signal de type I. À droite, détail de la zone des faibles SNR. La droite horizontale indique le seuil de détection (fenêtre d'analyse $N = 1.5$ ms).

Signaux de type gaussien

Pour une fenêtre d'analyse $N = 30$ (1.5 ms) et un signal de largeur à mi-hauteur τ , la limite de détection est reportée dans le tableau 3.3.

τ (ms)	SNR _{opt} limite
0.5	4.5
1.5	5.6
3.5	6.8
5.	8.
10.	8.7

Tableau 3.3: SNR optimal correspondant à la limite de détection pour ALF, pour des signaux gaussiens de largeur à mi-hauteur variable.

Comme attendu, ALF est plus efficace pour des signaux impulsifs étroits (σ petit).

Signaux du catalogue ZM

Pour les signaux ZM choisis (un de chaque type), le tableau 3.4 donne les limites de détection obtenues.

Type	SNR _{opt} limite ($N = 1.5$ ms)	SNR _{opt} limite ($N = 5$ ms)	SNR _{opt} limite ($N = 10$ ms)
I	5.6	10.4	13.6
II	5.6	7.5	10.4
III	7.3	5.4	5

Tableau 3.4: SNR optimal correspondant à la limite de détection dans le cas des trois signaux du catalogue ZM étudiés (un de chaque type) en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse.

Là encore, comme attendu, ALF implémenté avec une seule fenêtre de courte durée est plus efficace pour des signaux de type I et II, tandis que les fenêtres plus grandes sont mieux adaptées aux signaux III. Dans la suite, nous n'étudierons que le cas d'analyse $N = 1.5$ ms, pour des raisons de clarté de l'exposé (les résultats sont fondamentalement les mêmes si on considère une

fenêtre plus grande). D'autre part, $N = 1.5$ ms correspond au maximum de performance moyenne sur le catalogue ZM pour ALF implémenté avec une seule fenêtre (cas le plus général possible), comme montré sur la figure 3.17 p.166. Cette fenêtre semble donc être la plus appropriée pour la détection de la majorité de ces signaux, et de plus, c'est celle-ci qui permet la meilleure localisation temporelle possible (puisque c'est la plus courte).

3.10 Résultats avec des signaux physiques

Nous avons pu voir que ALF semblait bien adapté à des signaux présentant un pic suivi d'oscillations à haute fréquence (jusqu'à typiquement 1 kHz), ce qui est le cas d'un grand nombre des signaux de supernovae du catalogue ZM.

3.10.1 Détermination des fenêtres d'analyse optimales

Le seul paramètre libre intervenant dans l'implémentation pratique de ALF est la taille de la fenêtre d'analyse N . Chaque taille de fenêtre va se traduire *a priori* par une performance différente du détecteur : il existe ainsi une taille **optimale** pour ALF et pour chaque signal du catalogue. La distribution de ces performances optimales est montrée sur les figures 3.13 et 3.14, tandis que la distribution de ces fenêtres est montrée sur les figures 3.15 et 3.16.

On remarque sur ces figures que les performances maximales (optimales dans ce cas) obtenues pour les différents filtres se situent autour de 80 % (de 76 % à 84 %). On peut aussi remarquer que les fenêtres d'analyse donnant les performances optimales sont plus petites dans le cas de ALF que pour les deux autres filtres.

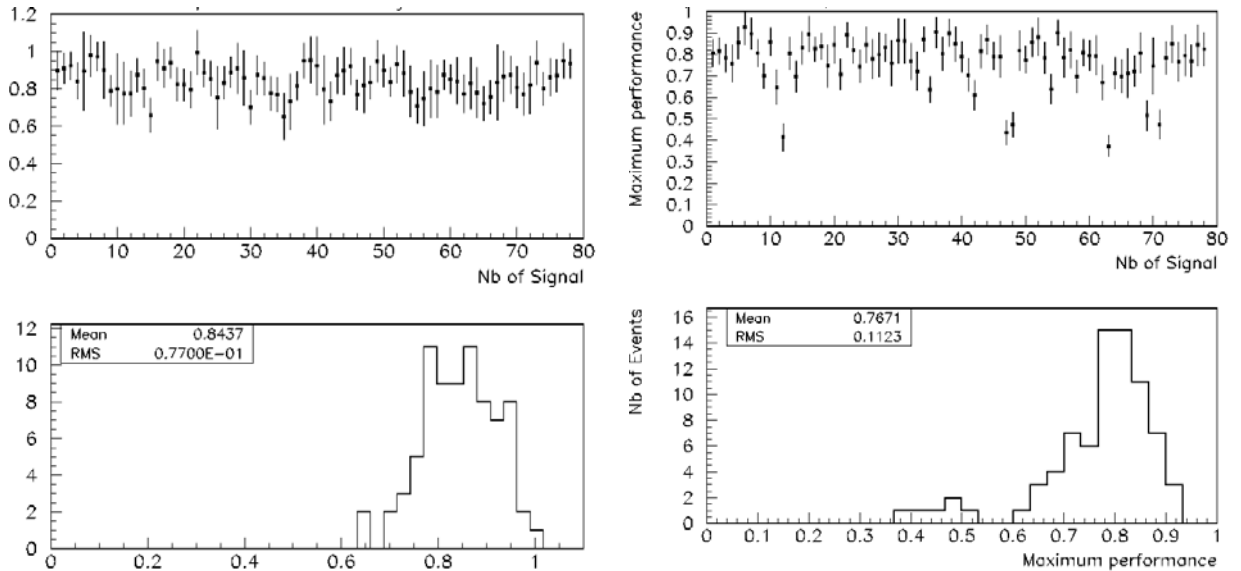


Figure 3.13: Performance maximale pour chacun des signaux ZM: SD (à gauche) et OD (à droite). En haut, on a représenté les performances pour chaque signal du catalogue, les barres d'erreurs indiquant la dispersion sur la performance obtenue pour chaque signal (liée à la statistique finie des simulations).

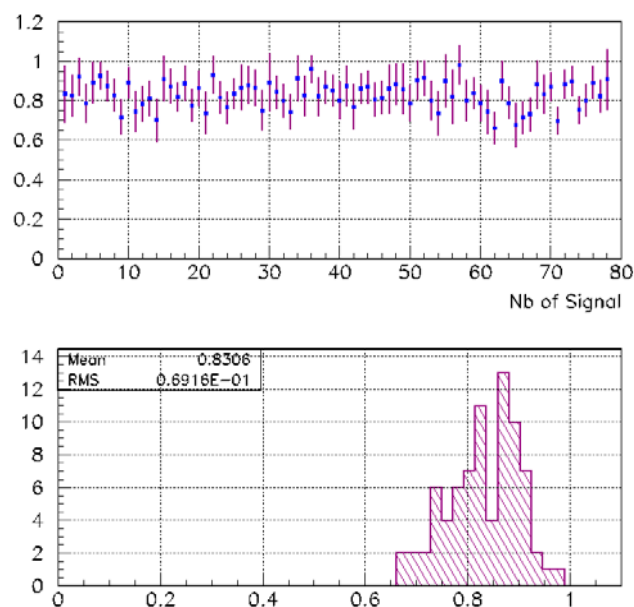


Figure 3.14: Performance maximale pour chacun des signaux ZM obtenue pour ALF. En haut, on a représenté les performances pour chaque signal du catalogue, les barres d'erreurs indiquant la dispersion sur la performance obtenue pour chaque signal.

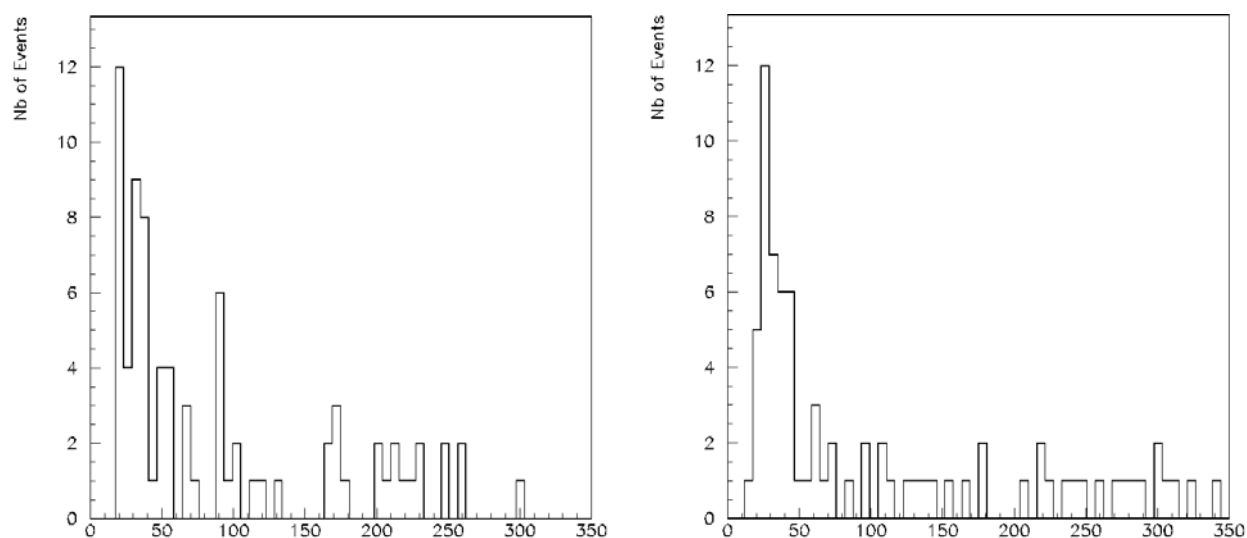


Figure 3.15: Tailles optimales des fenêtres d'analyse pour SD (à gauche) et OD (à droite) obtenues pour les 78 signaux du catalogue ZM.

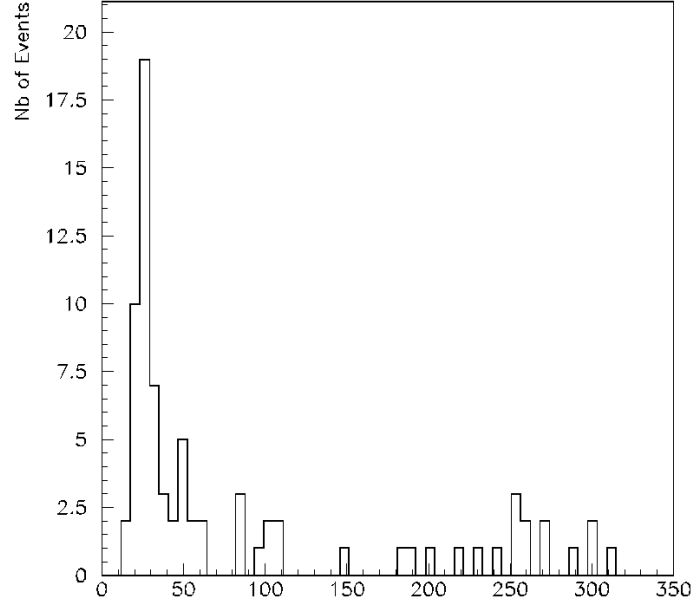


Figure 3.16: Tailles optimales de fenêtres d'analyse pour ALF obtenues pour les 78 signaux du catalogue ZM.

3.10.2 Stratégies de détection

La figure 3.17 montre la performance des trois filtres SD, OD et ALF en fonction de la taille de la fenêtre d'analyse utilisée. On peut voir que ALF est le plus performant, avec une fenêtre de $N \simeq 30$, qui est la même pour les autres filtres. Dans le cas le plus général, on peut donc espérer en moyenne une distance de détection qui représente $\sim 0.8 d_{opt}$ où d_{opt} est la distance de détection du filtre adapté, sans aucune connaissance ou hypothèse faite sur la forme du signal.

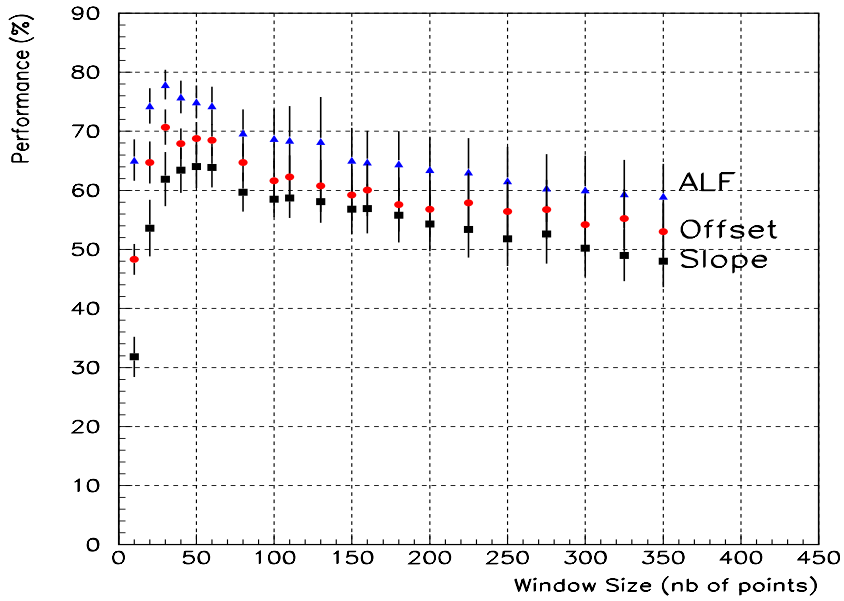


Figure 3.17: Performance des filtres SD, OD et ALF implémentés avec une seule fenêtre en fonction de la taille de la fenêtre utilisée. Les barres d'erreurs tiennent compte de la dispersion des résultats pour les différents signaux du catalogue ZM (liée au nombre fini de simulations).

L'utilisation de ALF dans sa configuration optimale n'est cependant pas réaliste, puisque les formes exactes des signaux à détecter dans VIRGO ne sont pas connues. Il est donc naturel d'implémenter ALF sous la forme d'un détecteur utilisant plusieurs fenêtres d'analyse différentes **en parallèle**: en pratique, on opère un **OU** logique sur la sortie des différents détecteurs. Bien entendu, le taux de fausses alarmes pour chaque détecteur individuel devra être modifié en conséquence pour conserver un taux de fausses alarmes global de l'ordre de $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$.

Comme on peut le voir sur les figures 3.15 et 3.16, les tailles optimales de fenêtres d'analyse sont plus petites dans le cas de ALF que pour SD et OD. En ce sens, ALF "compactifie" l'espace des paramètres. Par conséquent, la stratégie de détection à utiliser pourra comporter moins de fenêtres.

De plus, le gain obtenu sur le taux de fausses alarmes paraît plus intéressant dans le cas d'un nombre de détecteurs en parallèle petit (voir les figures 3.10 et 3.11). Néanmoins, l'utilisation de fenêtres de tailles différentes dans un même détecteur permet de multiplier les chances de détection. Il faut donc étudier les performances du détecteur ALF implémenté avec 1, 5, 10 ou 20 fenêtres d'analyse différentes, pour comprendre l'influence de ce multi-fenêtrage et éventuellement trouver un optimum.

On a pu vérifier de plus qu'à nombre de fenêtres fixé, la taille exacte des fenêtres d'analyse n'a qu'une influence négligeable sur la performance moyenne finale (de l'ordre de 0.1 %). D'autre part, la taille des amas de déclenchement augmente avec le nombre de fenêtres utilisées dans le détecteur final.

Filtre	Nombre de fenêtres	$\langle \Pi \rangle$ (%)	robustesse (écart-type en %)	$\langle d \rangle$ (kpc)
NA	1	44.7	8.5	11.4
SD	5	70.	7.6	19.3
SD	20	47.1	21.	13.2
OD	5	59.3	16	15.2
OD	20	78	8.7	22.3
X_+	5	66.2	10.	18.4
X_+	20	78	9.0	22.1
X_-	5	54	19.	13.2
X_-	20	78.1	8.	22.8
ALF	5	80	8.3	21.7
ALF	10	82	7.8	22.4
ALF	20	80	7.3	21.7

Tableau 3.5: Performances, robustesse et distance moyenne de détection des différents filtres de régression linéaire implémentés avec plusieurs fenêtres en parallèle.

On peut voir dans le tableau 3.5 que les performances de ALF implémenté avec 1, 5, 10 ou 20 fenêtres sont relativement équivalentes, tandis que les performances des filtres de régression linéaire modifiés ou non (SD, OD, X_{\pm}) dépendent du nombre de fenêtres d'analyse³. ALF est donc plus **robuste** que les autres filtres linéaires par rapport à une variation du taux de fausses alarmes (utiliser plus de fenêtres impliquant un taux de fausses alarmes plus petit pour chaque fenêtre). D'autre part, pour les filtres linéaires, une augmentation du nombre de fenêtres d'analyse, qui doit en principe augmenter les chances de détection, ne s'accompagne pas toujours d'une amélioration de la performance.

C'est pourquoi dans les études qui vont suivre (sensibilité par rapport au taux de fausses alarmes, caractérisation du bruit, robustesse par rapport au blanchiment des données, résolution en temps), nous ne nous intéresserons uniquement qu'au cas de ALF. L'optimum en ce qui concerne ce détecteur, pour ce catalogue de signaux particuliers, semble être une implémentation avec dix fenêtres d'analyse en parallèle, .

3.10.3 Efficacités de détection

À titre d'exemple, nous allons étudier le comportement de l'efficacité des filtres implémentés avec cinq fenêtres d'analyse différentes. Ces efficacités seront moyennées sur l'ensemble du catalogue

³En ce qui concerne le détecteur NA, en dépit de ses performances assez basses, il semble assez robuste.

ZM. Puisque chaque signal possède une amplitude différente, il n'est pas judicieux de représenter cette efficacité en fonction de la distance de la source. Chaque signal est caractérisé par une distance moyenne optimale de détection d_{opt} , c'est-à-dire la distance moyenne de détection pour le filtrage optimal, qui sera différente pour chaque signal. Nous avons donc choisi de représenter l'efficacité en fonction du rapport d^F/d_{opt} : chaque signal a été "placé" à une même **fraction** de sa propre distance optimale de détection. Les résultats sont représentés sur la figure 3.18, seulement pour ALF, OD et SD. X_- (non montré sur la figure) se comporte comme OD à petit rapport $\rho = d/d_{optimal}$ et comme SD pour ρ grand (c'est le contraire pour X_+).

On peut voir que ALF est nettement plus efficace que les autres filtres de régression linéaire. D'autre part, le filtrage optimal possède une efficacité inférieure à 50 % pour $d = d_{opt}$. On aurait pu s'attendre, au vue de la compréhension intuitive du terme *distance de détection moyenne*, à une efficacité égale à 50 %. En fait, l'efficacité de détection sera égale à 50 % pour une amplitude de signal correspondant à $A_0 = (1/d_{opt})^{-1}$. En évaluant la quantité :

$$\epsilon(x = \frac{A}{A_0}) \quad (3.53)$$

pour le signal $s = x < 1/d_{opt} > h(t)$ avec $x = A/A_0$, il faut tenir compte du fait que la distance moyenne de détection pour le filtre optimale est évaluée avec une erreur $\sigma(d_{opt})$ qui n'est pas nulle. L'efficacité de détection est donc $\epsilon(x = 1) \simeq 50\%$, en tenant compte de cette précision non infinie. D'autre part la relation :

$$(\frac{1}{d})^{-1} < \bar{d} \quad (3.54)$$

nous montre que l'efficacité de détection pour un filtre linéaire sera en pratique toujours inférieure à 50 % pour une source localisée à sa distance moyenne de détection (telle qu'elle a été définie).

On peut voir que pour ces filtres, la **performance effective**, définie comme étant le rapport $d/d_{optimal}$ pour lequel l'efficacité de détection est en moyenne de l'ordre de 50 % est ~ 0.78 pour ALF, tandis qu'elle est comprise entre 0.72 et 0.74 pour les autres filtres. En dépit de performances différentes, les efficacités de détection semblent avoir des comportements quelque peu similaires. ALF reste néanmoins le plus efficace.

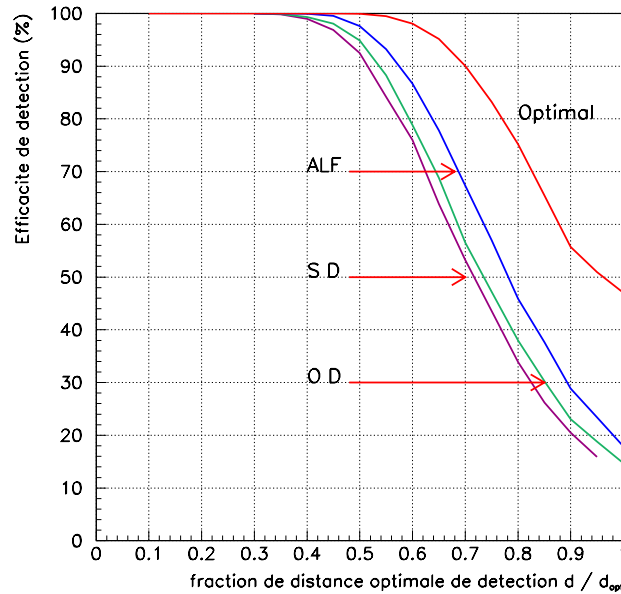


Figure 3.18: Efficacités de détection pour les différents filtres de régression linéaire en fonction du rapport d/d_{opt} .

3.10.4 Sensibilité par rapport au taux de fausses alarmes

Les études que nous avons menées ici ont toujours considéré un taux de fausses alarmes, choisi arbitrairement, de l'ordre de $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$. Néanmoins, il nous faut étudier le comportement de la performance de ALF en fonction du taux de fausses alarmes et donc du seuil. Pour un détecteur implémenté avec $N = 30$, on trouve que la performance est relativement constante, comme cela est montré par la figure 3.19, pour l'ensemble des signaux du catalogue ZM. En fait, la performance augmente rapidement pour des taux de fausses alarmes peu réalistes, à partir de $\kappa \simeq 10^{-4}$ (plusieurs milliers de fausses alarmes par heure), jusqu'à devenir supérieure à 1. Pour $\kappa \simeq 10^{-3}$, la performance atteint $\simeq 1.5$: le potentiel de détection de ALF pour un tel taux de fausses alarmes est donc nettement supérieur à celui du filtrage optimal. Pour des taux de fausses alarmes réalistes (quelques fausses alarmes par heure ou par jour), la performance est relativement constante.

Pour ALF implémenté avec cinq fenêtres d'analyse différentes (à $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$) et dans le cas de fausses alarmes uniquement, la taille moyenne d'un amas de déclenchements est de l'ordre de 100 bins (soit environ 5 ms). Pour ALF implémenté avec une seule fenêtre ($N = 30$, celle qui donne les meilleurs résultats sur les signaux ZM) et un taux de fausses alarmes $\kappa \simeq 5 \times 10^{-4}$, la taille moyenne d'un tel amas est de l'ordre de 30 bins (soit 1.5 ms), comme on peut le voir sur la figure 3.20 (à gauche) qui est sensiblement la même que $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$ (même figure, à droite). Bien entendu, le nombre de fausses alarmes, lui, est multiplié par 500. Mais la **taille réelle d'un événement** sera approximativement la même. La comparaison des performances de ALF avec celles du filtrage optimal est donc toujours valable : une performance de 1.5 pour un haut taux de fausses alarmes n'est donc pas liée à une augmentation inacceptable de la taille des amas, mais bien au caractère non-linéaire d'un tel détecteur.

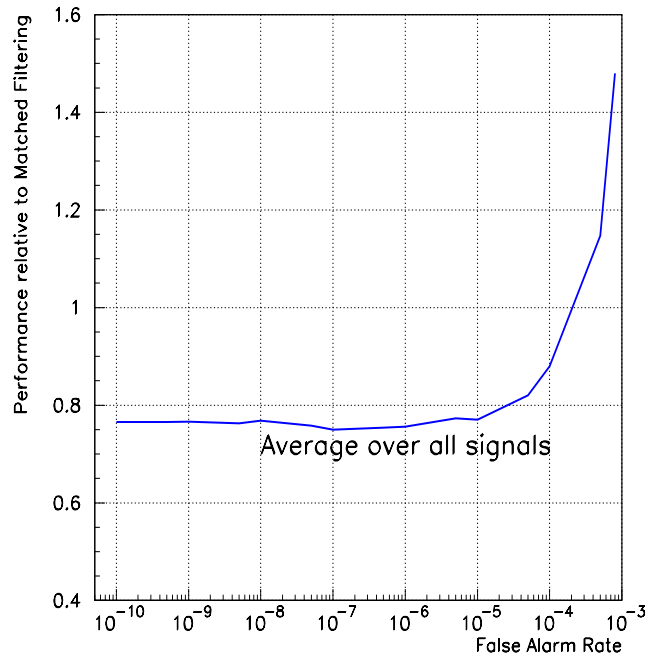


Figure 3.19: Performance de ALF (implémenté avec une seule fenêtre d'analyse) en fonction du taux de fausses alarmes, moyennée sur l'ensemble du catalogue ZM.

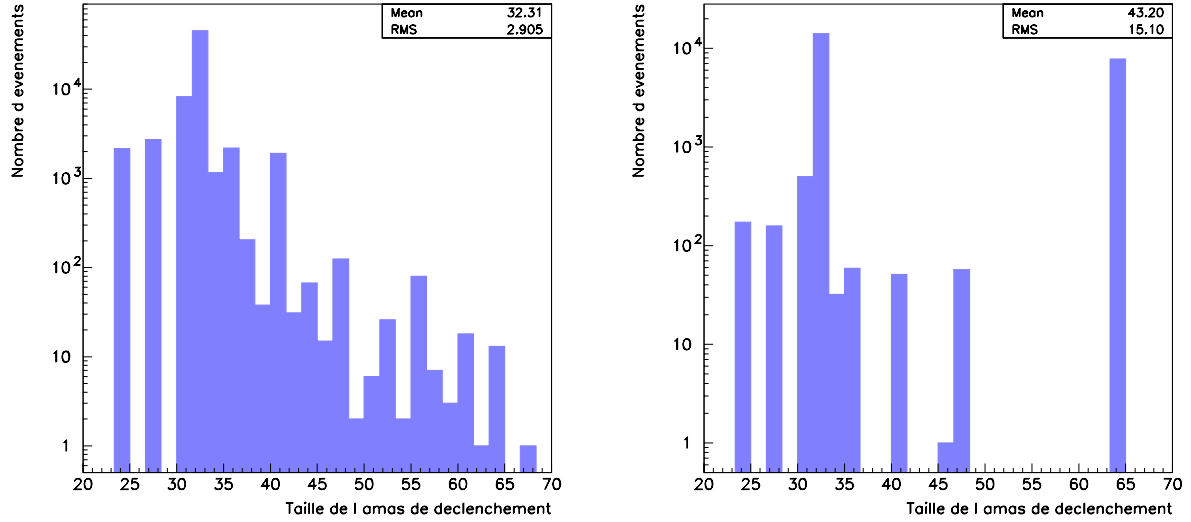


Figure 3.20: Taille des amas de déclenchements pour un taux de fausses alarmes de $\sim 5 \times 10^{-4}$ (à gauche) et $\sim 10^{-6}$ (à droite), pour une fenêtre d'analyse de taille $N = 30$.

3.11 Caractérisation du bruit

Les filtres de régression semblent donc efficaces et robustes, et en cela, ils répondent donc aux spécifications demandées aux filtres de sélection en ligne pour VIRGO. Ils sont en outre de conception simple, et leur implémentation est aisée. Cependant, les taux de fausses alarmes choisis pour cette étude induisent un nombre important de fausses alarmes.

On a pu voir que la redéfinition d'un événement provenait de l'observation de multi-déclenchements pour les filtres à fenêtres glissantes. Il est donc naturel de se demander si les événements de bruits, les fausses alarmes, ne sont pas caractérisés par un nombre particulier de déclenchements consécutifs. Une telle information peut être prise en compte pour discriminer des événements de signal par rapport à des événements de fond.

D'autre part, les filtres que nous avons développés peuvent avoir des fausses alarmes **communes** et, à condition qu'ils soient complémentaires, ils pourront éventuellement détecter les mêmes signaux physiques mais à des phases différentes du signal, ou pour des fenêtres d'analyse différentes : ainsi, un signal présentant des pics différents séparés de quelques ms pourrait être détecté lors du premier pic par un filtre et lors du second pic pour un autre filtre. C'est pourquoi l'étude des coïncidences entre filtres peut se révéler intéressante : la section suivante présente ainsi les résultats obtenus avec les deux filtres de régression modifiés X_+ et X_- .

3.11.1 Coïncidences entre filtres : $X_+ - X_-$

Pour une paire de filtres \mathcal{F}_1 et \mathcal{F}_2 , une coïncidence dans une fenêtre de taille $\delta\tau_0$ (en ms) est définie par :

$$\delta t_{\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2} \leq \delta\tau_0 \quad (3.55)$$

où $\delta t_{\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2}$ désigne l'intervalle de temps entre deux plus proches événements détectés par les filtres \mathcal{F}_i . Le temps $\delta\tau_0$ est typiquement de l'ordre de la durée caractéristique d'un signal impulsionnel, soit environ 50 ms.

Il est possible d'utiliser l'information sur des coïncidences entre filtres de deux manières différentes. D'un côté, pour un taux de fausses alarmes κ_0 , imposer une condition sur l'intervalle

de temps entre deux plus proches événements pour les deux filtres va nous permettre d'éliminer un certain nombre de ces fausses alarmes. Bien entendu, il faudra quantifier la perte de signal occasionnée par un tel choix.

D'un autre côté, on peut exiger un taux de fausses alarmes global κ_0 **après** avoir pris en compte les coïncidences, et ceci va bien entendu nous permettre de baisser les seuils de détection de chacun des filtres individuels. Nous avons choisi ici d'étudier les coïncidences dans le cas des détecteurs de pente et d'ordonnée modifiés X_{\pm} . Ces filtres étant décorrélés (mais cependant pas indépendants), l'information qu'ils apporteront sera certainement **complémentaire**. L'étude de $\delta t_{\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2}$ nous permettra donc *a priori* de bien éliminer des fausses alarmes, mais on peut d'ores et déjà penser que pour un signal physique, la complémentarité de ces deux filtres occasionnera une forte perte de signal (sauf dans le cas d'un fort SNR).

Les figures 3.21 et 3.22 présentent la distribution des différences entre les temps de déclenchements des deux filtres X_{\pm} , avec pour 3.22 la distribution pour des différences en temps inférieures à 0.5, 1.5, 2.5 ms (figures de gauche) et 5, 10, 50 ms (figures de droite). Ces déclenchements correspondent à des événements de bruit uniquement.

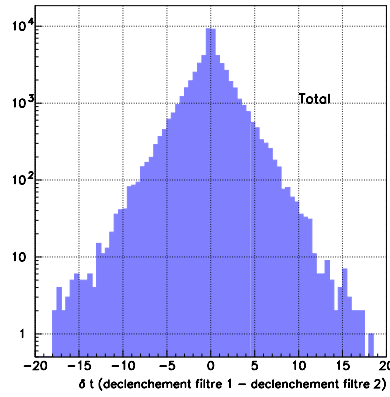


Figure 3.21: Intervalle de temps entre deux déclenchements (de fausses alarmes uniquement) de X_+ et X_- (en s).

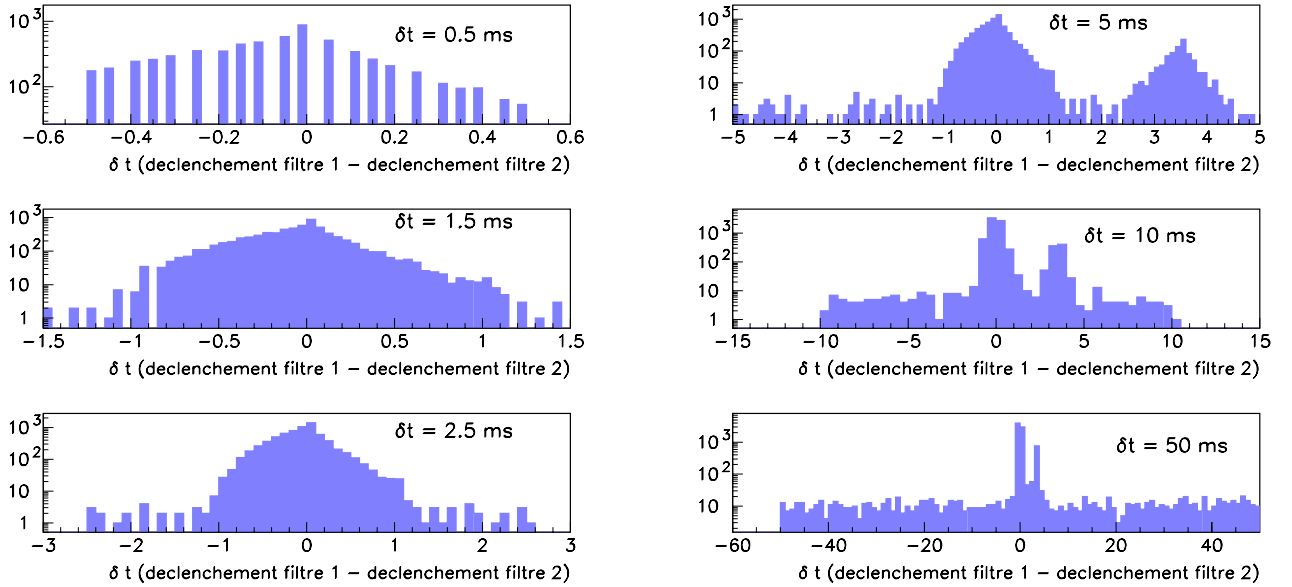


Figure 3.22: Intervalle de temps (en ms) entre deux déclenchements de fausses alarmes uniquement de X_+ et X_- , pour $\delta t_{\pm} \leq 0.5, 1.5$ et 2.5 ms (à gauche) et $5, 10$ et 50 ms (à droite).

La coïncidence comme nouveau détecteur

Considérons donc les deux filtres X_{\pm} , chacun implémenté avec un seuil de détection correspondant à un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$. Nous avons considéré des filtres implémentés chacun avec une seule fenêtre d'analyse (de tailles égales ou différentes suivant les cas).

Le tableau 3.6 (un filtre implémenté avec $N = 30$ et l'autre avec $N = 100$) donne la probabilité $P_{\delta\tau_0}$ pour que deux événements, pour chacun des filtres, soient coïncidents dans une fenêtre de largeur $\delta\tau_0$. Le taux d'occurrence global d'une coïncidence fortuite dans une fenêtre $\delta\tau_0$ sera donc $\kappa_0 \times P_{\delta\tau_0}$. Ainsi, une coïncidence parfaite $\delta\tau_0 = 0$ ne se produit que pour 1.6 % des fausses alarmes, tandis que pour un temps de coïncidence étendu à 50 ms, cette fraction est de l'ordre de 16 % des fausses alarmes.

$\delta\tau_0$ (ms)	$P(\delta t_{\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_2})$
parfaite	1.6 %
0.05	3.5 %
0.1	4.9 %
0.5	10.9 %
1.5	12.5 %
2.5	12.6 %
5	14.1 %
10	14.3 %
50	15.9 %
100	18. %

Tableau 3.6: Probabilité d'occurrence d'une configuration de coïncidence entre X_+ et X_- . $\delta\tau_0$ indique la largeur de la fenêtre de coïncidence.

Il est alors possible de construire un nouveau détecteur en tenant compte de cette information : un événement sera alors caractérisé par la présence de déclenchements des deux filtres X_{\pm} coïncidents dans une fenêtre $\delta\tau_0$. On peut comparer ce nouveau détecteur à X_{\pm} seul implémenté avec un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \times P(\delta\tau_0)$. Pour le cas $\delta\tau_0 \simeq 0.5$ ms, les résultats sont reportés dans les tableaux 3.7 à 3.9 pour différentes valeurs de SNR optimal.

SNR	$\epsilon(\delta t_{\pm})$	$\epsilon(X_{\pm})$ ($N = 30$)	$(\epsilon(\delta t_{\pm}) - \epsilon(X_{\pm}))/\epsilon(X_{\pm}) = \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}$
5	0.5 %	2.4 %	-0.79
10	22.7 %	63.3	-0.64
15	84.8 %	100 %	-0.15

Tableau 3.7: Efficacité de détection d'un signal ZM de type I, en fonction de son SNR optimal, pour un processus de coïncidences (δt_{\pm}) et pour les filtres X_{\pm} implémentés avec une fenêtre d'analyse de taille $N = 30$.

SNR	$\epsilon(\delta t_{\pm})$	$\epsilon(X_{\pm})$ ($N = 30$)	$(\epsilon(\delta t_{\pm}) - \epsilon(X_{\pm}))/\epsilon(X_{\pm}) = \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}$
3	0.5	0.5 %	0.
5	3.3 %	1.9 %	+ 0.74
10	69.7 %	63.7	+ 0.094
15	100 %	100 %	0.

Tableau 3.8: Efficacité de détection d'un signal de type II, en fonction de son SNR optimal, pour un processus de coïncidences (δt_{\pm}) et pour les filtres X_{\pm} implémentés avec une fenêtre d'analyse de taille $N = 30$.

On constate que pour le signal de type II (le type II représentant 44 % des signaux du catalogue), l'efficacité de détection pour les deux filtres X_{\pm} en coïncidence est plus importante que

SNR	$\epsilon(\delta t_{\pm})$	$\epsilon(X_{\pm})$ ($N = 30$)	$(\epsilon(\delta t_{\pm}) - \epsilon(X_{\pm})) = \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon}$
5	3.4 %	6.5 %	-0.52
10	64.6 %	87.2	-0.26
15	99.90 %	100 %	-0.001

Tableau 3.9: Efficacité de détection d'un signal de type III, en fonction de son SNR optimal, pour un processus de coïncidences (δt_{\pm}) et pour les filtres X_{\pm} implémentés avec $N = 30$.

pour un seul des deux filtres utilisé de manière classique. Les efficacités de détection sont faibles ici, à cause des taux de fausses alarmes résultant qui sont faibles, mais ce comportement est indépendant des taux de fausses alarmes utilisés pour la comparaison. Le gain en efficacité de détection est alors, pour un SNR faible, de l'ordre de 75 % par rapport à un filtre individuel.

Pour des SNR forts, le gain en efficacité de détection $\Delta\epsilon/\epsilon$ est très proche de zéro (l'efficacité de détection du filtre individuel étant déjà très proche de 100 %). Par contre, ce "gain" est fortement négatif pour les types de signaux autres que le type II. D'autre part, sur l'ensemble du catalogue ZM, la performance obtenue (avec une fenêtre de coïncidence de 50 ms) est de l'ordre de 78 % (dispersion 8 %), ce qui est de l'ordre de la performance moyenne de ALF (implémenté avec une seule fenêtre d'analyse). Le gain en performance n'est donc pas significatif, en dépit d'une perte de simplicité de la procédure de détection.

La conclusion à tirer d'une telle étude est que l'utilisation de coïncidences entre filtres n'est pas à rejeter *a priori*. Elle peut être à l'origine de gain en efficacité de détection non négligeable à bas SNR.

Perte de signal

Si l'information sur l'absence ou la présence de déclenchements coïncidents dans une fenêtre de largeur $\delta\tau_0$ pour deux filtres n'est pas "incorporée" dans un nouveau détecteur, elle peut au contraire être utilisée pour éliminer une partie des fausses alarmes.

Dans ce cas-là, on ne cherche pas à baisser les taux de fausses alarmes mais, à taux de fausses alarmes constant, à éliminer des fausses alarmes à la sortie des deux filtres. Il faut alors bien entendu quantifier la perte de signal provoquée par le processus.

Pour chacun des signaux nous allons calculer la perte de signal pour une coïncidence entre X_{\pm} implémentés avec $N = 30$ et $N = 100$, en fonction de la durée de la fenêtre de coïncidence $\delta\tau_0$, et ce pour des signaux forts (pour chacun des trois types de signaux, SNR optimal = limite de détection + 5).

On peut donc voir sur les figures 3.23 à 3.25 qu'exiger une coïncidence dans une fenêtre de temps ≥ 0.5 ms permet d'éliminer plus de 40 % des fausses alarmes, tout en éliminant respectivement pour les trois types de signaux de l'ordre de 0.4, 8 et 40 % des événements de signal physique. Le pas de temps choisi pour les figures étant de 0.5 ms, il suffit pour voir cela de soustraire à 1 la valeur du premier bin de l'histogramme.

Le tableau 3.10 résume les pertes de signal engendrées lors du processus de coïncidence entre filtres. Pour tous les types de signaux, sauf le type III, 85 à 90 % des événements remplissent la condition de coïncidence $\delta t_{\pm} \in [2, 4]$ ms pour un signal fort, condition qui n'est remplie que pour environ 6 % des événements de bruit uniquement. On peut donc éliminer plus de 95 % des fausses alarmes naturelles du filtre avec une perte de signal au maximum de 15 %. Dans le cas du signal de type III, la perte de signal engendrée est rédhibitoire pour cette condition de coïncidence particulière, puisqu'on perd de l'ordre de 95 % du signal.

Signal	Coïncidence	% du bruit	% du signal
Type I	$\delta t_{\pm} \leq 4$ ms	54.4	99.98
	$\delta t_{\pm} \leq 2$ ms	48.5	14.4
	$\delta t_{\pm} \in [2, 4]$ ms	5.9	85.6
Type II	$\delta t_{\pm} \leq 4$ ms	54.4	99.99
	$\delta t_{\pm} \leq 2$ ms	48.5	11.1
	$\delta t_{\pm} \in [2, 4]$ ms	5.9	88.9
Type III	$\delta t_{\pm} \leq 4$ ms	54.4	99.96
	$\delta t_{\pm} \leq 2$ ms	14.4	95.
	$\delta t_{\pm} \in [2, 4]$ ms	5.9	5.

Tableau 3.10: Fraction de signal ou de bruit remplissant une condition de coïncidence donnée.

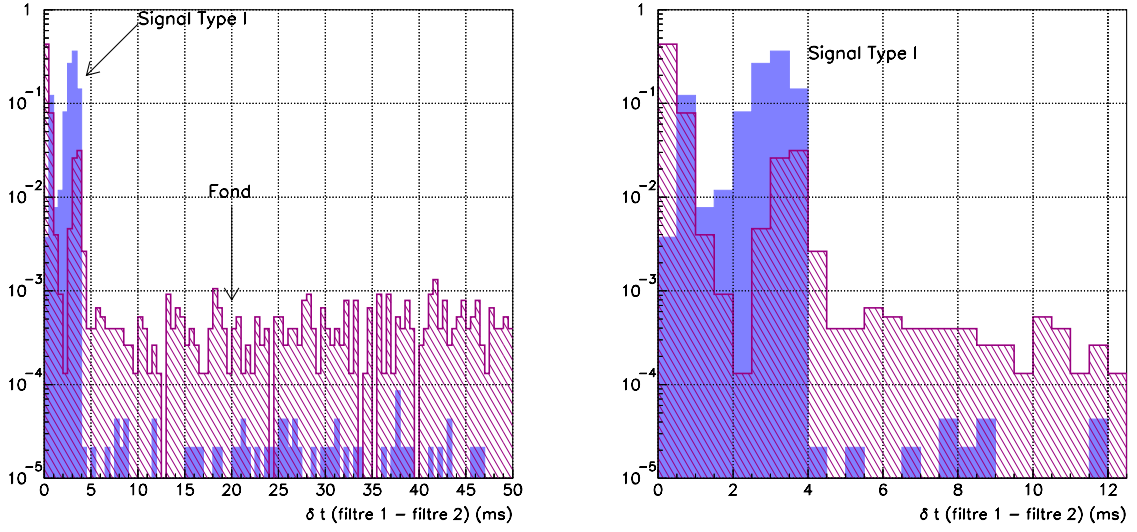


Figure 3.23: Pour un signal de type I (histogramme gris) et des événements de bruit uniquement (histogramme hachuré), distributions de probabilité des intervalles de temps entre des déclenchements des filtres X_{\pm} . À droite, détail pour les petites fenêtres de coïncidences.

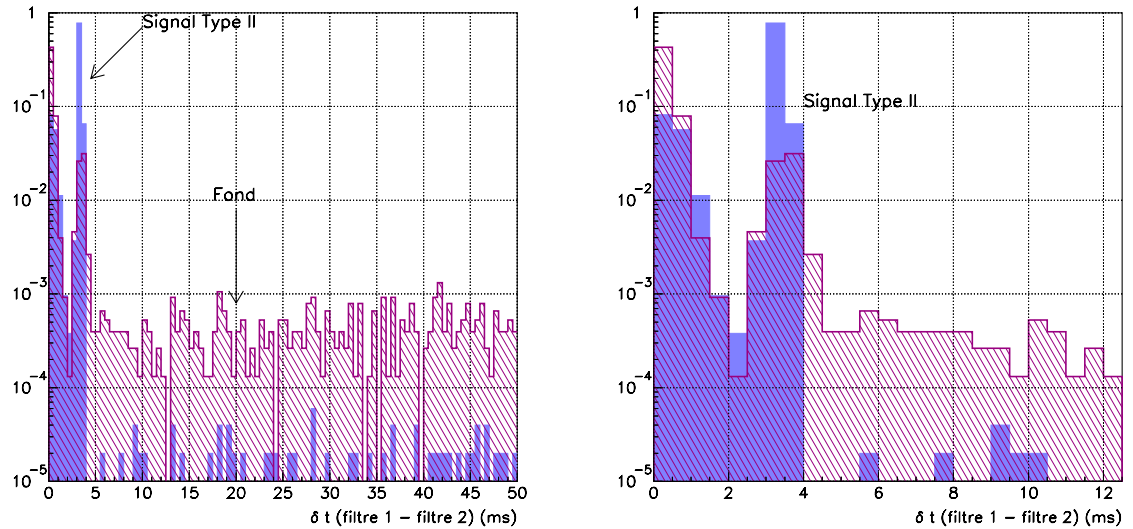


Figure 3.24: Pour un signal de type II (histogramme gris) et des événements de bruit uniquement (histogramme hachuré), distributions de probabilité des intervalles de temps entre des déclenchements des filtres X_{\pm} . À droite, détail pour les petites fenêtres de coïncidences.

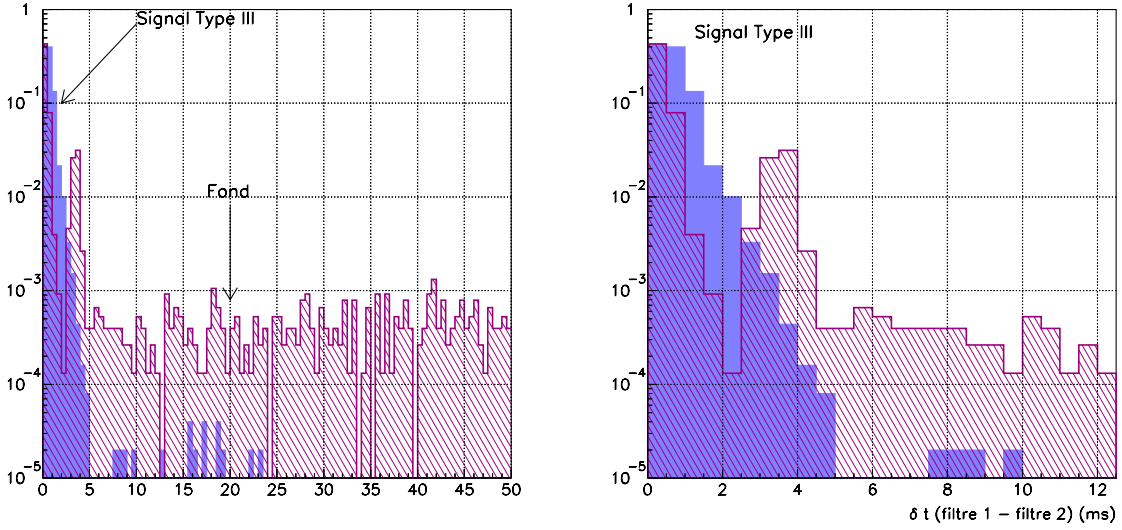


Figure 3.25: Pour un signal de type III (histogramme gris) et des événements de bruit uniquement (histogramme hachuré), distributions de probabilité des intervalles de temps entre des déclenchements des filtres X_{\pm} . À droite, détail pour les petites fenêtres de coïncidences.

3.11.2 Persistance des filtres

Les filtres à fenêtres glissantes implémentés de manière à limiter les chances de non-détection, c'est-à-dire à chaque pas de temps ($\delta t \simeq 5 \times 10^{-5}$ s) possèdent une “mémoire”, et peuvent donner lieu à des phénomènes de persistance. Une fausse alarme pour ALF ne se traduit pas par un événement unique en sortie de filtre. C'est ce qui nous a amené à redéfinir la notion d'événement.

Chaque détecteur implémenté avec une fenêtre d'analyse N différente est caractérisé par une longueur de corrélation $l_{corr} \sim N$. La figure 3.26 représente la fraction de fausses alarmes éliminée en fonction du nombre de déclenchements consécutifs de ALF demandés (pour κ_0), et ce, pour trois tailles de fenêtre d'analyse différentes : 1.5, 5 et 10 ms.

Autrement dit, on obtient là la probabilité d'occurrence $P(n)$ d'une configuration caractérisée par n déclenchements consécutifs lors d'une fausse alarme, en fonction du nombre n . Ainsi, moins de 1% des fausses alarmes pour un détecteur $N = 30$ se manifestent sous la forme d'un amas de plus de 10 déclenchements consécutifs. Cette information peut être utilisée de deux manières complètement opposées.

Tout d'abord, ce nombre de déclenchements consécutifs peut être intégré dans un nouveau détecteur. La condition de détection sera alors la présence de n événements consécutifs en sortie de ALF. On peut comparer ce détecteur ALF_{trig} au détecteur ALF (avec une fenêtre d'analyse) qui ne demande qu'au moins un déclenchement au-dessus du seuil, correspondant à un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \times P(n)$.

Ensuite, pour un taux de fausses alarmes κ_0 donné, l'information sur la taille des amas de déclenchements nous donne la possibilité d'éliminer des fausses alarmes, qui ne rempliront pas la condition $n \geq n_{trig}$. Ou en d'autres termes, d'étiqueter des événements suivant leur probabilité respective d'occurrence, ce qui pourra être utile dans la phase de *commissioning* de la partie centrale de VIRGO, en fonctionnement dans quelques mois, phase pendant laquelle les filtres de sélection en ligne seront testés. Il est à prévoir que les non-gaussiannités du détecteur induiront un nombre plus important que prévu de fausses alarmes. Un tel étiquetage permettra alors de ne concentrer les études de bruit de fond du détecteur qu'aux non-stationnarités réelles, plutôt que sur les fausses alarmes “naturelles” (c'est-à-dire gaussiennes).

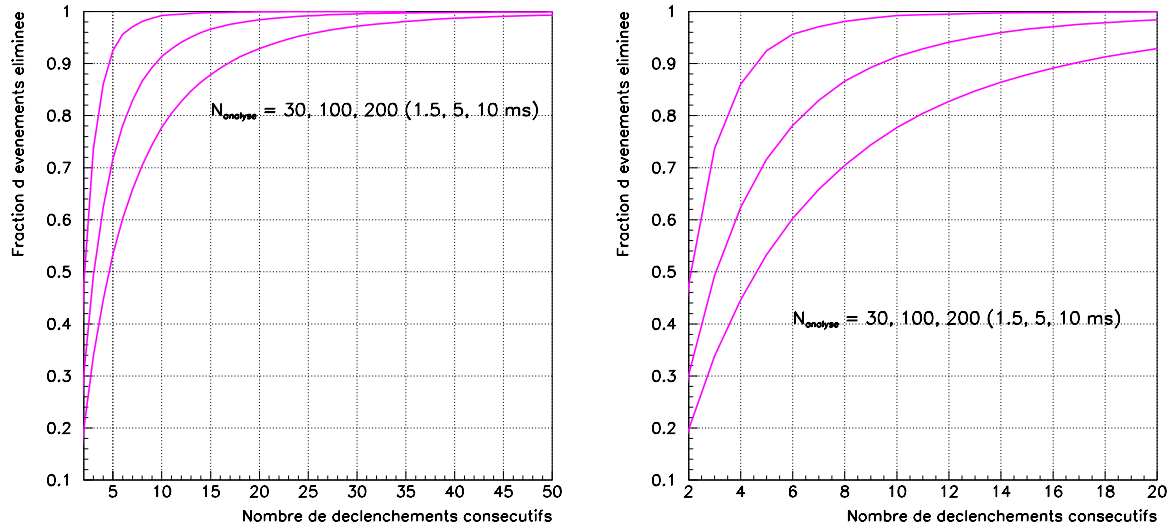


Figure 3.26: Fraction d'événements de bruit éliminés en fonction du nombre de déclenchements consécutifs de ALF (supérieur ou égal) pour trois tailles de fenêtres d'analyse (1.5, 5. et 10 ms de haut en bas). À droite, détail pour un nombre petit de déclenchements consécutifs.

La persistance comme nouveau détecteur

Considérons à titre d'exemple le cas de ALF implémenté avec $N = 30$ qui tient compte du nombre de déclenchements consécutifs, appliqué à un signal de type I. Le nouveau taux de fausses alarmes est $\kappa_0 \times P(n)$. La comparaison avec le filtrage optimal est légitime puisque l'on a vérifié que la performance de ALF était indépendante du taux de fausses alarmes (en tout cas pour des taux assez faibles).

Pour cela, nous allons prendre l'efficacité en sortie du nouveau filtre ALF_{trig} (qui impose le déclenchement consécutifs sur n bins), pour des signaux de $SNR_{optimal}$ limite + 5 (où l'efficacité de ALF seul est environ 100 %), et la comparer à l'efficacité de ALF pour un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \times P(n)$. Les résultats obtenus avec $N = 30$ et $N = 100$ sont respectivement montrés dans les tableaux 3.11 et 3.12. La première colonne de chaque tableau indique le SNR du signal considéré, tandis que la deuxième colonne indique le nombre de déclenchements consécutifs exigés. La troisième colonne donne la probabilité d'occurrence correspondante. Les deux dernières colonnes indiquent les efficacités de détection obtenues avec ALF et ALF_{trig} . On peut voir dans le tableau 3.11 que pour le signal étudié, l'utilisation de l'information sur les déclenchements consécutifs entraîne une perte d'efficacité.

SNR	n déclenchements	$P(n)$	$\epsilon(ALF)$ (%)	$\epsilon(ALF_{trig})$ (%)
$s_{lim}/2$	2	0.5	1.03	0.91
	5	0.075	0.27	0.15
	10	1.6×10^{-3}	0.07	0.01
s_{lim}	2	0.5	32.65	32.43
	5	0.075	17.41	14.77
	10	1.6×10^{-3}	36.04	1.6
$s_{lim} + 5$	2	0.5	99.88	99.84
	5	0.075	99.46	99.29
	10	1.6×10^{-3}	98.36	79.98

Tableau 3.11: Efficacité de détection pour ALF et ALF_{trig} qui tient compte du nombre de déclenchements consécutifs de ALF, pour $N = 30$, pour un signal de type I.

SNR	n déclenchements	$P(n)$	$\epsilon(ALF)$ (%)	$\epsilon(ALF_{trig})$ (%)
$s_{lim}/2$	3	0.5	0.3	0.38
	5	0.075	0.04	0.04
	26	1.6×10^{-3}	0.03	0.01
s_{lim}	3	0.5	25.89	29.1
	5	0.075	12.82	7.0
	26	1.6×10^{-3}	6.6	0.09
$s_{lim} + 5$	3	0.5	91.93	92.97
	5	0.075	79.51	56.16
	26	1.6×10^{-3}	66.26	1.25

Tableau 3.12: Efficacité de détection pour ALF et ALF_{trig} qui tient compte du nombre de déclenchements consécutifs de ALF, pour $N = 100$, pour un signal de type I.

Le tableau 3.12 montre que ALF, qui n'impose aucune contrainte sur le nombre de déclenchements consécutifs, reste plus efficace que ALF_{trig} qui prend en compte l'information apportée par la taille des amas. Deux exceptions : le cas $N = 100$ dans le cas de signaux forts ou à la limite de détection, pour lesquels l'efficacité de ALF_{trig} est plus importante de quelques %. Même si cette comparaison n'a été faite que sur un signal en particulier, on peut donc en conclure qu'un détecteur qui prendrait en compte l'information sur les déclenchements consécutifs de ALF ne serait en général pas plus efficace qu'un détecteur "binaire".

La performance moyennée sur l'ensemble du catalogue ZM pour ALF_{trig} (avec $N = 30$, et en exigeant $n = 10$ déclenchements consécutifs, soit un taux de fausses alarmes de l'ordre de 1.6×10^{-9}) est néanmoins de l'ordre de **84 %** (soit un résultat équivalent à celui obtenu avec ALF et un taux de fausses alarmes $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$), au prix d'une dispersion plus grande des résultats (de l'ordre de 12 %). Il est à noter que dans ce cas-là, de nombreux signaux sont détectés avec une performance de l'ordre de 100 %.

La prise en compte de l'information sur le nombre de déclenchements successifs (dans le cas d'un filtre implémenté avec une seule fenêtre d'analyse) dans un nouveau détecteur semble donc être un bon moyen d'augmenter de manière significative les performances des différents filtres que l'on peut développer. Cette étude devrait donc être généralisée à tous les filtres déjà développés par ailleurs.

Perte de signal

Lorsque l'information sur la taille des amas de déclenchements est prise en compte de manière à éliminer une majorité des fausses alarmes, il faut bien entendu quantifier la **perte de signal** occasionnée par une telle procédure. Celle-ci va bien entendu dépendre de la forme du signal (et de son type pour les signaux du catalogue ZM), mais aussi de sa force (son SNR) et de la taille de la fenêtre d'analyse.

Nous avons choisi d'étudier cette perte de signal pour un signal de chaque type, et ce, pour deux valeurs particulières du SNR : celle qui correspond à la limite de détection pour ALF implémenté avec une seule fenêtre ($N = 30, 100$ ou 200), traduit en valeur du SNR pour le filtrage optimal, et celle correspondant à la limite de détection + 5.

Dans le tableau 3.13, nous avons reporté pour les trois signaux étudiés le nombre moyen de déclenchements consécutifs obtenus avec ALF, en fonction du SNR et de la taille de la fenêtre d'analyse. Nous avons aussi indiqué la probabilité d'occurrence d'une telle configuration pour des événements de bruit uniquement. On peut voir que dans tous les cas, pour un signal fort, le nombre moyen de déclenchements de ces signaux correspond à une probabilité d'occurrence inférieure à 0.3 %, si l'on considère le cas $N = 30$ pour le signal de type I, $N = 100$ pour le signal de type II, et quelque soit la fenêtre d'analyse pour le signal de type III. Pour un signal plus faible, cette probabilité varie entre 2.4 % et 17 % (signal de type I).

Les figures 3.27 à 3.29 montrent la fraction d'événements de signal non éliminés si l'on tient compte de cette information pour rejeter des événements de bruit, en fonction du type du signal ainsi que de son SNR et de la taille de la fenêtre d'analyse. Les caractéristiques essentielles d'une

SNR	\bar{n} (Type I)	\bar{n} (Type II)	\bar{n} (Type III)
(N = 30) limite de détection	3	5	7
(N = 30) limite + 5	14	27	32
$P(\bar{n})_{\text{bruit}}$ limite / limite + 5	26 % / 0.28 %	7.5 % / $\simeq 10^{-4}$ %	2.93 % / $\ll 0.1\%$
(N = 100) limite de détection	7	7	17
(N = 100) limite + 5	11	20	102
$P(\bar{n})_{\text{bruit}}$ limite / limite + 5	17 % / 8.6 %	17 % / 1.6 %	2.47 % / $\ll 0.1\%$
(N = 200) limite de détection	10	16	33
(N = 200) limite + 5	15	31	230
$P(\bar{n})_{\text{bruit}}$ limite / limite + 5	22.3 % / 12 %	10 % / 2.6 %	2.42 % / $\ll 0.1\%$

Tableau 3.13: Pour chaque type de signal et SNR, on donne le nombre moyen de déclenchements consécutifs pour ALF implémenté avec trois fenêtres d'analyse différentes N = 30, 100 ou 200 bins, ainsi que la probabilité d'occurrence pour des événements de bruit.

telle procédure sont résumées dans le tableau 3.14: on indique la perte de signal \mathcal{L} (en %), en fonction du type du signal.

Perte de Signal	Type I	Type II	Type III
$\mathcal{L}(N = 30)$ limite de détection	65 %	54 %	64 %
$\mathcal{L}(N = 30)$ limite + 5	≤ 1 %	≤ 1 %	1 %
$\mathcal{L}(N = 100)$ limite de détection	78 %	68 %	48 %
$\mathcal{L}(N = 100)$ limite + 5	36 %	4 %	2 %
$\mathcal{L}(N = 200)$ limite de détection	87 %	62 %	52 %
$\mathcal{L}(N = 200)$ limite + 5	65 %	17 %	≤ 0.1 %

Tableau 3.14: Perte de signal \mathcal{L} pour les différents types de signaux, et en fonction du SNR, pour trois tailles de fenêtre d'analyse, correspondant à une réduction de 90 % des fausses alarmes.

Les valeurs indiquées ici sont bien entendu indicatives (et de plus pessimistes). Beaucoup de signaux du type I ont en fait pour $N = 30$ une perte moindre à la limite de détection. On peut néanmoins affirmer que la perte moyenne avec une fenêtre adaptée au signal observé (celle qui donnera le maximum en sortie de ALF) à la limite de détection sera de l'ordre de 50 %, si l'on désire réduire de 90 % le flot des fausses alarmes. Pour un signal plus fort (SNR limite + 5), on voit que la perte de signal est en général inférieure à 1 %.

D'autre part, pour un signal de Type I à la limite de détection, la perte moyenne est de 50 % pour une réduction du nombre de fausses alarmes de l'ordre de 80, 74 et 64 % respectivement pour $N = 30, 100, 200$. Pour un signal plus fort, la réduction du nombre de faux événements monte à 99, 92 et 85 %. Pour une perte de signal de l'ordre de 10 % (à fort SNR), la réduction des fausses alarmes est de l'ordre de 98, 72 et 54 % (toujours pour $N = 30, 100, 200$).

Pour un signal de type II à la limite de détection, $\bar{\mathcal{L}} \simeq 50\%$ pour $\bar{R} \simeq 86, 77$ et 84% , qui devient $\bar{R} \simeq 99.9, 98$ et 96% pour un SNR plus important. Pour une perte de signal de l'ordre de 10 % (à fort SNR), la réduction des fausses alarmes est de l'ordre de 99, 95 et 85 % (toujours pour $N = 30, 100, 200$).

Pour un signal de type III à la limite de détection, $\bar{\mathcal{L}} \simeq 50\%$ pour $\bar{R} \simeq 70, 91$ et 88% , qui devient $1 - \bar{R} \lll 1\%$ pour un SNR plus important. Pour une perte de signal de l'ordre de 10 % (à fort SNR), la réduction des fausses alarmes est supérieure à 99.9 % (toujours pour $N = 30, 100, 200$).

Réciproquement, si on se fixe un nombre de déclenchements consécutifs, $n = 5$ par exemple, pour un signal à la limite de détection, on obtient :

- Pour $N = 30$, $\mathcal{R} \simeq 92\%$ et $\bar{\mathcal{L}}_I \simeq 64\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{II} \simeq 60\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{III} \simeq 67\%$,
- Pour $N = 100$, $\mathcal{R} \simeq 70\%$ et $\bar{\mathcal{L}}_I \simeq 46\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{II} \simeq 46\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{III} \simeq 30\%$,
- Pour $N = 200$, $\mathcal{R} \simeq 54\%$ et $\bar{\mathcal{L}}_I \simeq 36\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{II} \simeq 34\%$, $\bar{\mathcal{L}}_{III} \simeq 32\%$,

Pour une supernova située à 10 kpc (supernova galactique), le SNR moyen pour le filtrage optimal des signaux du catalogue ZM est de l'ordre de 11, ce qui en tenant compte du diagramme d'antenne de l'interféromètre nous situe à la limite de détection pour beaucoup de ces signaux. Néanmoins, si on considère la valeur $SNR_{opt} \simeq 10$ à 10 kpc, on voit que la perte de signal attendue est de l'ordre de 10 % pour une réduction de l'ordre de 99 % des fausses alarmes. Le taux de fausses alarmes final est donc de l'ordre de 10^{-8} (soit 0.7 fausses alarmes par heure) pour une efficacité de détection de l'ordre de 90 % (au lieu de l'ordre de 100 % initialement).

Un tel processus semble donc assez prometteur pour pouvoir étiqueter les événements de bruit uniquement par rapport à un signal physique, ou même pour réduire le taux de fausses alarmes d'un facteur 100 pour une perte d'efficacité qui semble raisonnable. Une telle étude devrait être menée pour les autres filtres présentant une longueur de corrélation non nulle.

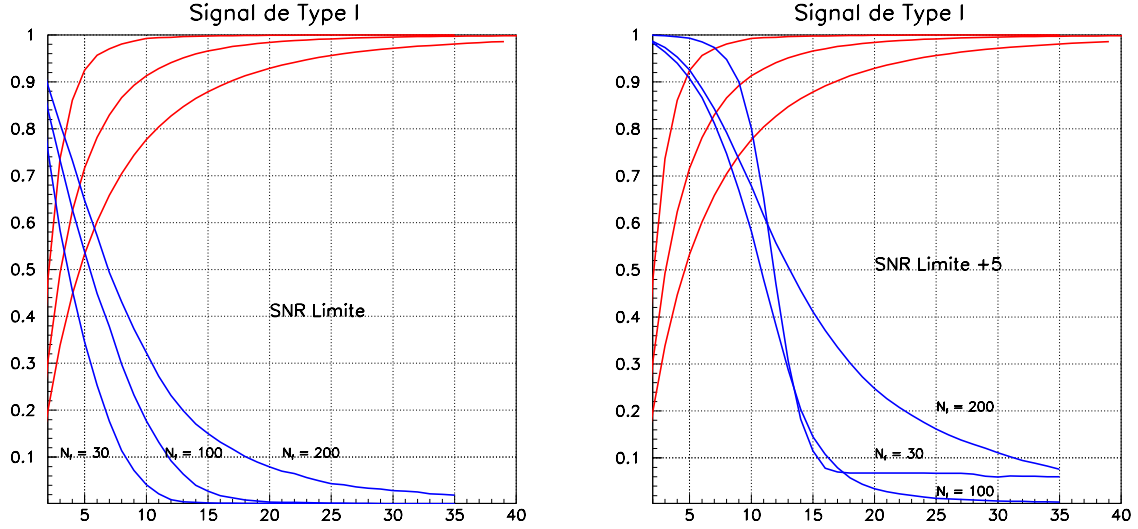


Figure 3.27: Pour un signal de type I à la limite de détection (à gauche) et un SNR fort (à droite), on donne la fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n . On a aussi représenté la fraction d'événements de bruit éliminés lors de cette coupure (voir la figure 3.26).

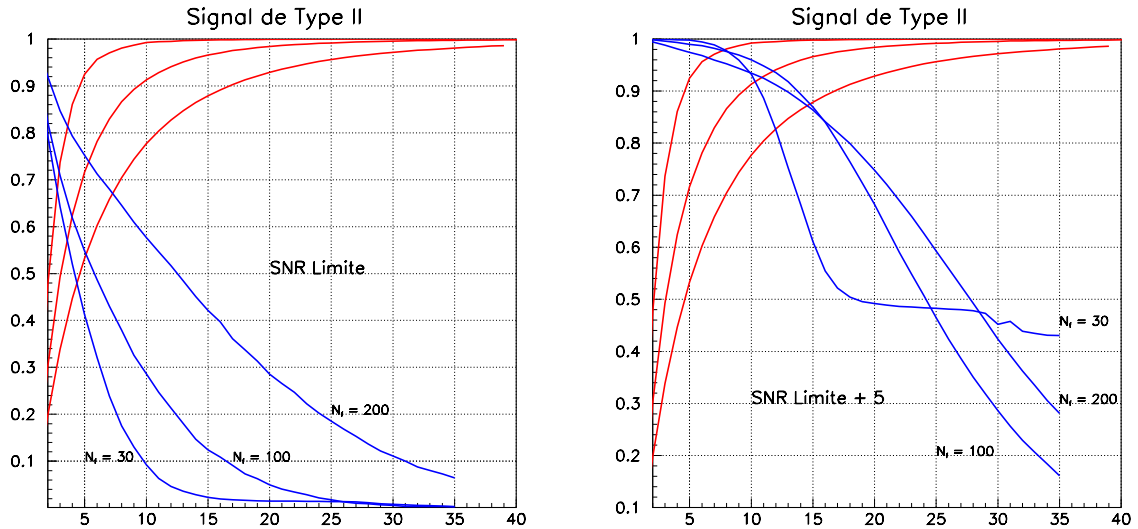


Figure 3.28: Pour un signal de type II à la limite de détection (à gauche) et un SNR fort (à droite), on a représenté la fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n .

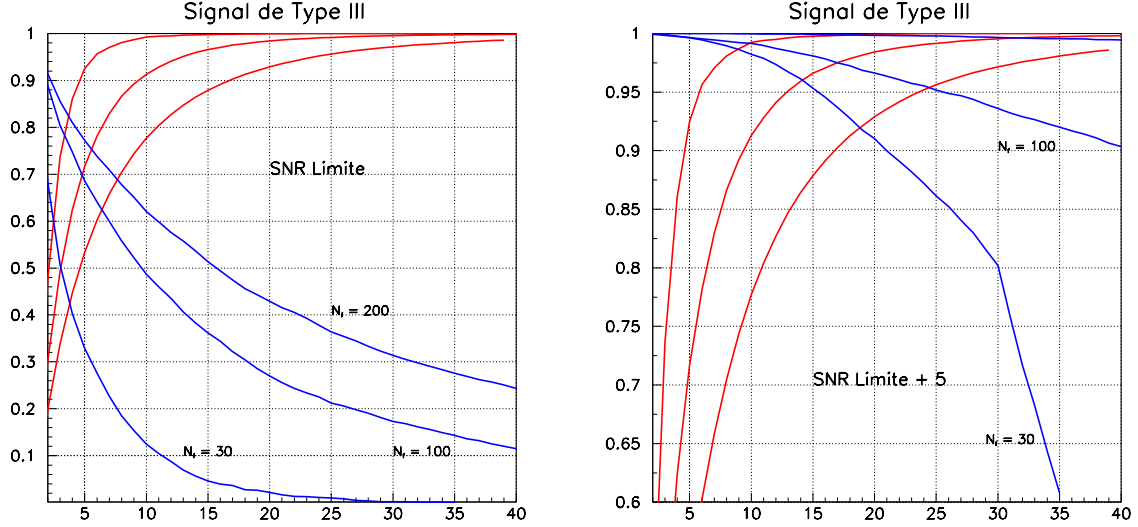


Figure 3.29: Pour un signal de type III à la limite de détection (à gauche) et un SNR fort (à droite), on a représenté la fraction des événements détectés non rejetés par une coupure sur le nombre n de déclenchements consécutifs, en fonction de n .

3.12 Robustesse par rapport au blanchiment des données

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, les données de VIRGO seront blanchies avant d'être fournies aux algorithmes de détection, puisque ceux-ci ont été définis sous l'hypothèse de bruit blanc (et gaussien). Évidemment, cette procédure de pré-blanchiment des données n'est pas parfaite, il nous faut étudier le comportement de ces algorithmes en présence d'un bruit légèrement coloré.

3.12.1 Spécifications pour l'amplitude d'une composante spectrale

Nous avons donc procédé à des simulations de bruit blanc auquel a été ajoutée une composante sinusoïdale du type $A_{bf} \sin(2\pi ft)$ à une fréquence f . A_{bf} désigne l'amplitude de cette composante **à basse fréquence** (jusqu'à 1 kHz). L'excès de fausses alarmes par rapport à la valeur théorique attendue a ensuite été estimée. Pour fixer les idées, le tableau 3.15 donne la valeur de l'amplitude limite $A_{10\%}$ (en unité de la déviation standard théorique du bruit de VIRGO) qui correspond à un accroissement de 10% du nombre de fausses alarmes, dans le cas du filtre ALF final (10 fenêtres en parallèle).

Fréquence (Hz)	$A_{10\%}$ (en unités de σ_{noise})
0.6	2.5×10^{-2}
2	$3. \times 10^{-2}$
10	2.8×10^{-2}
50	2.5×10^{-2}
100	1.5×10^{-2}
500	$4. \times 10^{-2}$
1000	$5. \times 10^{-2}$

Tableau 3.15: Effet d'une procédure de blanchiment imparfaite sur le nombre de fausses alarmes. $A_{10\%}$ est l'amplitude maximale autorisée de la composante à la fréquence f rajoutée au bruit blanc pour un excès de 10% des fausses alarmes

Pour le mode pendule des suspensions de VIRGO (0.6 Hz), on trouve que cette amplitude est

de l'ordre de $2 \times 10^{-2} \times \sigma_{noise}$. Pour les autres fréquences (jusqu'à 1 kHz), elle est comprise dans l'intervalle $2 \times 10^{-2} - 5 \times 10^{-2} (\times \sigma_{noise})$.

La figure 3.30 montre l'évolution de cet excès de fausses alarmes en fonction de l'amplitude de la composante à 0.6 Hz dans une séquence de données imparfaitement blanchies. Une amplitude environ 5 fois plus grande que $A_{10\%}$ donne donc de l'ordre de 10 fois plus de fausses alarmes. Cela prouve que la procédure de blanchiment est une étape cruciale de la chaîne d'acquisition des données de VIRGO, et qu'un filtre comme ALF, étudié avec l'hypothèse de bruit blanc, est très sensible à un mauvais blanchiment des données.

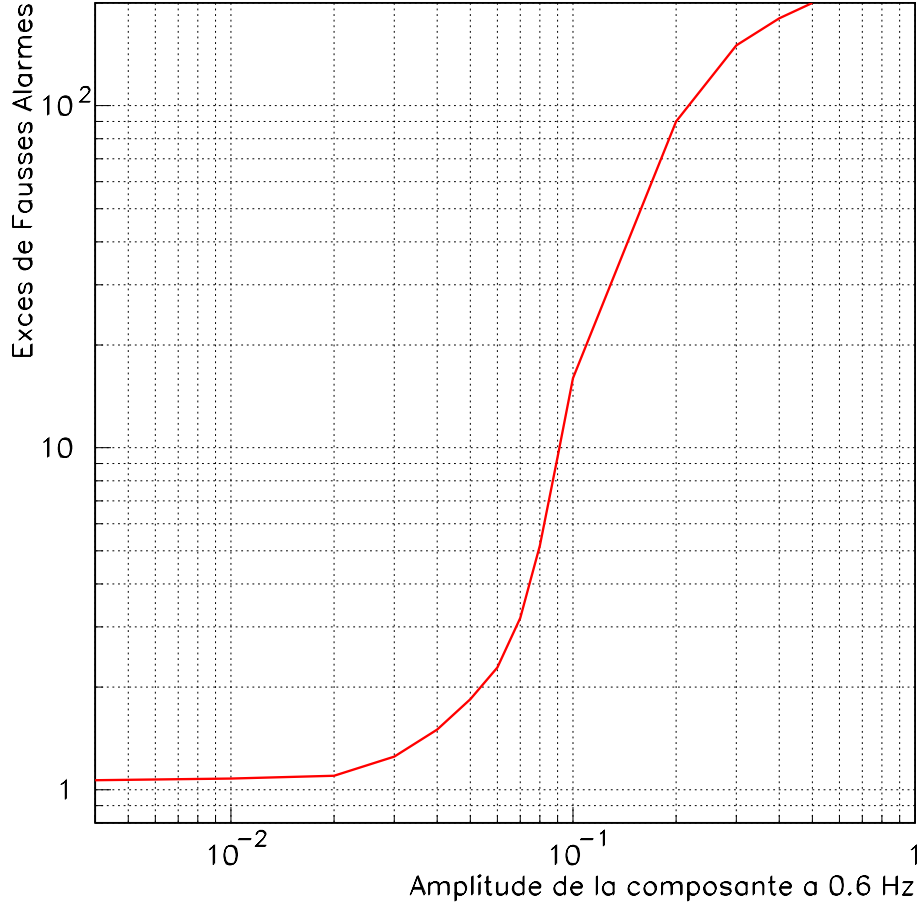


Figure 3.30: Excès de fausses alarmes en fonction de l'amplitude d'une composante à basse fréquence (ici 0.6 Hz). Cet excès est mesuré par la quantité (Nombre effectif de fausses alarmes)/(Nombre de fausses alarmes attendu). L'amplitude est mesurée relativement à la déviation standard du bruit ($\simeq 4 \times 10^{-21}$). Dans cette figure, l'amplitude $A_{10\%}$ représente un excès de fausses alarmes égal à 1.1.

3.12.2 Mesure de la blancheur du spectre

Une mesure de la blancheur spectrale de séquences de données est le calcul de la quantité ζ [232]:

$$\zeta = \frac{e^{\left(\frac{2}{f_s} \int_0^{f_s/2} \ln S_h(f) df\right)}}{\frac{2}{f_s} \int_0^{f_s/2} S_h(f) df} \quad (3.56)$$

avec f_s la fréquence d'échantillonnage et $S_h(f)$ la densité spectrale (unilatérale) de puissance. Ce paramètre vérifie :

$$0 \leq \zeta \leq 1 \quad (3.57)$$

De manière générale, un bruit blanc sera caractérisé par $\zeta \simeq 1$, tandis qu'une densité spectrale très piquée aura une valeur de ζ proche de 0.

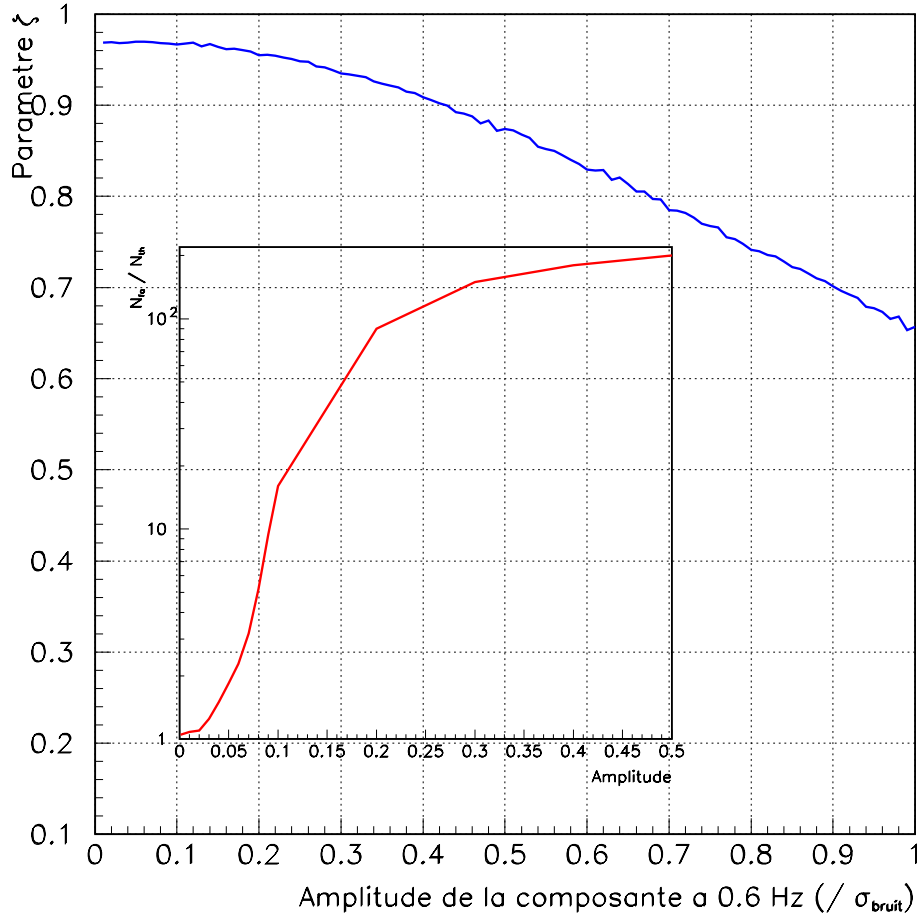


Figure 3.31: Évolution du paramètre ζ , caractérisant le blanchiment des données, moyenné sur de nombreuses réalisations du bruit, en fonction de l'amplitude de la composante à 0.6 Hz. En encart, l'excès de fausses alarmes en fonction de cette même amplitude.

La courbe 3.31 montre l'évolution de ce paramètre, calculé à partir de 16384 points de données (soit 0.8192 s), et moyenné sur de nombreuses réalisations du bruit, pour différentes amplitudes de composantes à basse fréquence (0.6 Hz) rajoutées au bruit blanc. Un paramètre ζ très proche de 1 ne garantit donc pas un comportement idéal des algorithmes de détection. Déjà pour $\zeta \lesssim 0.95$, le nombre de fausses alarmes obtenues est 100 fois supérieur au taux théorique.

D'autre part, pour les autres fréquences, le tableau 3.16 montre le paramètre ζ calculé à partir de séquences de bruit auquel on a ajouté une composante de fréquence f d'amplitude $A_{10\%}$. D'une manière générale, on voit que $\zeta \simeq 0.97$, ce qui nous donne une spécification précise pour le caractère blanc du spectre des données sur une large plage de fréquences. On a pu voir d'autre part dans le chapitre II.1 que les algorithmes de blanchiment envisagés pour VIRGO peuvent atteindre des performances de l'ordre de $\zeta \simeq 0.98 - 0.99$. Il faudra néanmoins prêter attention à la valeur précise de ce paramètre, lors de l'implémentation pratique de la chaîne de traitement et d'analyse des données de VIRGO.

Fréquence (Hz)	ζ
0.6	0.9688
2	0.9688
10	0.9688
50	0.9686
100	0.9686
500	0.9685
1000	0.9675

Tableau 3.16: Paramètre ζ obtenu dans le cas d'une amplitude d'une composante de fréquence variable correspondant à un excès de fausses alarmes de 10 % (par rapport à $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$).

3.13 Résolution en temps

La précision intrinsèque d'un détecteur est limitée par sa fréquence d'échantillonnage, qui est 5×10^{-5} s dans le cas de VIRGO. En outre, lors de la procédure de **reconstruction** de $h(t)$ [226], l'incertitude sur la reconstruction de l'amplitude du signal est de l'ordre de 5 %, tandis que pour un signal de $\text{SNR} = 20$, la résolution attendue pour une expérience de "temps de vol" entre deux détecteurs devrait être de l'ordre de 100 μs pour des signaux de durée $\simeq 1$ ms. La résolution intrinsèque du système GPS étant de l'ordre de 1 μs , des retards dans la reconstruction de l'ordre de 20 μs semblent raisonnables.

Des études préliminaires ([272]) montrent que la résolution en temps de filtres tels que le Peak Correlator (corrélation des données avec un pic de forme gaussienne, d'écart-type variable) appliqué à des signaux de types pics gaussiens est de l'ordre de 0.1 ms. Plus précisément, la résolution temporelle peut s'écrire :

$$\Delta t_{RMS} \simeq 1.45 \times \frac{\tau(ms)}{\rho} \quad (3.58)$$

pour un signal $\exp(-t^2/2\tau^2)$ d'amplitude définie par son SNR optimal ρ .

Une étude des erreurs systématiques et statistiques dans la localisation en temps du signal se révèle nécessaire si l'on souhaite étudier des phénomènes de coïncidences entre détecteurs d'ondes gravitationnelles ou même entre détecteurs d'ondes gravitationnelles et détecteurs de neutrinos ou encore des coïncidences gravito-optiques (sursauts gammas par exemple).

Bien entendu, ces erreurs $\bar{\Delta}t$ (erreur systématique, c'est-à-dire l'intervalle de temps entre un déclenchement du filtre et le temps du maximum du signal considéré) et Δt_{RMS} (dispersion statistique sur cet intervalle de temps) vont dépendre du type de signal, de la distance de la source, ou autrement dit, du SNR pour le filtrage optimal du signal considéré, ainsi que de la taille de la fenêtre d'analyse choisie pour ALF (ou plus généralement du filtre choisi). Dans cette étude, nous avons donc choisi un signal caractéristique de chaque type dans le catalogue ZM, et calculé les erreurs systématiques et statistiques sur les temps d'arrivée pour un signal à la limite de détection pour ALF (s_{lim}) et une valeur plus forte du SNR ($s_{lim} + 5$). $\bar{\Delta}t$ représente ici l'intervalle de temps entre le maximum en amplitude du signal considéré et le premier déclenchement du filtre en question (bien entendu, ces erreurs dépendront aussi du seuil de détection, mais un tel effet n'a pas été étudié ici).

Il est aussi intéressant de comprendre ce qui se passe dans le cas d'un signal plus simple (ou, en tout cas, dont on contrôle les paramètres). Nous avons donc étudié la résolution en temps dans le cas de signaux gaussiens, de largeurs à mi-hauteur variables, mais aussi dans le cas de signaux de formes très proches de celles des signaux du catalogue ZM (dont les paramètres physiques sont accessibles).

3.13.1 Signaux “de type” ZM

La plupart des signaux du catalogue ZM peuvent être représentés de la manière suivante (voir la figure 3.32) :

- une augmentation de l’amplitude gravitationnelle, caractérisée par un temps de montée τ_0 ,
- un premier maximum local A_{max} ,
- une chute brutale de l’amplitude, pendant laquelle intervient le rebond du noyau,
- un minimum local A_{min} ,
- le maximum et le minimum sont séparés de δt_0 ,
- une phase d’oscillations amortie (*ringdown*), constante de temps τ_1 et fréquence f_{osc} .

On négligera ici l’effet de la dernière phase, en fixant $\tau_1 = 5$ ms, et $f_{osc} \simeq 1.5$ kHz (qui semblent caractéristiques en moyenne d’une majorité des signaux du catalogue). Les paramètres libres sont donc le rapport A_{max}/A_{min} , ainsi que les valeurs de τ_0 et de δt_0 , qui caractérisent la rapidité de la montée du signal, le rapport entre les amplitudes des deux pics successifs (positifs et négatifs), ainsi que la durée qui les sépare. Cette durée est particulièrement importante du point de vue de la coïncidence avec des détecteurs de neutrinos, puisque c’est pendant cet intervalle de temps δt_0 que seront émis les neutrinos lors d’une supernova de type II.

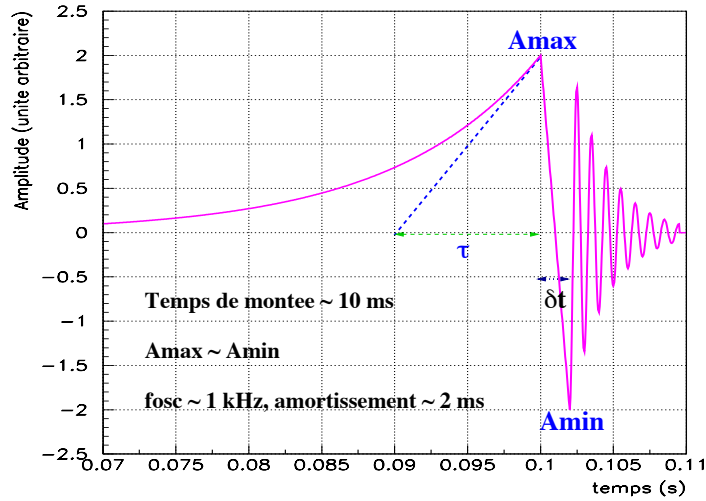


Figure 3.32: Schématisation d’un signal type du catalogue ZM (signal “de type ZM”).

Il nous faut alors déterminer la limite de détection pour ces signaux particuliers. Pour des amplitudes minimales et maximales vérifiant en valeur absolue $A_{max}/A_{min} = 1, 4$ ou $1/4$, les résultats sont montrés dans le tableau 3.17.

$(\tau_0, \delta t_0)$ (ms)	$s_{lim} A_{max} = A_{min} $	$s_{lim} A_{max} \ll A_{min} $	$s_{lim} A_{max} \gg A_{min} $
(1 , 0.1)	8.7	21.5	5.15
(1 , 2.)	7.6	8.6	4.8
(10 , 0.1)	8.	17.5	7.6
(10 , 2.)	8.5	9.	7.6

Tableau 3.17: SNR optimal s_{lim} de détection pour ALF, pour les différentes configurations étudiées dans les signaux “de type” ZM. Ce SNR limite est plus fort dans le cas où $|A_{max}| \ll |A_{min}|$. Ici, la fenêtre d’analyse est de taille 1.5 ms.

À même rapport $|A_{max}|/|A_{min}|$, ALF est donc plus efficace pour le couple $(\tau_0, \delta t_0) = (1, 2)$, c'est-à-dire, une montée rapide du signal suivie par un long intervalle entre les deux extréma : c'est le cas d'une étoile où la rotation forte va ralentir l'effondrement et donc le rebond. La localisation en temps de ce moment précis du rebond ne sera donc pas optimale : une bonne performance s'accompagne donc *a priori* d'une moins bonne localisation en temps (équivalent d'un *principe d'incertitude*). D'autre part on peut remarquer que les limites de détection sont très dispersées : les signaux du catalogue seront donc détectés avec des performances diverses, ce que l'on a pu vérifier dans le paragraphe 3.10.

Dans tous les cas (temps de montée court ou long), c'est lorsque le minimum local est le plus prononcé que la détection sera la meilleure (en tout cas, elle aura lieu pour un SNR optimal plus faible). C'est le cas pour une grande partie des signaux ZM.

3.13.2 Erreurs systématiques et statistiques

Pour mesurer les erreurs sur la localisation en temps d'un signal détecté, il faut déterminer un **estimateur** du temps d'arrivée du signal, ou plus exactement du temps du maximum du signal en question. On peut penser au temps du **premier déclenchement** de ALF (t_{1st}), qui va dépendre de la force du signal et du seuil de détection, mais aussi au temps de déclenchement où la valeur de ALF est **maximale** (t_{max}).

On pourrait aussi étudier toute combinaison du type $t_{1st} + \delta t$, et minimiser $\bar{\Delta}t$ pour obtenir δt , mais un tel processus est fortement dépendant du signal (et de la fenêtre d'analyse). Les études qui suivent portent (sauf mention contraire) sur ALF implémenté avec une fenêtre d'analyse de longueur 1.5 ms : c'est celle qui correspond au maximum de la performance de ALF implémenté avec une seule fenêtre (voir paragraphe 3.10.2), et évidemment, c'est celle qui donnera une résolution en temps dans la plupart des cas la meilleure (puisque c'est une fenêtre de courte durée).

Signaux gaussiens

Pour un tel signal, la résolution en temps $\bar{\Delta}t \pm \Delta t_{RMS}$ en ms est donnée dans le tableau 3.18, pour l'estimateur du temps d'arrivée basé sur le temps de premier déclenchement, et dans le tableau 3.19 pour l'estimateur basé sur le temps du maximum de la valeur de ALF.

Le passage de t_{1st} à t_{max} donne dans tous les cas un gain sur l'erreur systématique $|\bar{\Delta}t|$ à faible SNR ($|\bar{\Delta}t|$ diminue), tandis que pour un signal de fort SNR, le gain sur $|\bar{\Delta}t|$ est accompagné d'une augmentation de Δt_{RMS} . D'autre part, Δt_{RMS} augmente avec τ , la largeur du pic gaussien, tout comme $|\bar{\Delta}t_{1st}|$ (quelque soit le SNR) alors que $|\bar{\Delta}t_{max}|$ est plus grand pour les pic étroits à faible SNR (c'est le contraire pour un signal fort).

SNR optimal	$\tau = 0.5$ ms	$\tau = 1.5$ ms	$\sigma = 3.5$ ms	$\tau = 5$ ms
s_{lim}	- 1.14 \pm 0.3 ms	-1.17 \pm 0.65 ms	-1.2 \pm 1.5 ms	-1.22 \pm 2.17 ms
$s_{lim} + 5$	-1.7 \pm 0.11 ms	-2.34 \pm 0.36 ms	-3.2 \pm 1. ms	-3.94 \pm 1.52 ms

Tableau 3.18 : Erreurs systématiques et statistiques en prenant comme estimateur du temps d'arrivée le temps de premier déclenchement de ALF, pour différentes largeurs à mi-hauteur τ du signal gaussien.

SNR optimal	$\tau = 0.5$ ms	$\tau = 1.5$ ms	$\tau = 3.5$ ms	$\tau = 5$ ms
s_{lim}	- 0.57 \pm 0.31 ms	-0.48 \pm 0.66 ms	-0.49 \pm 1.45 ms	-0.18 \pm 2.1 ms
$s_{lim} + 5$	-0.72 \pm 0.32 ms	-0.2 \pm 0.83 ms	0.98 \pm 1.28 ms	-2.1 \pm 1.63 ms
$\Delta t_{RMS}/\tau(ms)$	0.62 / 0.64 ms	0.44 / 0.55 ms	0.41 / 0.37 ms	0.42 / 0.33 ms

Tableau 3.19 : Erreurs systématiques et statistiques pour un SNR à la limite de détection et un SNR fort (limite + 5) dans le cas où l'estimateur du temps d'arrivée est le temps de la valeur maximum de la sortie de ALF. En bas, valeur de la résolution relative (rapport de $\Delta t_{RMS}/\tau$), pour les deux SNR.

Bien entendu, les valeurs obtenues pour des pics gaussiens larges indiquent d'une part que la fenêtre d'analyse n'est pas adaptée au signal : pour des tailles plus grandes, le biais obtenu avec t_{max} est plus petit. On peut remarquer que, dans la majorité des cas, les résultats semblent du même ordre de grandeur, si l'on considère la quantité $|\bar{\Delta}t \pm \Delta t_{RMS}| \lesssim 1$ ms.

On peut observer que la résolution pour t_{max} est toujours de l'ordre de 0.5 ms. La figure 3.33 montre les distributions des différences entre les temps t_{1st} et t_{max} et le maximum physique du signal dans le cas d'un signal gaussien de largeur à mi-hauteur $\tau = 1.5$ ms, de $SNR = 11$. À cause de la symétrie des maximums de ALF par rapport au maximum du signal (expliqué dans le paragraphe 3.3), l'erreur systématique est moins grande si on prend t_{max} comme estimateur du temps d'arrivée, au prix d'une dispersion des résultats plus grande : le **vrai** maximum de ALF, unique, sera, suivant la configuration de bruit, soit le premier maximum, soit le second maximum.

On peut en déduire un comportement général pour la dispersion statistique Δt_{RMS} et le biais $|\bar{\Delta}t|$ avec N la taille de la fenêtre d'analyse en ms :

- à fort SNR, $|\bar{\Delta}t| + N/f_0 \simeq -0.5 \times \frac{\tau(ms)}{1 \text{ ms}}$
- à faible SNR, $|\bar{\Delta}t| \simeq 1.2$ ms et donc $|\bar{\Delta}t| + N \simeq 0.3$ ms
- $\Delta t_{RMS} \simeq 2.5 \times \frac{\tau}{\rho}$ ms avec τ en ms et ρ le SNR optimal du pic gaussien

Pour un pic étroit ($\tau \lesssim 2$ ms), on aura donc un biais systématique en prenant $t_{1st} + N$ comme estimateur du temps d'arrivée au maximum de 0.5 ms, avec une dispersion statistique de l'ordre de 0.6 ms au maximum (quelque soit le SNR). La majorité des déclenchements ainsi localisés seront donc à moins de 1 ms du maximum du signal physique.

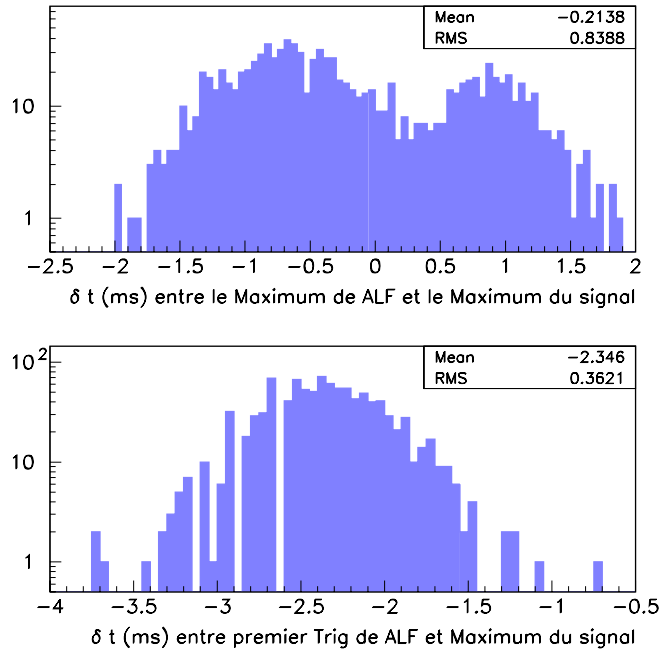


Figure 3.33: En haut : différence en temps entre le maximum de ALF et le maximum physique du signal, et en bas, différence en temps entre le temps de premier déclenchement de ALF et le maximum physique du signal, pour un signal gaussien avec $\tau = 1.5$ ms ($SNR = 11$). Comme on l'a vu dans le paragraphe 3.3, les maximums de ALF sont symétriques par rapport au maximum du signal. Dans le premier cas, on a donc un biais plus faible au détriment d'une dispersion plus grande, alors que c'est le contraire si on prend le temps de premier déclenchement comme estimateur du temps d'arrivée.

Signaux “de type” ZM

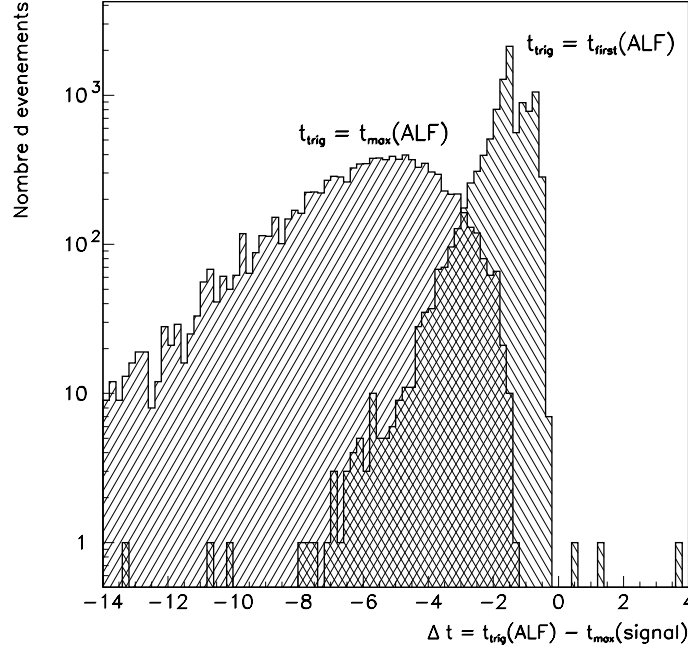


Figure 3.34: Distributions de la différence entre la valeur de l’estimateur du temps d’arrivée du signal et le temps du maximum (physique) du signal pour les deux estimateurs : temps de premier déclenchement et temps du maximum de ALF. Ces distributions ont été obtenues pour un signal “de type” ZM (voir fig. 3.32).

$(\tau_0, \delta t_0)$ (ms)	$\Delta t \mid A_{max} = A_{min}$	$\Delta t \mid A_{max} \ll A_{min}$	$\Delta t \mid A_{max} \gg A_{min}$
$(1, 0.1), s_{lim}$	-1.68 ± 0.28 ms	-0.71 ± 1.10 ms	-1.67 ± 0.28 ms
$s_{lim} + 5$	-1.97 ± 0.23 ms	-1.03 ± 0.78 ms	-2.17 ± 0.23 ms
$(1, 2.), s_{lim}$	-2.04 ± 0.66 ms	-0.59 ± 0.24 ms	-2.07 ± 0.41 ms
$s_{lim} + 5$	-2.69 ± 0.28 ms	-0.95 ± 1.37 ms	-2.82 ± 0.24 ms
$(10, 0.1), s_{lim}$	-3.50 ± 1.92 ms	-3.41 ± 2.10 ms	-3.60 ± 1.94 ms
$s_{lim} + 5$	-6.02 ± 2.42 ms	-4.88 ± 2.37 ms	-6.94 ± 2.32 ms
$(10, 2.), s_{lim}$	-4.2 ± 1.97 ms	-0.70 ± 0.84 ms	-4.12 ± 1.98 ms
$s_{lim} + 5$	-7.19 ± 2.38 ms	-1.26 ± 1.25 ms	-7.45 ± 2.34 ms

Tableau 3.20: Résolution en temps (biais $\bar{\Delta t}$ et dispersion Δt_{RMS}) dans le cas de signaux “de type” ZM, en fonction des rapports des amplitudes des deux extréma, du temps de montée τ_0 du premier maximum, de l’intervalle de temps δt_0 entre les deux extréma, et du SNR optimal du signal considéré. L’estimateur du temps d’arrivée est ici le temps de premier déclenchement.

Les tableaux 3.20 et 3.21 nous montrent que pour un rebond de même durée (donc pour un même taux de rotation, puisque ce sont les forces centrifuges qui ralentissent le rebond) et donc un même δt_0 , et un même rapport $|A_{max}/A_{min}|$, l’erreur systématique augmente tout comme la dispersion lorsque le SNR augmente, sauf pour le couple $(\tau_0, \delta t_0) = (1, 0.1), \forall |A_{max}/A_{min}|$, et pour le couple $(\tau_0, \delta t_0) = (1, 2)$ pour $|A_{max}| \geq |A_{min}|$, pour lesquels l’erreur systématique augmente alors que la dispersion diminue.

D’un autre côté, pour un même SNR, les erreurs systématiques et statistiques varient encore dans le même sens (augmentation) pour toutes les configurations lorsque τ_0 augmente, sauf pour

$(\tau_0, \delta t_0)$ (ms)	$\Delta t A_{max} = A_{min} $	$\Delta t A_{max} \ll A_{min} $	$\Delta t A_{max} \gg A_{min} $
(1, 0.1)	-1.17 ± 0.40 ms	-0.19 ± 1.24 ms	-1.17 ± 0.40 ms
$s_{lim} + 5$	-1.14 ± 0.51 ms	0.13 ± 1.21 ms	-1.47 ± 0.25 ms
(1, 2.)	-1.40 ± 0.70 ms	-0.06 ± 0.39 ms	-1.53 ± 0.38 ms
$s_{lim} + 5$	-0.33 ± 0.87 ms	-0.13 ± 0.54 ms	-1.57 ± 0.47 ms
(10, 0.1)	-2.60 ± 1.57 ms	-2.24 ± 1830 ms	-2.60 ± 1.63 ms
$s_{lim} + 5$	-1.62 ± 0.74 ms	-1.27 ± 1.34 ms	-1.64 ± 0.73 ms
(10, 2.)	-3.1 ± 1.63 ms	-0.11 ± 0.52 ms	-3.10 ± 1.62 ms
$s_{lim} + 5$	-1.91 ± 0.97 ms	-0.04 ± 0.53 ms	-2.12 ± 0.85 ms

Tableau 3.21: Résolution en temps (biais $\bar{\Delta}t$ et dispersion Δt_{RMS}) dans le cas de signaux “de type” ZM, en fonction des rapports des amplitudes des deux extréma, du temps de montée τ_0 du premier maximum, de l'intervalle de temps δt_0 entre les deux extréma, et du SNR optimal du signal considéré. L'estimateur du temps d'arrivée est ici le temps du maximum de sortie du détecteur ALF.

$|A_{max}| \ll |A_{min}|$, $\delta t_0 = 2$ ms, et un SNR fort. La localisation en temps est donc meilleure dans le cas où le pic négatif est plus important (avec un SNR fort), et où le rebond est moins bien localisé (puisqu'il intervient pendant l'intervalle de temps δt_0 qui est ici plus important). Ces signaux-là possèdent on l'a vu une limite de détection pour un SNR optimal autour de 8-9, mais leur localisation en temps est meilleure par rapport aux autres configurations, lorsque le SNR est fort.

Enfin, on peut voir que l'influence d'une augmentation de δt_0 se traduit par une augmentation de l'erreur systématique et de la dispersion dans toutes les configurations, sauf dans le cas où $|A_{max}| \ll |A_{min}|$ avec $\tau_0 = 10$ ms (\forall SNR) ou avec $\tau_0 = 0.1$ ms pour un SNR faible. Pour un signal avec un pic négatif très prononcé, mais une montée lente du premier maximum, un intervalle entre les deux extréma plus long améliore donc la localisation en temps.

Signaux du catalogue ZM

Pour les mêmes signaux du catalogue ZM que pour les études précédentes, on trouve les résultats exposés dans les tableaux 3.22 et 3.23.

SNR optimal	Type I	Type II	Type III
s_{lim}	-0.52 ± 0.42 ms	-0.95 ± 0.6 ms	-1.55 ± 1.7 ms
$s_{lim} + 5$	-0.15 ± 0.50 ms	-1.45 ± 0.09 ms	-3.0 ± 1.3 ms

Tableau 3.22: Résolution en temps (systématique et statistique) pour des signaux ZM des 3 types, en fonction du SNR optimal du signal considéré. L'estimateur du temps d'arrivée est ici le temps de premier déclenchement de ALF.

SNR optimal	Type I	Type II	Type III
s_{lim}	-0.52 ± 0.42 ms	-0.31 ± 0.62 ms	-0.98 ± 1.75 ms
$s_{lim} + 5$	-0.15 ± 0.50 ms	0.21 ± 1.2 ms	0.17 ± 2.58 ms

Tableau 3.23: Résolution en temps (systématique et statistique) pour des signaux ZM des 3 types, en fonction du SNR optimal du signal considéré. L'estimateur du temps d'arrivée est ici le temps de déclenchement qui donne le maximum de la valeur de ALF.

Pour des SNR petits, le passage de t_{1st} à t_{max} engendre une augmentation de $|\bar{\Delta}t|$, mais pas de Δt_{RMS} , quelque soit le type du signal considéré. En revanche, le même passage pour un signal fort

s'accompagne en plus d'une augmentation de la dispersion statistique pour les signaux de type II et III (ceux pour lesquels la taille de fenêtre n'est pas optimalement adaptée).

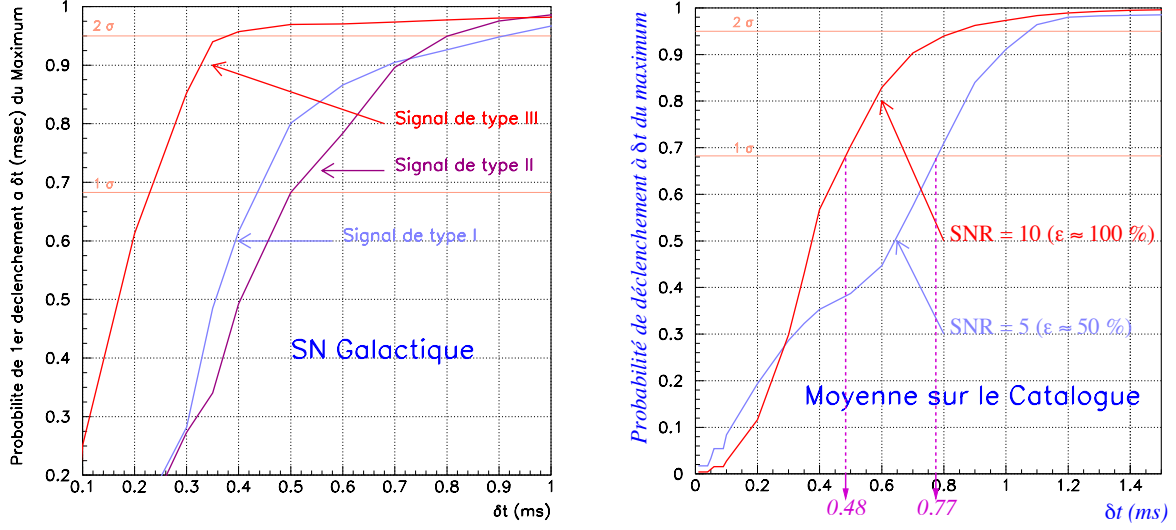


Figure 3.35: Gauche : Dans le cas d'un signal ZM de SNR optimal = 10 (correspondant à un événement galactique, détecté avec une bonne efficacité), on a représenté la probabilité de trouver le maximum physique du signal à δt du premier déclenchement de ALF, en fonction du type du signal. Les lignes horizontales marquent les niveaux correspondant à 68 % de probabilité (déviations à un sigma dans le cas d'une distribution gaussienne) ou à 95 % (2 sigmas). Droite : même probabilité moyennée sur tout le catalogue, en fonction de l'origine, galactique (SNR $\simeq 10$) ou extragalactique (SNR $\simeq 5$), du signal détecté. On trouve donc la majorité des maxima à moins de 0.5 ms du temps de premier déclenchement pour ALF pour un signal faible, et à moins de 0.8 ms pour un signal fort.

SNR	Type I	Type II	Type III
5	0.5 ms	0.5 ms	0.5 ms
10	0.1 ms	0.1 ms	1 ms

Tableau 3.24: Intervalle de temps séparant le premier déclenchement de ALF du maximum physique du signal pour 68 % des simulations (résolution temporelle), en fonction du type du signal, pour un SNR optimal de 5 ou 10 (correspondant à une efficacité de détection de l'ordre de 50 % ou 100 %).

En résumé, le tableau 3.13.2 montre la valeur δt (en ms) telle que 68 % de événements sont détectés (par ALF) dans un intervalle de temps inférieur à δt autour du pic principal du signal : c'est ce qu'on appellera la **résolution temporelle** du filtre considéré. À faible SNR, la grande majorité des signaux est pour la première fois détectée dans un intervalle de 0.5 ms autour du maximum du signal physique. Cette résolution devient 0.1 ms pour les signaux de Type I et II à fort SNR, tandis qu'elle est de l'ordre de 1 ms dans le cas particulier des signaux de type III.

Des moyennes sur tous les signaux du catalogue ZM montrent que pour 68 % des signaux du catalogue l'intervalle de temps entre le premier déclenchement de ALF et le maximum du signal est de l'ordre de 0.5 ms pour un SNR de 10, et de l'ordre de 0.8 ms pour un SNR de 5, comme on peut le voir sur la figure 3.35. À faible SNR, la résolution temporelle est donc de l'ordre de 0.8 ms, tandis qu'elle vaut 0.5 ms dans le cas de signaux forts ; dans le cas de signaux *galactiques*, elle vaut $\simeq 0.2$ ms pour des signaux de type III, et comprise entre 0.4 et 0.5 ms pour des signaux de type I et II.

Les figures 3.36 à 3.41 montrent pour chaque signal considéré ici (dont on montre également l'évolution temporelle), et en fonction du SNR, les distributions obtenues pour les différences entre les temps de premier déclenchement ou de maximum pour ALF, et le temps du maximum physique du signal étudié.

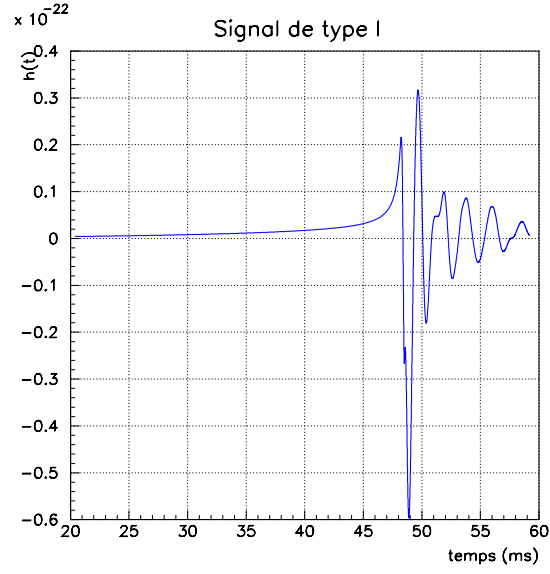


Figure 3.36: Allure en fonction du temps du signal ZM de type I utilisé, caractérisé par un pic prononcé suivi d'oscillations à haute fréquence.

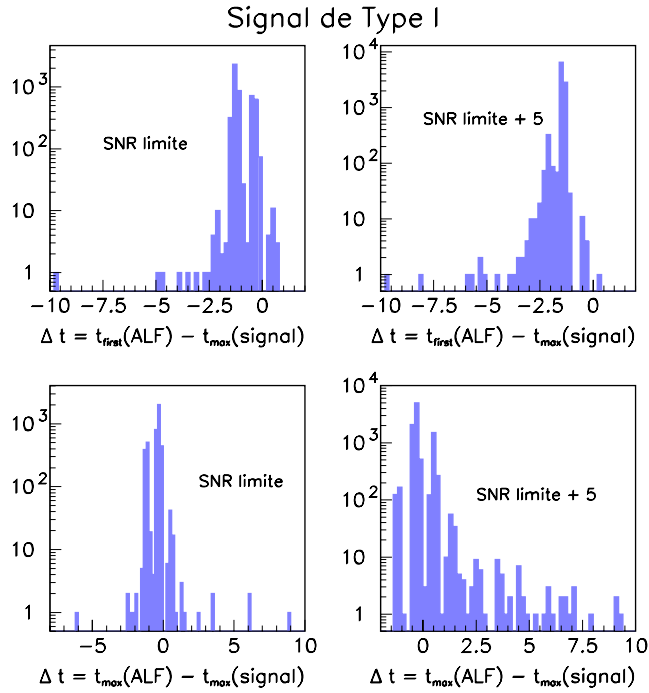


Figure 3.37: En haut : t_{1st} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite). En bas : t_{max} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite), pour un signal de type I. Intervalle de temps entre le temps d'arrivée et le maximum du signal physique donné (en ms) pour les deux estimateurs.

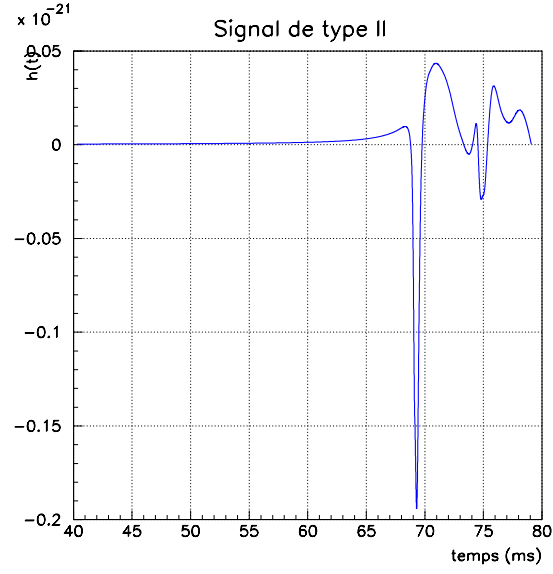


Figure 3.38: Allure en fonction du temps du signal ZM de type II utilisé, caractérisé par deux pics d'amplitudes différentes séparés de quelques ms.

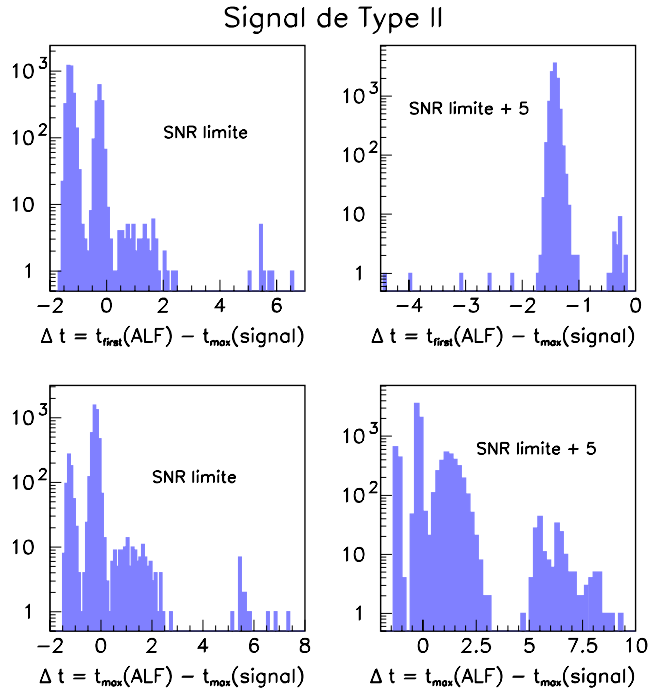


Figure 3.39: En haut : t_{1st} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite). En bas : t_{max} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite), pour un signal de type II. Intervalle de temps entre le temps d'arrivée et le maximum du signal physique donné (en ms) pour les deux estimateurs.

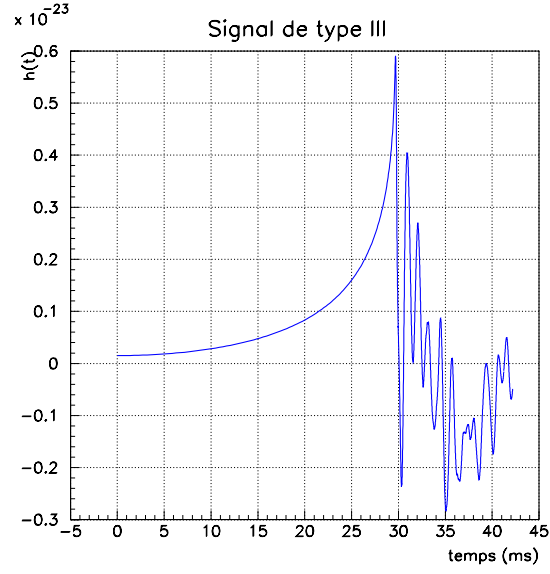


Figure 3.40: Allure en fonction du temps du signal ZM de type III utilisé. Il n'y a pas de pic bien distinct, mais plutôt une lente montée de l'amplitude suivie par un rebond, et des oscillations à haute fréquence.

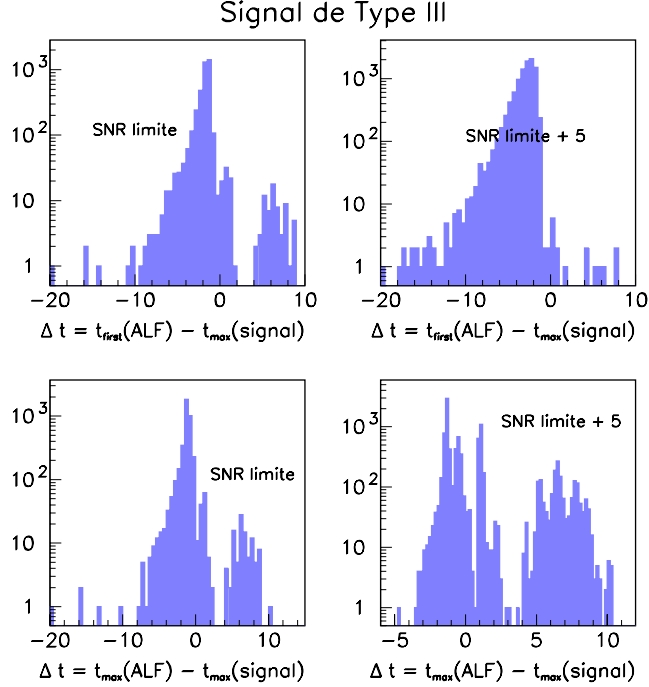


Figure 3.41: En haut : t_{1st} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite). En bas : t_{max} , limite de détection (gauche) et signal fort (droite), pour un signal de type III. Intervalle de temps entre le temps d'arrivée et le maximum du signal physique donné (en ms) pour les deux estimateurs.

3.14 Relation avec les modèles de supernovae

Ces études sur la résolution temporelle sont indispensables si l'on désire un jour procéder à des coïncidences avec d'autres détecteurs interférométriques d'ondes gravitationnelles, ou même avec des détecteurs optiques, de rayons cosmiques ou de neutrinos, puisque les sources auxquelles nous avons affaire sont les mêmes.

Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord, en relation avec la résolution en temps des algorithmes de détection présentée dans le paragraphe 3.13, étudier pour les signaux d'effondrement d'étoiles en supernovae qui nous ont servis de référence, l'intervalle de temps qui sépare le maximum du signal gravitationnel du rebond proprement dit, puisque c'est à ce moment précis que les neutrinos d'une supernova seront émis.

On a pu voir que la résolution en temps de ALF pour un signal de fort SNR (supernova galactique) était de l'ordre de 0.5 ms pour l'ensemble des signaux ZM (et de l'ordre de 0.85 ms pour un SNR faible). Pour le même SNR, le *Peak Correlator* appliqué à des signaux gaussiens [272] montre une résolution temporelle de l'ordre de 0.15 ms, ce qui nous donne donc une limite inférieure pour la résolution que l'on peut espérer avoir avec des signaux du type ZM (puisque ce cas d'étude correspond en fait à un filtrage *optimal*). ALF n'étant pas *a priori* le plus performant en terme de résolution temporelle, on peut affirmer qu'un signal gravitationnel pourra être localisé avec une précision comprise entre 0.15 et 0.5 ms.

3.14.1 Modèles de Zwerger et Müller

Pour la majorité de ces signaux, l'intervalle de temps entre le rebond lors de la phase d'effondrement gravitationnel et le maximum de l'amplitude observé dans le signal gravitationnel reste inférieur à 0.5 ms, sauf pour 5 signaux (31, 36, 55, 56, 57). Pour deux signaux, on a même $\Delta t > 1$ ms (voir les figures 3.42, 3.43). La question qui se pose alors est de savoir quelles sont les caractéristiques physiques de tels signaux, pour en connaître la représentativité.

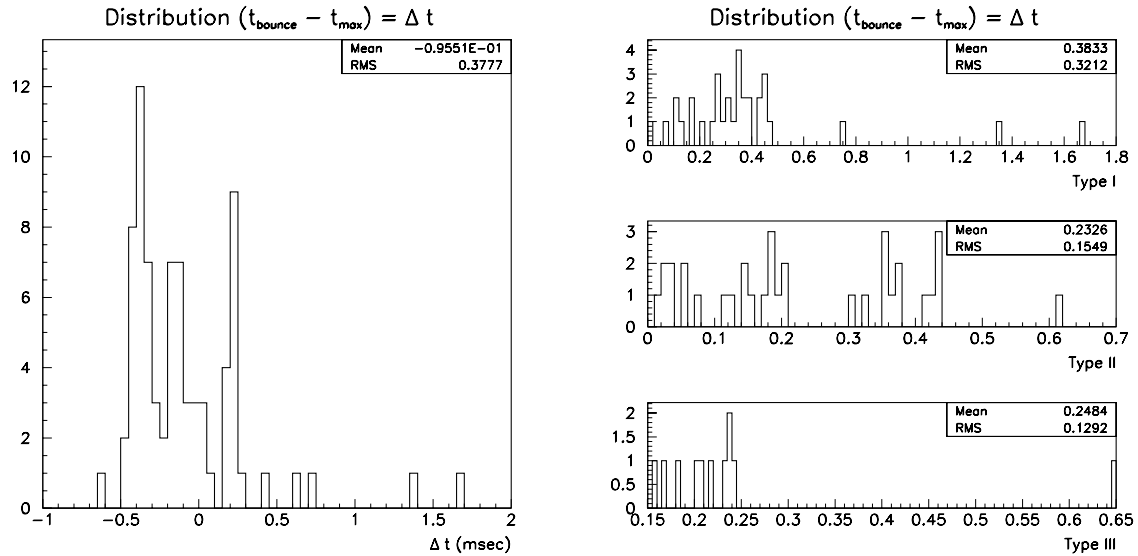


Figure 3.42: Intervalle de temps entre le rebond et le maximum du signal gravitationnel. À droite, selon le type du signal.

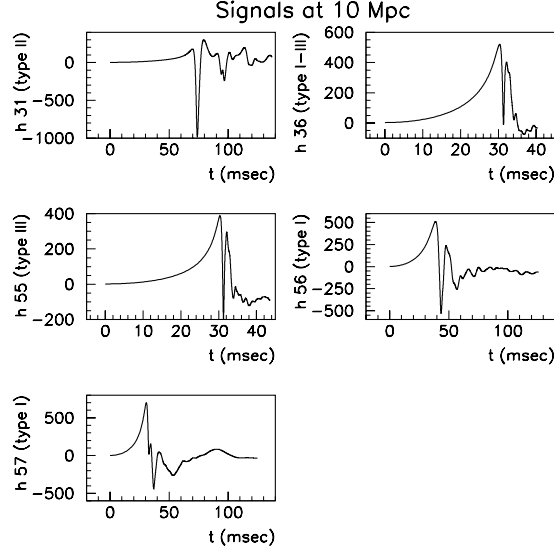


Figure 3.43: Formes des signaux avec $\Delta t \geq 0.5$ ms (amplitude quadrupolaire des *pure-spin tensor harmonics* en cm). Les deux derniers (56, 57) ont un $\Delta t \geq 1$ ms.

Les figures 3.44, 3.45, 3.46, 3.47 résument les paramètres employés dans les simulations en fonction de l'intervalle $\Delta t = |t_{\text{bounce}} - t_{\text{max}}|$ (en ms). Les conditions exactes des simulations ainsi que la description des paramètres utilisés dans [76] sont résumées dans le paragraphe 4.2 de la première partie.

Les types de signaux et l'évolution de l'émission gravitationnelle

On a vu que Zwerger et Müller distinguent dans leurs simulations trois types de signaux, classés selon leur forme (voir le chapitre I.4) :

- Type I: une amplitude au rebond importante (à $\rho \sim \rho_{\text{nuc}}$, ou pour ρ_c faible quand β_i est faible) suivi d'une phase d'oscillations d'amplitudes décroissantes.
- Type II: similaires au type I, mais avec des pics séparés de quelques millisecondes, d'amplitudes décroissantes.
- Type III: pour $\Gamma_r = 1.28$ et $A > 0.5$, lente augmentation du pic, puis oscillations pendant environ 1 msec.

Le type est approximativement déterminé par la valeur moyenne de Γ , alors que la forme du signal paraît indépendante de la densité centrale lors du rebond (excepté le fait que les amplitudes deviennent plus petites pour des modèles où $\rho_b \lesssim \rho_{\text{nuc}}$). On peut distinguer trois phases dans l'évolution de l'amplitude de l'onde quadrupolaire A_{gw} : effondrement, rebond et post-rebond :

- 1/ A_{gw} augmente rapidement puis atteint un premier maximum avec $A_{gw} > 0$ pour $t_{\text{max}}^A < t^b$.
- 2/ A_{gw} décroît rapidement pour atteindre une valeur négative, puis un minimum fort à t_{min}^A . Pour tous les modèles (sauf $A = 0.1$), $|A_{gw}(t_{\text{min}}^A)| > |A_{gw}(t_{\text{max}}^A)|$.

L'intervalle de temps séparant les deux maximums $\Delta\tau$ est compris entre 0.5 et 11 ms, avec, pour 7 modèles un $\Delta\tau > 5$ ms (parmi lesquels les 2 signaux pour lesquels $\Delta t \geq 1$ ms), et pour 2 modèles, un $\Delta\tau > 7$ ms ([76] ne mentionne pas les paramètres de ces modèles).

Il est à noter que les amplitudes les plus fortes sont obtenues pour des modèles de rotation initiale faible ($\beta_i \lesssim 0.9\%$) avec $\Gamma_r \geq 1.32$, ou en rotation initiale rapide ($\beta_i \geq 1.8\%$) et fortement différentielle ($A = 10^7$ cm) avec $\Gamma_r \leq 1.30$. La première classe de modèles subit un rebond à des densités supérieures à la densité nucléaire avec un décélération rapide du noyau en effondrement. Dans les autres modèles, le moment quadrupolaire est plus important à cause de la rotation plus rapide mais varie moins rapidement.

Les signaux avec un $\Delta t > 0.5$ msec

Le tableau 3.25 résume les caractéristiques des signaux pour lesquels l'intervalle de temps entre le rebond et le maximum de h est supérieur à 0.5 et 1 ms. On peut en déduire pour ces derniers :

1/ Modèles initiaux: $\Gamma_r = 1.28$

- Une rotation fortement différentielle,
- un rapport $\frac{T}{W}$ initial fort (ralentissant le rebond),
- un fort moment angulaire initial,

2/ Au moment du rebond :

- une faible densité ($\rho_b \ll \rho_{nuc}$),
- un fort rapport $\frac{T}{W}$

3/ Caractéristiques du noyau interne :

- un moment angulaire faible,
- une période de rotation faible.

4/ L'état final :

- une densité très faible,
- un fort taux de rotation.

5/ l'émission gravitationnelle :

- une faible amplitude quadrupolaire,
- un signal de type I.

Époque	Paramètre	Tous signaux	$\Delta t > 0.5$ ms	$\Delta t > 1$ ms
Modèles Initiaux	A (10^8 cm)	0.1, 0.5, 1., 50.	0.5 , 1.	0.5
	β_i (%)	0.25, 0.5, 0.9, 1.8, 4.	1.8, 4.	4.
	R_{eq} (10^8 cm)	1.25 - 2.25	1.6 - 2.	1.6
	M (M_\odot)	1.4 - 1.65	1.55 - 1.65	1.65
	J (10^{56} J.s)	1. - 6.	3.5 - 6.	\simeq 6.
	Γ_r	1.28 - 1.33	1.28 - 1.3	1.28
Rebond	t_b (ms)	30. - 100.	30. - 50.	30. - 45.
	ρ_b (10^{14} g.cm $^{-3}$)	0.1 - 4.5	\simeq 0.1 et \simeq 2.5	\simeq 0.1
	β_b (%)	0. - 30.	\simeq 15. - 20.	\simeq 20.
Noyau Interne	M_{ic} (M_\odot)	0.2 - 1.5	0.2 - 1.	\simeq 0.5
	J_{ic} (10^{56} J.s)	0.2 - 2.	\leq 1.	\leq 1.
	T_{ic} (ms)	0. - 30.	\leq 10	\leq 10.
État Final	t_f (ms)	40. - 130.	40. - 100.	\simeq 80.
	ρ_f (10^{14} g.cm $^{-3}$)	0. - 3.5	\leq 1	\ll 1.
	β_f (%)	0. - 20.	5. - 15.	\simeq 15.
Signal Gravitationnel	A_{gw} (10^3 cm)	-4. - 1.	-1. - 1	-0.5 - 0.5
	$\Delta\tau$ (ms)	0.5 - 11.	entre 0.8 et 6	\simeq 5

Tableau 3.25: Caractéristiques des différents signaux du catalogue ZM

Comparaison avec d'autres simulations - Perspectives

Yamada et Sato [70] ont simulé des effondrements de noyaux d'étoiles en rotation. Les résultats donnent des signaux du type impulsifs dans lesquels l'amplitude du pic est de l'ordre de 10^{-21} à 10 kpc, avec des fréquences caractéristiques de quelques centaines de Hz. L'énergie totale libérée sous forme gravitationnelle atteint quelques $10^{-10} M_\odot$. D'autre part, avec $q \sim 1$ (où $q = \frac{J}{2GM^2/c}$), l'amplitude du premier pic sature à $q \geq 0.5$ et cette amplitude de saturation paraît sensible à la "dureté" de l'équation d'état de la matière pour $\rho < \rho_{nuc}$.

Le pic (fortement négatif) apparaît **au moment** du rebond dans leurs simulations. Avant le rebond, le noyau interne devient oblate à cause des forces centrifuges, et le moment quadrupolaire devient négatif. Le noyau se contracte alors et son rayon moyen diminue, d'où une diminution du moment quadrupolaire en valeur absolue. Autour du rebond, la diminution de ce moment est moins rapide, puis il augmente à nouveau à cause de l'augmentation du rayon moyen du noyau interne. L'amplitude de l'onde gravitationnelle impulsive est donc négative. Après le rebond, le choc se propage vers l'extérieur, et le noyau oscille autour de sa position d'équilibre (d'où les oscillations d'amplitudes décroissantes après le rebond).

D'une manière générale, la durée du *burst* δt (ms) est proportionnelle à $(G\bar{\rho})^{1/2}$, où $\bar{\rho}$ est la densité moyenne du noyau interne. δt varie de ~ 1 ms à quelques ms selon les modèles. D'autre part, la durée du *burst* augmente plus ou moins rapidement (selon la valeur de l'indice adiabatique et de la nature de la rotation, rigide ou différentielle) avec la valeur initiale du rapport $\frac{T}{W}$. δt augmente de ~ 1 ms pour $\beta_i \simeq 0.2\%$ à ~ 6 ms pour $\beta_i \simeq 2.5\%$ pour un rotateur rigide, tandis qu'il est systématiquement plus grand (de 10 à 50 %) pour un rotateur différentiel.

Comme le temps exact du rebond n'est pas connu exactement dans les simulations de Yamada et Sato, une borne supérieure de l'intervalle de temps séparant le rebond du maximum de l'amplitude de l'onde émise peut donc être donnée par $\Delta t = \frac{\delta t}{2}$ ms. Elle est ainsi comprise entre 0.5 ms (pour les rotations les moins rapides et les plus rigides) et quelques millisecondes ($\lesssim 2$ ms) pour les rotateurs les plus rapides et les plus différentiels. Cette liberté de variation est en grande partie due à l'incertitude sur le moment exact du rebond dans les simulations. Sur les 9 modèles calculés par les auteurs, 2 ont un $\Delta t \lesssim 0.5$ ms tandis que 7 d'entre eux sont caractérisés par $\Delta t \lesssim 1$ ms.

L'amplitude du signal variant comme la dérivée seconde du moment quadrupolaire, de grandes amplitudes sont attendues pour des variations dynamiques sur de courtes périodes de temps. La plus petite échelle de temps dans le cas qui nous intéresse ici est le temps sonique de traversée du noyau interne au rebond ou son temps de décélération due aux forces centrifuges.

Alors que le rebond d'un coeur d'étoile à des densités nucléaires est assez rapide avec un $\Delta t \lesssim 1$ ms, un rebond dû à la rotation se déroule sur des échelles de temps plus grandes. Dans certains modèles de Mönchmeyer *et al* [69], la phase de décélération peut durer jusqu'à 8 ms. Comme un noyau réaliste de Fer possède une rotation quasi-rigide et peu rapide, on peut penser que dans la majorité des cas, cet intervalle de temps Δt sera de l'ordre de quelques dixièmes de millisecondes (en tout cas inférieure à 1 ms, voire 0.5 ms).

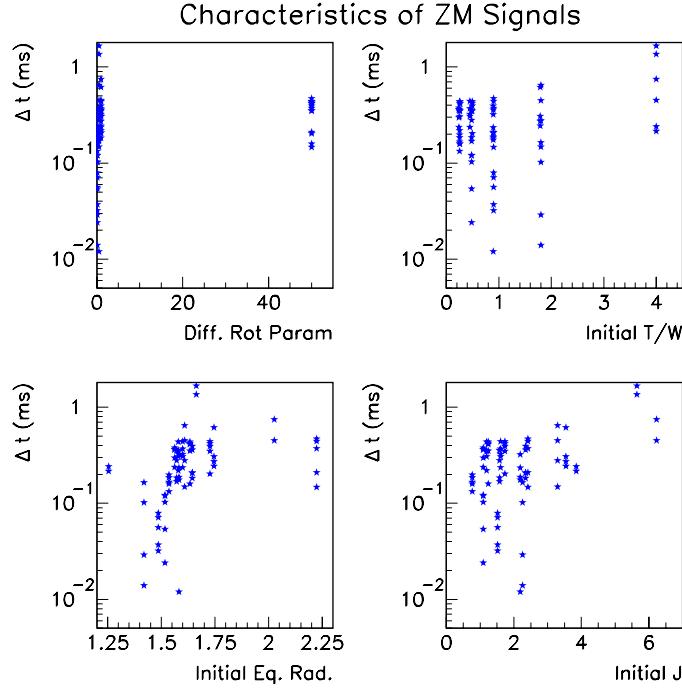


Figure 3.44: Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (en ms) (paramètre de rotation différentiel en haut à gauche, rapport T/W initial en haut à droite, rayon équatorial initial en bas à gauche et moment angulaire initial en bas à droite).

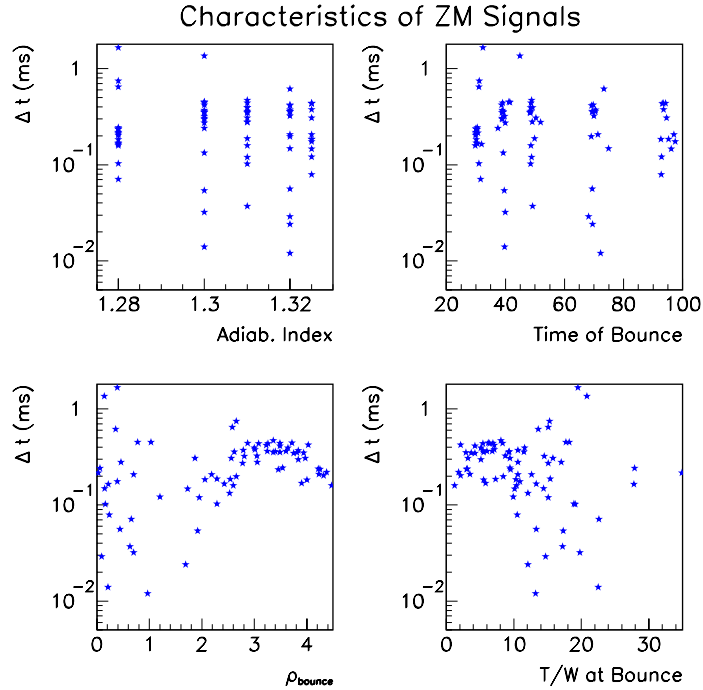


Figure 3.45: Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (en ms) (Indice adiabatique simulant l'explosion en haut à gauche, temps du rebond en haut à droite, densité au moment du rebond en bas à gauche et rapport T/W au moment du rebond en bas à droite).

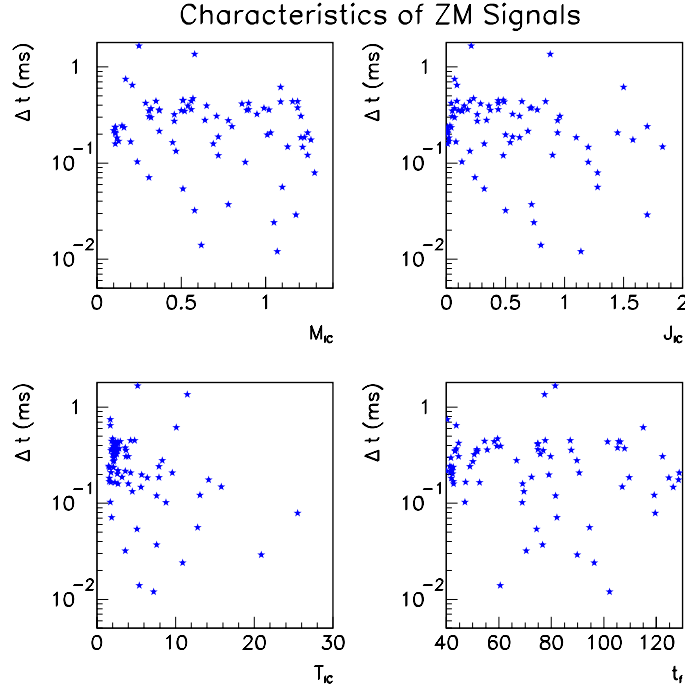


Figure 3.46: Caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (en ms) (Masse du noyau central en haut à gauche, moment angulaire du noyau central en haut à droite, période de rotation du noyau central en bas à gauche et temps final de simulation en bas à droite).

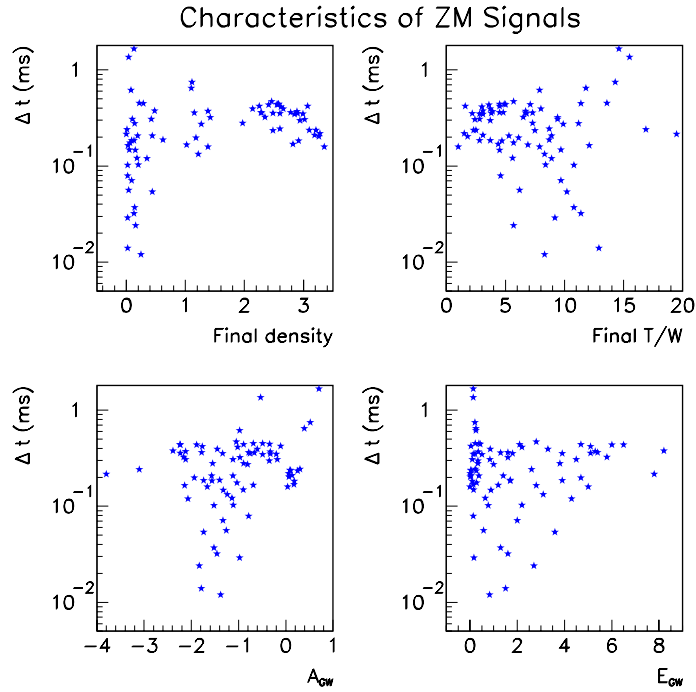


Figure 3.47: Idem, caractéristiques des Signaux ZM, selon la valeur de Δt (en ms) (densité finale en haut à gauche, rapport T/W final en haut à droite, amplitude gravitationnelle finale en bas à gauche et énergie libérée sous forme d'ondes gravitationnelles en bas à droite).

3.14.2 Simple coïncidence : signal de neutrinos d’une supernova

Les mécanismes physiques de l’émission de neutrinos lors d’une supernova de type II ont été exposés dans le paragraphe I.4.6. L’onde de choc est générée à l’intérieur du noyau ($r \sim 10$ km) et se propage vers l’extérieur à une vitesse $v \sim 0.1c$, dont la valeur précise dépend de la dynamique du choc. Le choc atteint alors la neutrinosphère pour un rayon $r_0 \sim 90$ km, défini comme étant le rayon au delà duquel il n’y a plus qu’une seule longueur d’absorption pour les neutrinos. Le nombre de ν_e augmente donc rapidement avant de décroître exponentiellement. Il existe beaucoup d’estimations de l’instant exact d’émission de ces neutrinos [277] et les plus récentes [92, 164, 173] impliquent des simulations hydrodynamiques sophistiquées. Le temps moyen d’émission de la bouffée de ν_e par rapport au temps du rebond est :

$$\Delta t_{\nu_e - rebond} \simeq (3.5 \pm 0.5) \text{ ms} \quad (3.59)$$

L’incertitude (0.5 ms) sur cet intervalle de temps est donc de l’ordre de grandeur de résolution en temps des filtres développés pour VIRGO (pour une supernova galactique). Elle est aussi de l’ordre de grandeur de l’intervalle de temps moyen séparant le moment exact du rebond du moment du maximum de l’amplitude gravitationnelle pour les signaux ZM (si l’on met de côté les modèles les plus extrêmes avec un Δt supérieur à 1 ms). Le signal de neutrinos provenant d’une supernova de type II sera donc **coïncident** avec le (faible) signal gravitationnel dans une fenêtre de temps de l’ordre de quelques ms. Si cet intervalle de temps est considéré comme connu, on peut donc rechercher un signal gravitationnel dans une fenêtre de temps de l’ordre de 1 ms (correspondant à la résolution temporelle du filtre considéré et/ou à l’incertitude sur $\Delta t_{\nu_e - rebond}$). Il sera alors possible de tirer partie de cette information pour imposer des limites sur les masses des différentes saveurs de neutrinos [273].

On a vu que ALF possédait des performances supérieures à 1, donc des distances de détection potentiellement plus grande que celles du filtrage adapté, pour des taux de fausses alarmes grands. Ces taux de fausses alarmes ne sont pas réalistes lorsque ALF est utilisé en ligne. Cependant, si un signal de neutrinos est observé à un instant donné, on peut utiliser à la fois la bonne résolution en temps et les performances de ce filtre pour détecter une coïncidence **hors ligne**. Sur un intervalle de temps petit (autour du signal de neutrinos), il est possible de baisser les détectons pour augmenter les chances de détection de ALF, sans pour cela altérer la signification statistique d’un événement. Les études présentées dans la suite sont des études hors ligne.

La figure 3.48 montre ainsi l’efficacité de détection pour ALF (implémenté avec une seule fenêtre d’analyse) en fonction du SNR optimal du signal, moyennée sur l’ensemble des signaux ZM. Elle est donc de l’ordre de 95 % pour $\kappa_0 \simeq 10^{-6}$ pour un signal “fort”, mais seulement de l’ordre de 15 % pour un signal faible. On peut voir par ailleurs que cette même efficacité augmente jusqu’à 100 % dans le premier cas et jusqu’à $\simeq 90$ % dans le second cas pour un taux de fausses alarmes égal à 10^{-3} (plus de 99 % et près de 55 % pour $\kappa \simeq 10^{-4}$). D’autre part, le paragraphe 3.10.4 nous a permis de voir que la performance de ALF, et donc son potentiel de détection passait de ~ 0.8 (toujours pour une seule fenêtre d’analyse $N = 30$) pour $\kappa \simeq 10^{-6}$ à 0.9 pour $\kappa = 10^{-4}$, ~ 1 . pour $\kappa = 3 \times 10^{-4}$ et ~ 1.5 pour $\kappa = 10^{-3}$.

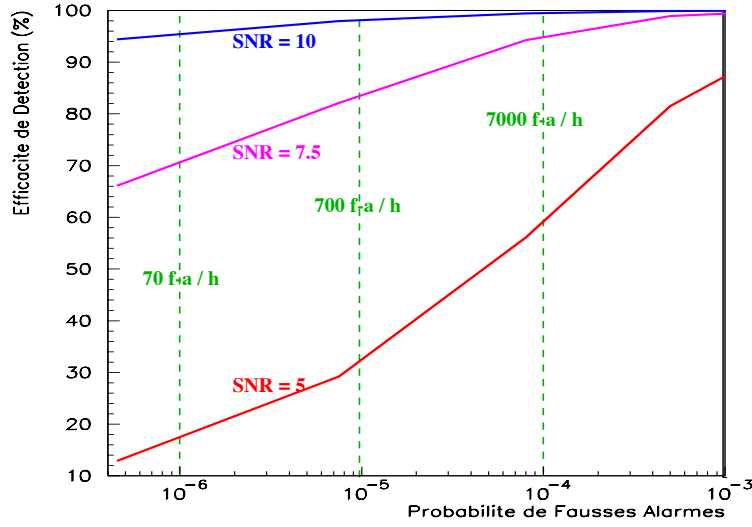


Figure 3.48: Efficacité de détection moyennée pour l'ensemble des signaux ZM en fonction du taux de fausses alarmes, pour différents SNR pour le filtre optimal.

Un taux de fausses alarmes $\kappa = 10^{-3}$ donne une distance moyenne de détection pour le filtre optimal de l'ordre de 38 kpc, ce qui nous fait espérer une distance de détection pour ALF de l'ordre de 55 kpc, la distance du grand nuage de Magellan. Environ la moitié des signaux ZM ont alors une distance de détection plus grande que 50 kpc, et un quart d'entre eux ont une distance inférieure à 30 kpc, le diamètre de notre galaxie. Le potentiel de détection de ALF pour un tel taux de fausses alarmes est donc fortement supérieur à celui obtenu avec le filtrage adapté, et c'est là une caractéristique particulière de ce détecteur non linéaire.

Des signaux ZM de SNR optimal autour de 5 (limite détection pour ALF, voire moins) correspondent à une probabilité d'occurrence P_{ALF} de l'ordre de 8×10^{-6} . Dans une fenêtre en temps de Δt (en s), la probabilité de trouver une telle fausse alarme est donc :

$$p_{fa} = f_s \times \Delta t \times P_{ALF} = 20 \times \left(\frac{\Delta t}{1\text{ms}} \right) \times P_{ALF} \quad (3.60)$$

avec $f_s = 20$ kHz la fréquence d'échantillonnage. Pour un signal à $\text{SNR} \simeq 5$ et $\Delta t = 1$ ms, on obtient donc $p_{fa} \simeq 1.6 \times 10^{-4}$, soit un niveau de confiance correspondant à 3.78σ . Pour un signal de SNR optimal égal à 10, on obtient en moyenne pour les signaux ZM une probabilité $P_{ALF} \simeq 10^{-12}$. La probabilité p_{fa} correspondante est donc de l'ordre de 2×10^{-11} pour $\Delta t \simeq 1$ ms ou $10^{-10} \%$ pour $\Delta t \simeq 5$ ms, soit un niveau de confiance de l'ordre de 6.5σ dans ce dernier cas.

De la même manière, pour les signaux ZM situés à une distance telle que le SNR optimal est égal à 3.29 (seuil correspondant à un taux de fausses alarmes de l'ordre de 10^{-3}), on obtient $p_{fa} \simeq 10^{-3}$ (toujours pour $\Delta t = 1$ ms). Une telle détection de ALF coïncidant avec un *burst* de neutrinos (si l'intervalle de temps entre le temps du rebond et le temps d'émission des neutrinos est connu, aux incertitudes des modèles près) pourrait donc être validée à 99.9 % de niveau de confiance, ou 99.5 % de niveau de confiance pour $\Delta t = 5$ ms, qui couvre alors tout l'intervalle de temps entre le rebond et le *burst* de ν_e (correspondant à 3.5 ± 0.5 ms).

On peut donc en conclure qu'une coïncidence entre détecteurs d'ondes gravitationnelles et détecteurs de neutrinos en utilisant un filtre non linéaire tel que ALF peut avoir plusieurs avantages :

1. Tirer partie de la performance de ALF supérieure à 1 pour des forts taux de fausses alarmes, et donc du potentiel de détection d'une supernova dans la direction des nuages de Magellan, et *a fortiori*, dans toute la Galaxie,
2. Valider la détection d'un signal galactique ($\text{SNR} \sim 10$) à mieux que 5σ de niveau de confiance (avec $\Delta t = 5$ ms),

3. Valider la détection d'un signal extragalactique ($\text{SNR} \lesssim 5$) à mieux que 99.5 % de niveau de confiance (pour $\Delta t = 5$ ms).

L'utilisation de ALF peut se révéler encore plus intéressante dans le cas de l'effondrement gravitationnel d'une étoile, suivi peu de temps après (\geq quelques ms), par la formation d'un trou noir.

3.14.3 Double coïncidence : formation de trou noir

Comme on l'a vu dans chapitre 4 de la première partie, l'objet résultant de l'effondrement gravitationnel d'une étoile peut s'effondrer à nouveau (par accréation ou apparition d'étrangeté à l'intérieur de l'étoile à neutrons) pour former un trou noir. Le *burst* de ν_e coïncidant avec un faible signal gravitationnel sera donc suivi par l'arrêt brutal du signal de neutrino provoqué par la formation du trou noir accompagné par un fort signal gravitationnel caractéristique des modes quasi-normaux du trou noir. En moyenne, les rares simulations [144] d'effondrement d'étoiles en trou noir montrent des amplitudes, et donc des SNR, 5 fois plus grands que celles attendus dans le cas d'une supernova (comparaison des amplitudes obtenues pour les signaux ZM [76] et les signaux [144]).

L'étude du paragraphe précédent peut être répété, à ceci près que la situation est légèrement différente. Dans le cas étudié précédemment, le **fort** signal de neutrinos est accompagné d'un **faible** signal gravitationnel, tandis que dans le cas de la formation d'un trou noir, l'**arrêt** de l'émission de neutrinos, difficile à localiser au vu de la sensibilité des détecteurs de neutrinos [167] (résolution temporelle de l'ordre de la ms), sera coïncidant avec un fort signal gravitationnel provenant de la formation du trou noir. La seconde coïncidence entre le signal vu par ALF et l'arrêt du signal neutrino peut donc se faire avec un seuil de détection plus grand (et donc un taux de fausses correspondant plus bas), et permet d'augmenter la signification statistique de la découverte. D'autre part, la localisation en temps est ici limitée par la performance des détecteurs de neutrinos, de l'ordre de grandeur de la borne supérieure de la résolution temporelle attendue pour ALF ($\simeq 1$ ms), et la formation du trou noir peut être localisée à mieux que 1 ms. La fenêtre de coïncidence qui peut être utilisée ici n'est donc plus 5 mais 1 ms. La signification statistique de la détection d'une telle coïncidence ondes gravitationnelles-neutrinos est ainsi multipliée approximativement par un facteur 5.

Plus précisément, pour un couple de signaux (supernova-effondrement en trou noir) de SNR optimal de l'ordre de 2 et 10, les valeurs moyennes de ALF pour les signaux ZM sont respectivement 18 et 55, correspondant à $p_{fa} \simeq 7.7 \times 10^{-4}$ dans le premier cas et 2×10^{-11} dans le second cas, pour $\Delta t = 1$ ms. Il est clair que l'observation d'un tel couple d'événements coïncidents avec le *burst* de ν_e et la disparition de ce signal laissera peu de doutes sur la réalité d'une telle détection.

Une supernova étant par nature un phénomène plus rare qu'un sursaut gamma, des stratégies de détection telles que celles exposées dans [194, 200, 204] (une coaddition des séquences de données coïncidentes avec les moments d'observation de quelques milliers de sursauts gamma, ce qui correspond à un temps d'observation d'environ un an) ne sont pas envisageables. On vient de montrer qu'un filtre de sélection en ligne tel que ALF avait un potentiel de découverte supérieur à celui du filtre adapté pour des taux de fausses alarmes importants, ce qui permet, sur une fenêtre de coïncidence de l'ordre de la milliseconde, d'augmenter considérablement les efficacités de détection (de 15 à presque 90 % pour un passage de $\kappa = 10^{-6}$ à $\kappa = 10^{-3}$) tout en conservant une bonne signification statistique. Ces résultats sont dus en partie à la bonne résolution temporelle de ce filtre, ainsi qu'à ces performances de détection.

Il reste à pouvoir quantifier la valeur d'une double coïncidence [*burst* de ν_e - *burst* de signal gravitationnel] - [arrêt du signal neutrino - fort signal gravitationnel]. D'autre part, le temps fourni par un détecteur d'ondes gravitationnelles observant le signal caractéristique de la formation d'un trou noir peut servir de temps de référence pour l'apparition du trou noir, et donc donner la possibilité aux détecteurs de neutrinos d'effectuer des mesures du type "temps de vol" (exposées dans [167]) et ainsi pouvoir mesurer des différences de masses entre les différents saveurs de neutrinos.

3.15 Un aperçu de méthodes d'analyse hors ligne

Les méthodes que nous avons présentées dans cette thèse sont robustes et performantes, simples à utiliser, et donc peu coûteuses en temps de calcul. D'un autre côté, elles sont sensibles aux performances des algorithmes de blanchiment et aux bruits non gaussiens du détecteur. En outre, leur but initial est uniquement la **détection** de phénomènes transitoires, même si, on l'a vu, l'étude des processus de multi-déclenchements ou de coïncidences entre filtres peut apporter des informations complémentaires utiles. D'autres méthodes doivent donc être envisagées pour l'étude hors ligne des événements détectés par ces algorithmes. Nous allons ici en présenter quelques unes, avant de voir une application possible d'un détecteur non linéaire tel que ALF dans le paragraphe suivant.

3.15.1 Méthodes Temps-fréquence

L'idée centrale de telles méthodes est la suivante : décomposer les données simultanément sur deux bases, une de temps et une de fréquence. La distribution résultante $\rho(t, f)$ représente l'énergie d'une séquence de données à un instant t et pour une fréquence f . Ces méthodes sont adaptées pour analyser les données de détecteurs interférométriques. En effet, ces instruments ont une large bande passante et leur énergie sera donc distribuée sur tout le plan temps-fréquence. Les signaux gravitationnels, au contraire, sont causés par des mouvements d'ensemble de matière et d'énergie, et leur spectre tend à être piqué autour de fréquences caractéristiques déterminées par la dynamique de leur source (voir les figures 4.11 et 4.12 du chapitre I.4, p. 59).

Une des méthodes envisagées ([274]) tient essentiellement en trois étapes :

- Traduire les données dans un plan temps-fréquence (transformée de Wigner-Ville par exemple),
- Rechercher des contours dans la surface $\rho(t, f)$,
- Imposer un seuil sur la longueur de ces contours (dépendant d'un taux de fausses alarmes).

Cette méthode a été testée sur des données simulées de LIGO, en ajoutant des formes d'ondes correspondant à des signaux de coalescence de deux trous noirs, en optimisant pour une certaine durée et bande de fréquences des signaux attendus. Les résultats obtenus semblent prometteurs.

Néanmoins, 48 machines de 300 MHz ont été utilisées pour tester cette méthode, pour appliquer un tel algorithme à une fréquence maximum *approximative* de 20 kHz, pour détecter un signal de forme *connue*. Or, nous avons déjà vu dans le chapitre I.4 la diversité des formes attendues pour les sources impulsionnelles. Il est donc clair que de telles méthodes doivent être utilisées uniquement hors ligne, en tout cas pour le moment. Elles pourront se révéler très utiles pour la localisation et la caractérisation exacte des événements détectés dans VIRGO.

3.15.2 Transformée en ondelettes

Là encore, des méthodes coûteuses en temps de calcul ont été développées pour la détection de phénomènes transitoires. Elles consistent en l'application d'un filtre passe-bande particulier (la forme d'onde "mère") et d'un filtre passe-bas, la fonction d'échelle. On peut alors procéder à une analyse **multi-résolution** pour rechercher des signaux de formes proches de formes décalées en temps et dilatées de la forme mère.

Les coefficients de la décomposition des données sur cette base de fonction peut servir de discriminant pour la détection. Les résultats exposés dans [275], bien que comparable à ceux d'un filtre tel que SD, sont cependant, à complexité supérieure, largement inférieurs à ceux obtenus avec ALF par exemple.

Ces méthodes devraient être néanmoins riches d'enseignements quant à la localisation des phénomènes transitoires ainsi qu'à la reconstruction précise de leur forme temporelle.

3.15.3 Détection de non stationnarités

La signature directe d'une non stationnarité dans une séquence de données est un changement dans sa fonction d'autocorrélation. La densité spectrale de puissance d'un tel processus doit donc être aussi modifiée, puisque ce n'est rien d'autre que la transformée de Fourier de cette fonction. Une méthode basée sur la détection d'une telle variation a donc été imaginée ([276]).

Cette méthode se décrit en 7 points :

- La séquence de données à analyser est divisée en segments adjacents mais disjoints de durée égale l_l
- Pour deux de ces segments S_k et $S_{k+\epsilon}$ séparés par un temps $(\epsilon - 1)l_l$, avec $\epsilon = 1, 2, \dots$. On veut comparer les densités spectrales sur ces deux segments.
- Chaque segment est subdivisé en N sous-segments d'égales durées.
- Sur chaque sous-segment, une densité spectrale est estimée, par le biais d'un périodogramme, c'est-à-dire le module au carré de la transformée de Fourier des séquences de données.
- Pour chaque intervalle de fréquence, on obtient donc un jeu X de N quantités pour le premier segment, et un jeu Y pour les N autres segments.
- On évalue par un test de Student l'égalité des moyennes de ces deux jeux de densités spectrales.
- On répète les étapes précédentes pour les autres intervalles de fréquence.

Un tel algorithme implémenté en ligne pour la détection de signaux mal modélisés n'a malheureusement pas une performance comparable aux filtres présentés dans cette thèse [265]. Néanmoins, là encore, l'utilisation de cette méthode particulière pourrait être intéressante pour l'étude et la classification précises des fausses alarmes.

3.16 Résumé et conclusion

Les études sur les filtres de présélection en ligne présentées dans ce chapitre devront être menées pour tous les filtres développés au sein de VIRGO jusqu'à présent [264] pour pouvoir les comparer d'une manière exhaustive, et non plus uniquement au moyen de leurs performances théoriques.

3.16.1 Performances des filtres

Pour cette thèse, il a fallu définir des notions jusqu'alors floues : performances et efficacités de détection pour comparer différents algorithmes, et surtout la notion d'événements, qui permet en outre d'augmenter les taux de fausses alarmes pour un filtre donné. Une telle redéfinition permet donc d'augmenter les distances de détection.

Ensuite, nous avons pu voir que le filtre ALF développé dans cette thèse permet de détecter des signaux impulsifs jusqu'à des distances de l'ordre de 80 % des distances obtenues avec le filtrage adapté. Ces résultats sont obtenus sans aucune connaissance préalable du signal à détecter. La dispersion des résultats (~ 10 %) en fait un filtre robuste par rapport à la forme des signaux.

Les efficacités de détection étudiées nous donnent $\epsilon_{ALF} \sim 50\%$ pour une distance de l'ordre de 21 kpc. Une supernova galactique sera donc détecté avec une bonne efficacité.

3.16.2 Robustesse

Nous avons aussi étudié la sensibilité de ALF par rapport au taux de fausses alarmes. Ainsi, la distance de détection de ALF peut être 1.5 fois celle du filtre optimal pour un taux de fausses alarmes important.

Des spécifications précises ont été données aux algorithmes de blanchiment des données opérant en amont des filtres décrits dans ce chapitre.

3.16.3 Caractérisation du bruit

La prise en compte de coïncidences entre filtres différents permet d'éliminer environ 94 % des événements de bruit, avec une perte de signal (pour une supernova galactique) de l'ordre de 10 à 15 % pour la majorité de signaux étudiés.

En étudiant la persistance des filtres (déclenchements consécutifs), il est possible d'augmenter la performance de ALF d'environ 5 %. D'autre part, cette prise en compte permet d'éliminer près de 98 % des fausses alarmes, pour une perte de signal de l'ordre de 2 % (pour une supernova galactique).

3.16.4 Résolution en temps

Sur l'ensemble du catalogue de signaux utilisé, la résolution en temps de ALF est de 0.5 ms pour des supernovae galactiques, et de l'ordre de 0.8 ms pour des supernovae extragalactiques. La résolution temporelle des détecteurs de neutrinos pour un *flash* de ν provenant d'une SN II étant de l'ordre de 2 ms, ALF n'est pas limitant en ce qui concerne les coïncidences entre détecteurs de neutrinos et d'ondes gravitationnelles, pour une supernova galactique.

3.16.5 Coïncidences ondes gravitationnelles-neutrinos

Le potentiel de détection de ALF est plus important que celui du filtrage adapté pour de forts taux de fausses alarmes. Les efficacités de détection obtenues pour de tels taux sont de l'ordre de 85 % pour une supernova extragalactique, et très proche de 100 % pour une supernova galactique.

D'autre part, la bonne résolution en temps obtenue pour ALF ainsi que ses efficacités de détection augmentent les chances d'une détection en coïncidence entre VIRGO et un détecteur de neutrinos (par exemple) lors de l'explosion d'une supernova. Le signal de neutrino d'une supernova galactique coïncidant avec un signal gravitationnel peut ainsi être validé avec une probabilité correspondant à 5σ . Pour une supernova extragalactique, la signification statistique devient $\simeq 99.5\%$.

On peut aussi tirer partie des propriétés de ALF si la supernova s'accompagne de la formation d'un trou noir peu de temps après, qui est à l'origine d'un fort signal gravitationnel.

3.16.6 Perspectives

Les études menées ici sur les efficacités de détection, les spécifications données aux algorithmes de blanchiment, la caractérisation du bruit ainsi que la résolution en temps sont les premières à voir été conduites sur des filtres dédiés à la recherche de signaux impulsifs. Ces algorithmes seront prochainement implémentés dans l'architecture de sélection en ligne des données de VIRGO.

PARTIE III

LE CONTRÔLE DU *Mode Cleaner* DE VIRGO

Préambule

Dans cette partie, on trouvera tout d'abord une description des propriétés de filtrage spatial et des bruits de fréquence et de puissance d'une cavité triangulaire telle que le *Mode-Cleaner* de VIRGO. Ensuite, la stratégie de contrôle d'une telle cavité sera introduite et détaillée dans le chapitre 2. Le troisième chapitre présentera l'étude par des simulations d'une méthode permettant d'acquérir le *lock* du *Mode-Cleaner*, autrement dit sa résonance. On exposera aussi le système numérique développé dans cette thèse dédié au contrôle de la cavité et à l'acquisition de sa résonance, ainsi que les tests effectués sur le site pour en démontrer le fonctionnement et la robustesse. Enfin, les premiers résultats expérimentaux obtenus avec la cavité *Mode-Cleaner* de VIRGO seront abordés dans le dernier chapitre de cette thèse.

Chapitre 1

Réponse d'une cavité résonnante : le *Mode-Cleaner*

Contenu du chapitre

1.1	Pourquoi un <i>Mode-Cleaner</i>?	210
1.2	Cavités résonnantes	211
1.3	Champs de propagation	212
1.4	Champs gaussiens et cavités résonnantes	213
1.5	Propriétés de filtrage d'une cavité	214
1.5.1	Filtrage résonnant	214
1.5.2	Modes et atténuation d'une cavité triangulaire	216
1.5.3	Filtrage spatial	219
1.5.4	Filtrage des fluctuations de puissance	220
1.5.5	Filtrage des fluctuations de fréquence	221
1.6	Propriétés optiques d'une cavité triangulaire	221
1.6.1	Rétrodiffusion	221
1.6.2	Sélection de la polarisation	221
1.7	Le <i>Mode-Cleaner</i> suspendu de VIRGO	222

EN AMONT DE VIRGO, la cavité *Mode-Cleaner* est une pièce essentielle de l'interféromètre, puisqu'elle a pour but de délivrer le faisceau laser au détecteur. Cette cavité suspendue, la première qui est en fonctionnement dans VIRGO, a pour but principal de filtrer les bruits de position angulaires (*jitters*). Il permet aussi un filtrage spatial du faisceau laser : le faisceau délivré à l'interféromètre est alors un mode TEM fondamental pratiquement pur. Nous allons ici étudier les caractéristiques fondamentales d'une telle cavité optique. La connaissance de ses propriétés est nécessaire puisque ce sont elles qui vont nous permettre de savoir comment contrôler ses miroirs suspendus (pour atténuer le bruit sismique) pour la conserver à son point de fonctionnement, la résonance.

Tout d'abord, nous allons présenter quelques aspects fondamentaux utiles à la compréhension du fonctionnement d'une cavité optique, et de l'interaction entre celle-ci et les modes de propagation gaussiens d'un faisceau laser.

1.1 Pourquoi un *Mode-Cleaner*?

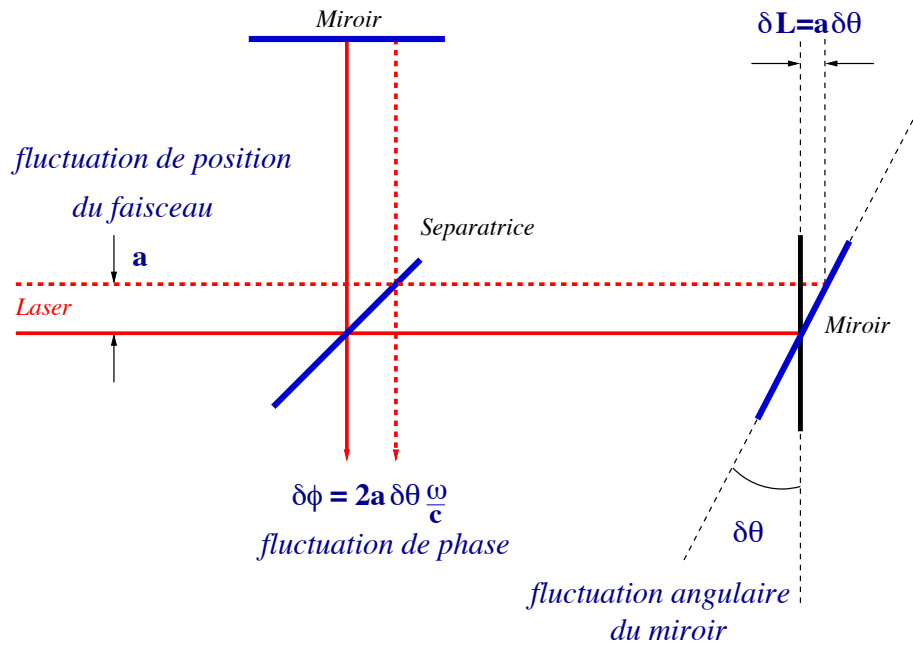


Figure 1.1: Génération de bruit de phase par le couplage entre les fluctuations de position du faisceau laser et les désalignements des miroirs. On a négligé les changements d'orientation des faisceaux engendrés.

On peut montrer qu'un interféromètre parfaitement aligné est insensible aux fluctuations de position (latérales et angulaires) du faisceau. Ceci n'est plus vrai si l'interféromètre est désaligné. Ainsi, on peut voir sur la figure 1.2 la variation de phase vue par un interféromètre de Michelson simple, en présence d'un bruit de position latéral a et d'une fluctuation angulaire θ des miroirs. Cette phase prend la forme :

$$\delta\phi = 2a\theta \frac{\omega}{c} \quad (1.1)$$

avec ω la pulsation du laser. Pour un interféromètre de Michelson avec recyclage, on peut montrer que cette différence de phase s'écrit [278]:

$$\delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1 - r_r r_0}{1 + r_r r_1} \right) [\theta_{laser}(x_1 - x_2) + a_{laser}(\theta_1 - \theta_2)] \quad (1.2)$$

où r_r désigne la réflectivité en amplitude du miroir de recyclage, et r_0 et r_1 les réflectivités pour les modes TEM₀₀ (fondamental) et TEM₀₁ (dont on verra la signification dans les paragraphes

suivants). θ_{laser} et a_{laser} représentent les fluctuations de position latérales et angulaires du faisceau incident, tandis que les quantités $x_1 - x_2$ et $\theta_1 - \theta_2$ désignent les différences d'alignements latéraux et angulaires des deux cavités Fabry-Perot.

Les désalignements des miroirs suspendus sont essentiellement des fluctuations statiques, étant donné que l'essentiel du bruit sismique est concentré à basse fréquence (~ 1 Hz). Les fluctuations du faisceau sont pour leur part dynamiques, et sont dues aux vibrations mécaniques du laser source.

L'équation (1.2) nous montre qu'il existe un couplage entre les désalignements statiques des miroirs et les fluctuations rapides du faisceau. En prenant en compte les valeurs des différentes quantités pour VIRGO, et en imposant que cette variation de phase doit être inférieure au bruit de photons, on arrive à la condition suivante :

$$[\theta_{laser}(x_1 - x_2) + a_{laser}(\theta_1 - \theta_2)] \leq 5.10^{-16} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (1.3)$$

Or, les fluctuations angulaires de position du laser sont de l'ordre de $10^{-8} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$ à 100 Hz. D'autre part, on peut espérer (en considérant les gains à basse fréquence des asservissements utilisés pour contrôler les miroirs de VIRGO) des fluctuations angulaires des miroirs de l'ordre de $10^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}}$. On peut évaluer les fluctuations latérales $\delta x \sim 3.10^{-6} \text{ m}$. La variation de phase induite est alors :

$$\delta\phi \sim 1.510^{-9} \text{ rad}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (1.4)$$

On est donc deux ordres de grandeur au-dessus du bruit de photons. Pour pouvoir réaliser VIRGO, un dispositif doit être prévu pour filtrer les fluctuations de position du faisceau laser. C'est le rôle de la cavité *Mode-Cleaner*. Avant de détailler son fonctionnement et ses propriétés essentielles, quelques rappels d'optique gaussienne vont être maintenant exposés.

1.2 Cavités résonnantes

Une cavité optique composée de n miroirs est une **cavité linéaire** si $n = 2$, et une cavité en anneau pour $n > 2$. Dans le cas $n = 2$ (voir figure 1.2). Les coefficients de réflexion et de transmission en intensité pour le miroir i sont reliés par la relation :

$$R_i + T_i + p_i = 1 \quad (1.5)$$

où p_i désigne les pertes du miroir i ; $|r_i|^2 = R_i$ et $|t_i|^2 = T_i$ où les coefficients r_i et t_i sont les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude. Pour une cavité plan-plan éclairée par une onde plane et avec la convention qu'une réflexion induit un déphasage de $\pi/2$, les champs réfléchis, transmis et incidents sont reliés par les équations :

$$\begin{cases} \Psi_r &= ir_1\Psi_{in} + t_1e^{i\phi}\Psi_2 \\ \Psi_t &= t_2e^{i\phi}\Psi_1 \\ \Psi_1 &= t_1\Psi_{in} + ir_1e^{i\phi}\Psi_2 \\ \Psi_2 &= ir_2e^{i\phi}\Psi_1 \end{cases} \quad (1.6)$$

On en déduit l'expression des champs réfléchis et transmis :

$$\begin{cases} \Psi_r &= i\frac{r_1+r_2(r_1^2+t_1^2)e^{2i\phi}}{1+r_1r_2e^{2i\phi}}\Psi_{in} \\ \Psi_t &= \frac{t_1t_2e^{2i\phi}}{1+r_1r_2e^{2i\phi}}\Psi_{in} \end{cases} \quad (1.7)$$

Le déphasage sur un aller-retour s'écrit $2\phi = 2\omega L/c$. La puissance transmise P_t peut alors s'écrire :

$$P_t = P_{in} \frac{\left(\frac{t_1t_2}{1-r_1r_2}\right)^2}{1 + \left(\frac{2\sqrt{r_1r_2}}{1-r_1r_2} \cos\phi\right)^2} \quad (1.8)$$

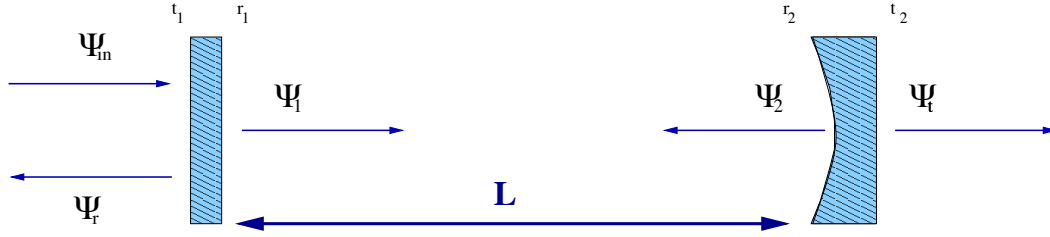


Figure 1.2: Schéma d'une cavité plan-sphérique.

La cavité est à la **résonance** lorsque la puissance transmise est maximale, et donc quand $2\phi = \pi$. Autrement dit, lorsqu'après un aller-retour dans la cavité, l'onde est en phase avec elle-même.

Si on trace P_t/P_{in} , on voit une succession de pics de résonance, séparés d'un Intervalle Spectral Libre $ISL = c/2L$ (voir la figure I.5.5 p.98). Le rapport de l'ISL et de la largeur à mi-hauteur du pic de résonance est appelé la **Finesse** \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (1.9)$$

En considérant le déphasage entre l'onde transmise et l'onde incidente, on peut calculer un **temps de stockage** de l'onde à l'intérieur de la cavité :

$$t_s = \frac{4L\mathcal{F}}{\pi c} \quad (1.10)$$

Une perturbation de fréquence supérieure à la fréquence $f_0 = 1/t_s$ sera donc transmise avec une atténuation :

$$H(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (1.11)$$

On peut ainsi choisir la longueur de la cavité de telle manière que les bruits du laser dans la bande de détection de VIRGO soient négligeables.

1.3 Champs de propagation

En fait, la forme exacte d'un faisceau laser n'est pas celle d'une onde plane. Le champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité peut s'écrire :

$$u(x, y, z, t) = e^{i(\omega t - kz)} \Psi(x, y, z) \quad (1.12)$$

avec u qui vérifie l'équation de propagation (approximation paraxiale) :

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad \text{où } k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.13)$$

Pour une amplitude lentement variable $\partial^2 \Psi / \partial z^2 \ll 2k \partial \Psi / \partial z$, l'équation (1.13) se réécrit :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0 \quad (1.14)$$

Dans un plan $z = \text{constante}$, on note alors $\Psi(x, y)$ l'amplitude de l'onde. On trouve alors une famille de solutions pour l'équation (1.14) sous la forme :

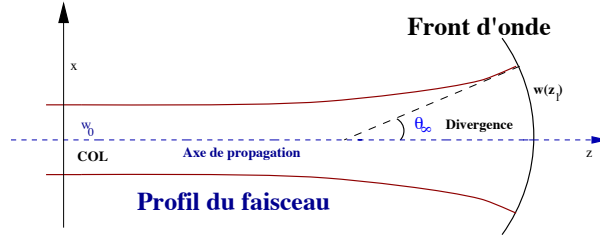


Figure 1.3: Profil d'un faisceau gaussien

$$u_{mn} = e^{i(\omega t - kz)} \frac{w_0}{w} H_m\left(\frac{x\sqrt{2}}{w}\right) H_n\left(\frac{y\sqrt{2}}{w}\right) e^{i\Phi_{mn}} e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2(1-i\zeta)}} \quad (1.15)$$

avec :

$$\begin{cases} \zeta &= \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \\ w^2 &= w_0^2(1 + \zeta^2) \\ \Phi_{mn} &= (m+n+1)\arctan\zeta \\ H_n(x) &= n! \sum_{p=0}^{E[n/2]} \frac{(-1)^p (2x)^{n-2p}}{p!(n-2p)!} \end{cases} \quad (1.16)$$

où H_n représente les polynômes d'Hermite. Le plan $z = 0$ contient le **col du faisceau** w_0 , valeur minimale de l'extension spatiale du faisceau. Ce col représente la distance à l'axe du faisceau du point où l'amplitude de u_{00} a diminué d'une quantité e . On peut obtenir le **rayon de courbure** du front d'onde à travers les quantités ζ et w_0 . Le profil du faisceau est montré dans la figure 1.3. En utilisant l'équation (1.12), on peut montrer que les Ψ_{mn} ainsi construits constituent une base complète et orthogonale de l'ensemble des amplitudes lumineuses définies dans un plan $z =$ constante.

En prenant comme définition du produit scalaire de deux amplitudes Ψ_1 et Ψ_2 :

$$\langle \Psi_1 | \Psi_2 \rangle = \int \Psi_1^* \Psi_2 dx dy \quad (1.17)$$

on peut écrire la puissance $P = \|\Psi\|^2 = \langle \Psi | \Psi \rangle$. Dans un plan $z =$ constante, tout champ $A(x, y)$ peut être décomposé sur les modes de propagation propres $\Psi_{mn}(x, y)$ sous la forme :

$$A(x, y) = \sum_{m,n} \alpha_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \quad (1.18)$$

avec $\alpha_{mn} = \int \Psi_{mn}^* A(x, y) dx dy$. La puissance s'écrit donc :

$$P = \sum_{m,n} |\alpha_{mn}|^2 \quad (1.19)$$

Nous allons maintenant montrer qu'il existe des modes résonnants pour une cavité donnée.

1.4 Champs gaussiens et cavités résonnantes

Dans le paragraphe 1.2, le raisonnement que nous avons mené utilisait l'hypothèse d'ondes planes, c'est à dire que le déphasage associé à une propagation sur la longueur L peut s'écrire $\phi = \frac{\omega L}{c}$. Pour une onde gaussienne, le déphasage après un aller dans la cavité, en tenant compte du déphasage dû aux réflexions sur les miroirs, s'écrit :

$$\phi_{mn} + \frac{\pi}{2} = \frac{\omega L}{c} - (m+n+1)\arctan \frac{\lambda L}{\pi w_0^2} + \frac{\pi}{2} \quad (1.20)$$

La condition de **résonance** de l'onde à l'intérieur de la cavité exige que l'onde soit identique à elle-même après un aller-retour dans la cavité, ce qui peut s'exprimer par :

$$\frac{\omega L}{c} - (m + n + 1) \arctan \frac{\lambda L}{\pi w_0^2} = \frac{2q + 1}{2} \pi \quad (1.21)$$

Il existe donc des **fréquences de résonance** à l'intérieur d'une telle cavité, données par :

$$f_{qmn} = \frac{c}{2L} \left(\frac{2q + 1}{2} + \frac{m + n + 1}{\pi} \arctan \frac{\lambda L}{\pi w_0^2} \right) \quad (1.22)$$

En prenant $q = 0$, le **mode fondamental** est donné par $m = n = 0$, et l'on note Ψ_{00} son amplitude. Si la longueur de la cavité est telle que $\phi_{00} = \pi/2$, on dit que la cavité est accordée sur la résonance du mode fondamental. Les autres phases ϕ_{mn} s'écrivent alors :

$$\phi_{mn} = \phi_{00} - (m + n) \arctan \frac{\lambda L}{\pi w_0^2} \quad (1.23)$$

Pour minimiser les pertes à la résonance, il faut superposer l'axe du faisceau à celui de la cavité : c'est l'alignement. Il faut ensuite adapter géométriquement l'onde à la cavité, en imposant que le rayon de courbure du miroir soit égal au rayon de courbure du front d'onde : on impose un profil donné au faisceau selon la cavité considérée. L'adaptation géométrique du faisceau à la cavité peut se faire en utilisant un télescope constitué de lentilles, puisque la manière dont une lentille de focale f transforme le col d'un faisceau est connue¹. Si le faisceau n'est pas adapté, la résonance ne sera pas optimale, et les perturbations du faisceau, composantes non résonnantes, seront filtrées.

Pour une cavité plan-courbe (fig. 1.4), on peut montrer que le col du faisceau se trouve à l'entrée de la cavité et qu'il est donné par [279] :

$$w_0^2 = \frac{\pi}{L} \sqrt{(R - L)L} \quad (1.24)$$

La **divergence** θ_∞ est définie comme étant l'angle entre l'asymptote de $w(z)$ et l'axe de propagation du faisceau Oz .

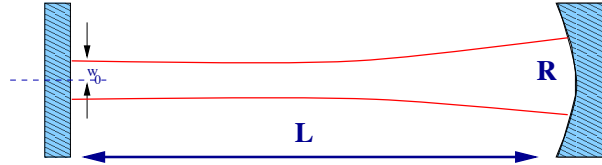


Figure 1.4: Un faisceau gaussien dans une cavité plan-sphérique.

En prenant en compte (1.24), l'équation (1.22) peut se réécrire, en notant $f_0 = \frac{c}{2L}$ l'intervalle spectral libre :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = (m + n) \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \quad (1.25)$$

ce qui donne l'écart en fréquence entre le mode TEM_{mn} et le mode fondamental. Tous les modes de même $(m + n)$ sont donc dégénérés.

1.5 Propriétés de filtrage d'une cavité

1.5.1 Filtrage résonnant

Dans un plan perpendiculaire aux miroirs de la cavité et d'axe Oz , les Ψ_{mn} constituent une base orthonormée et on suppose que la cavité est accordée pour la résonance du mode fondamental Ψ_{00} . Toute amplitude Ψ_{in} peut donc s'écrire sous la forme :

¹Pour transformer un col w_1 en un col w_2 , on peut interposer une lentille de focale $f_0 = \frac{\pi w_1 w_2}{\lambda}$.

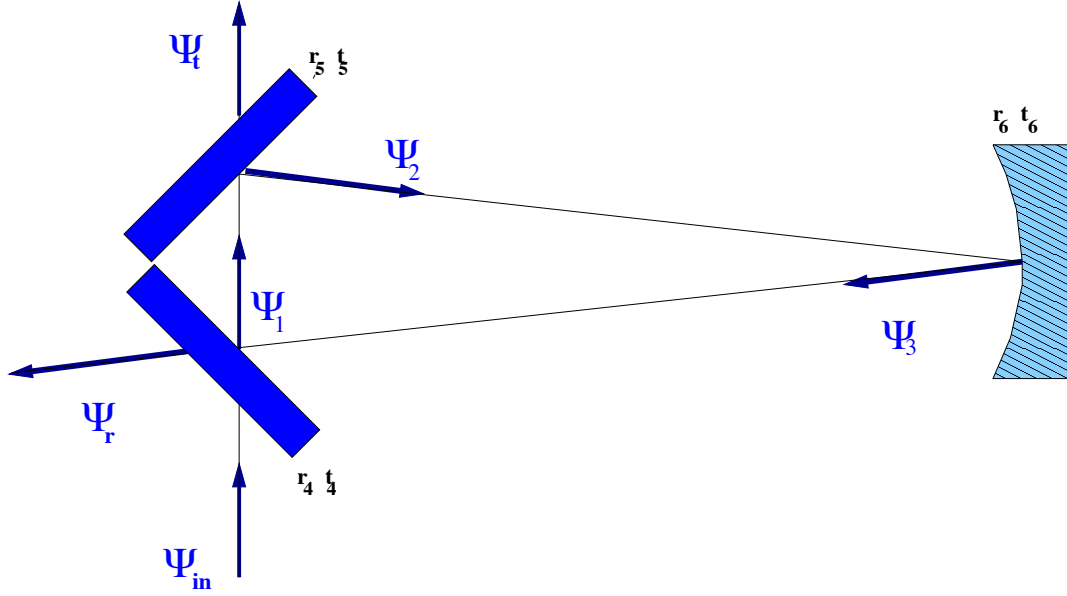


Figure 1.5: Schéma simplifié d'une cavité en anneau. Le parcours du faisceau lumineux est indiqué par les flèches.

$$\Psi_{in} = \sum \alpha_{mn} \Psi_{mn} \quad (1.26)$$

dans un plan $z = \text{constante}$. On peut décomposer les champs réfléchis et transmis Ψ_r et Ψ_t dans le même plan pour caractériser l'atténuation éventuelle des perturbations du faisceau. Le champ réfléchi s'écrit :

$$\Psi_r = \sum r_{mn} e^{i\rho_{mn}} \alpha_{mn} \Psi_{mn}(x, y) \quad (1.27)$$

où r_{mn} et ρ_{mn} sont respectivement la norme et la phase du coefficient de réflexion des modes TEM_{mn} . Ces quantités s'écrivent [279] :

$$\begin{cases} r_{mn} &= \left(\frac{(\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2})^2 + (\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cos \phi_{mn})^2}{1 + (\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cos \phi_{mn})^2} \right)^{1/2} \\ \rho_{mn} &= \frac{\pi}{2} + \arctan \left(\frac{r_2 \sin \phi_{mn}}{r_1 + r_2 \cos 2\phi_{mn}} \right) - \arctan \left(\frac{r_1 r_2 \sin 2\phi_{mn}}{1 + r_1 r_2 \cos 2\phi_{mn}} \right) \end{cases} \quad (1.28)$$

où $\phi_{mn} = \phi_{00} - (m + n) \arctan \sqrt{L/(R - L)}$. La comparaison avec le champ transmis est délicate, puisque le plan $z = \text{constante}$ est différent, mais l'utilisation d'une cavité en anneau résout ce problème (la raison essentielle d'un tel choix n'est pas celle-ci, on le verra plus tard).

Pour une cavité en anneau (figure 1.5), dans laquelle le col du faisceau w_0 est situé entre les deux miroirs plans d'entrée, on peut écrire les relations suivantes entre les champs incidents, réfléchis et transmis :

$$\begin{cases} \Psi_r &= ir_4 \Psi_{in} + t_4 e^{i\phi'} \Psi_3 \\ \Psi_t &= t_5 e^{i\epsilon} \Psi_1 \\ \Psi_1 &= t_4 \Psi_{in} + ir_4 e^{i\phi'} \Psi_3 \\ \Psi_2 &= ir_5 e^{i\epsilon} \Psi_1 \\ \Psi_3 &= ir_6 e^{i\phi'} \Psi_2 \end{cases} \quad (1.29)$$

Les champs réfléchis et transmis s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \Psi_r &= \frac{ir_4 - r_5 r_6 e^{i(2\phi' + \epsilon)}}{1 + ir_4 r_5 r_6 e^{i(2\phi' + \epsilon)}} \Psi_{in} \\ \Psi_t &= \frac{t_4 t_5 e^{i\epsilon}}{1 + ir_4 r_5 r_6 e^{i(2\phi' + \epsilon)}} \Psi_{in} \end{cases} \quad (1.30)$$

Le terme ϵ est le déphasage induit par la propagation entre les 2 miroirs plans, et ϕ' celui provoqué par un aller dans la cavité (intracavité) qui est donné pour le mode TEM_{mn} par :

$$\phi'_{mn} + 3\pi/4 = \frac{\omega L}{c} - (m + n + 1) \arctan \frac{\pi L}{\pi w_0^2} + 3\pi/4 \quad (1.31)$$

La condition de résonance devient alors $2\phi' + \epsilon = \pi/2$.

Le champ transmis s'écrit $\Psi_t(x, y) = \sum t_{mn} e^{i\tau_{mn}} \alpha_{mn} \Psi_{mn}$, avec :

$$\begin{cases} t_{mn} &= \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2}\right)^2}{1 + \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cos^2(\phi'_{mn} + \pi/4)}} \\ \tau_{mn} &= -\arctan\left(\frac{r_1 r_2 \cos 2\phi'_{mn}}{1 - r_1 r_2 \sin 2\phi'_{mn}}\right) \end{cases} \quad (1.32)$$

Pour une cavité accordée sur le mode fondamental, on a $\phi'_{00} = \pi/4$. On en déduit pour la transmission :

$$t_{mn} = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2}\right)^2 + \frac{p_1 p_2 - p_1(1 - r_2^2) - p_2(1 - r_1^2)}{(1 - r_1 r_2)^2}}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \sin(m + n)\chi\right)^2}} \quad (1.33)$$

avec $\chi = \arctan \frac{\lambda L}{\pi w_0^2}$. On voit donc que t_{mn} est maximum pour $m + n = 0$ et qu'il existe un phénomène de filtrage pour tous les modes tels que $m + n \neq 0$, et ce filtrage sera d'autant plus grand que \mathcal{F} sera grand. Il faut évidemment éviter que les modes que l'on désire filtrer aient des résonances proches du mode fondamental (dégénérescence de la cavité) c'est-à-dire que l'on demande :

$$(m + n) \arctan \sqrt{L/(R - L)} \neq q\pi \quad (\text{avec } q \neq 0) \quad (1.34)$$

Pourquoi une cavité triangulaire ?

Dans une cavité linéaire, le faisceau réfléchi peut interférer avec le faisceau incident. L'utilisation d'une cavité triangulaire permet d'éviter des retours du laser vers la source.

1.5.2 Modes et atténuation d'une cavité triangulaire

Pour une cavité linéaire, les modes TEM_{mn} de même $(m + n)$ sont dégénérés (équation (1.25)). L'entier m est lié à la distribution du champ suivant l'axe Oz (plan de la cavité) tandis que n réfère à la distribution vertical du champ. Il y a deux possibilités : une distribution symétrique du champ dans le plan de la cavité (m pair) ou antisymétrique (m impair). Deux modes TEM_{mn} de même $(m + n)$ seront en outre déphasés de π l'un par rapport à l'autre dans le cas d'une cavité triangulaire. L'équation (1.25) se réécrit donc dans le cas d'une cavité triangulaire sous la forme de deux équations, suivant la parité de m :

$$\begin{cases} \frac{\Delta f}{f_0} &= (m + n) \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \quad \text{pour } m \text{ pair} \\ \frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{1}{2} + (m + n) \frac{1}{\pi} \arccos \sqrt{1 - \frac{L}{R}} \quad \text{pour } m \text{ impair} \end{cases} \quad (1.35)$$

L'équation (1.33) peut alors se mettre sous la forme :

$$t_{mn} \propto \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2}{\pi} \mathcal{F} \sin[(m + n)\phi]\right)^2}} \quad (1.36)$$

avec $\phi = \arccos\sqrt{1 - \frac{L}{R}}$ si m est pair, et $\phi = \arccos\sqrt{1 - \frac{L}{R}} + \frac{\pi}{2(m+n)}$ si m est impair.

On obtient alors deux “peignes” de modes, un pour m pair et un pour m impair. On retrouve un ISL entre deux peignes de même parité (voir la figure 1.6). Comme on peut le voir, les modes TEM_{01} et TEM_{10} se trouvent à basse fréquence : ce sont principalement eux qui sont dus aux désalignements des miroirs. Au contraire, les modes d'ordre supérieurs (à plus haute fréquence) correspondent aux fluctuations de position du laser.

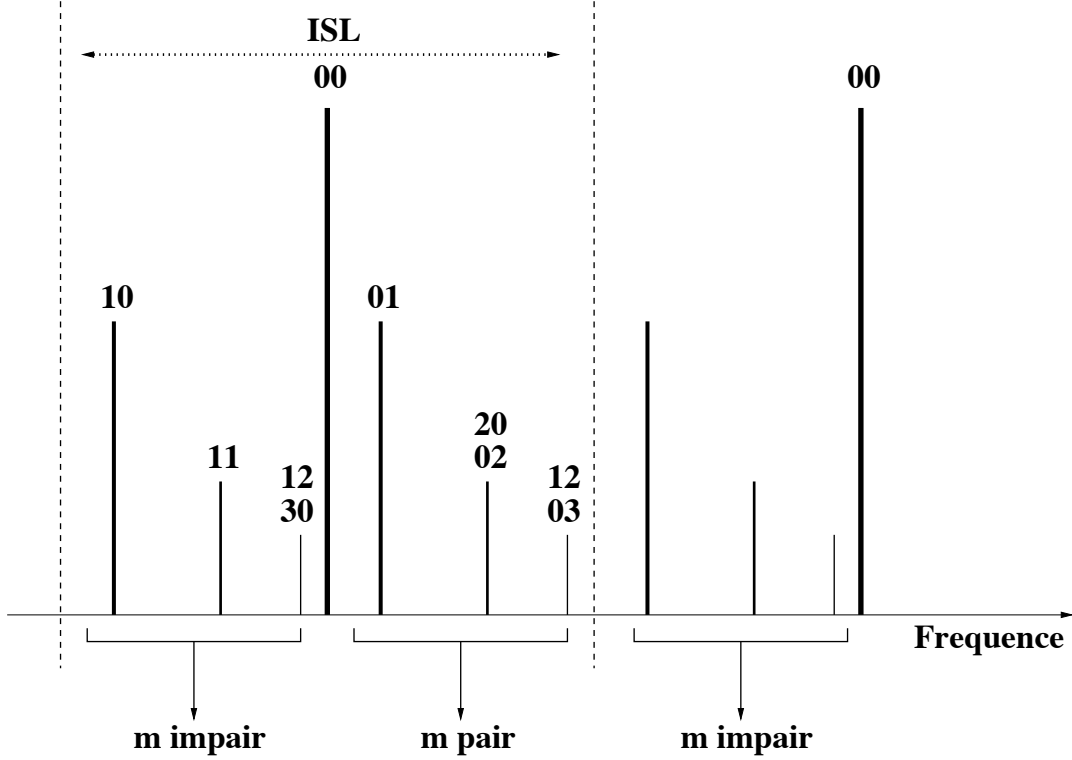


Figure 1.6: Spectre théorique des modes d'une cavité triangulaire. Les peignes de modes caractérisés par m pair ou m impair sont décalés d'un intervalle spectral libre par rapport au fondamental.

On peut calculer la transmission de ces modes au moyen de l'équation (1.36). Les résultats en amplitude et en puissance pour les modes tels que $m + n \leq 30$ sont montrés dans les figures 1.7 et 1.8 (la normalisation est telle que la transmission du mode fondamental est égale à 1), pour une cavité de finesse $\mathcal{F} = 1000$. Deux observations peuvent ici être faites. Tout d'abord, les modes tels que $m + n \leq 10$ sont transmis en puissance avec une atténuation $\lesssim 10^{-4}$ soit 100 ppm. Les défauts spatiaux du faisceau sont ainsi atténués d'un facteur $\sim 10^4 - 10^3$ (puisque de tels défauts se traduisent par l'apparition de modes d'ordres supérieurs).

Ensuite, c'est la transmission en amplitude des modes TEM_{01} et TEM_{10} qui détermine l'atténuation du bruit de position (voir le paragraphe suivant) : on peut voir qu'il est filtré d'un facteur $\sim 3 \cdot 10^{-3}$.

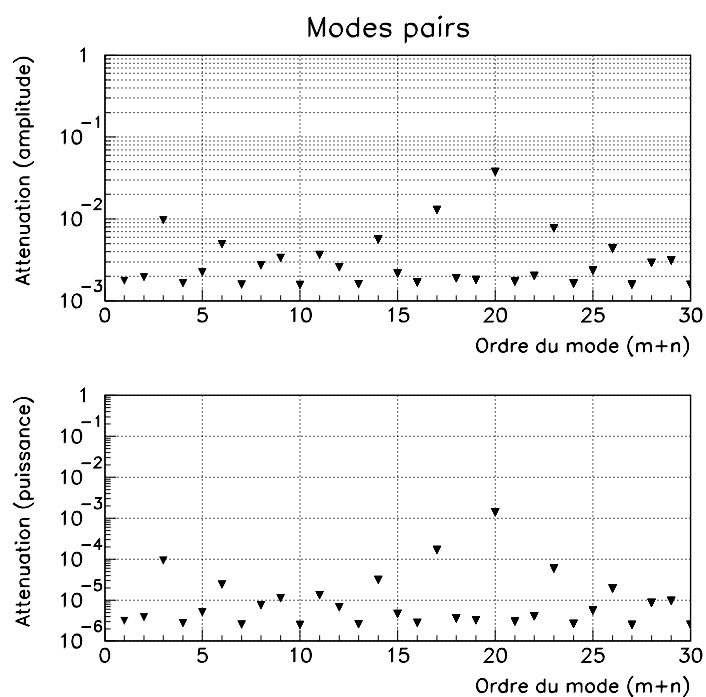


Figure 1.7: Atténuation en amplitude et en puissance des modes symétriques (m pair) pour $m + n \leq 30$.

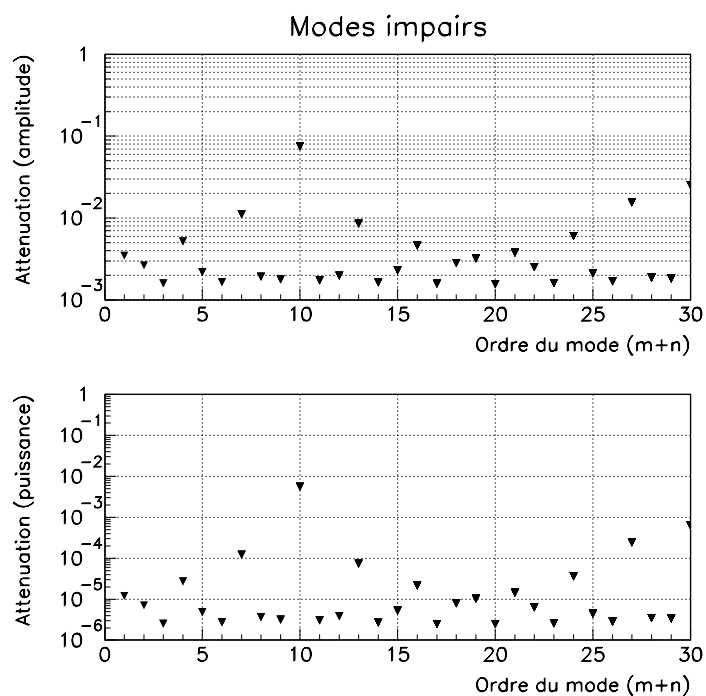


Figure 1.8: Atténuation en amplitude et en puissance des modes antisymétriques (m impair) pour $m + n \leq 30$.

1.5.3 Filtrage spatial

Pour un Fabry-Perot, accordé de modes (réglé pour une résonance du mode fondamental), aligné (axe optique = axe du faisceau), on peut avoir accès à la réflexion en phase, en quadrature et à la puissance transmise. C'est essentiellement pour ses effets de filtrage spatial que le *Mode-Cleaner* de VIRGO est indispensable au bon fonctionnement de l'interféromètre. La cavité triangulaire procède en fait à un filtrage dynamique des modes 01 et 10, et à un filtrage statique des modes d'ordres supérieurs.

Réponse à une translation

En considérant un repère S lié à l'axe optique de la cavité et un repère S' lié à l'axe du faisceau, il est possible de relier $\Psi_{in}(x')$ dans S' et $\Psi_{in}(x)$ dans S (en supposant $\frac{a}{w_0} \ll 1$ et $\frac{\theta}{\theta_\infty} \ll 1$) :

$$\Psi_{in}(x') = \Psi_{00}(x') \propto e^{-x'^2/w_0^2} \Rightarrow \Psi_{in}(x) = \Psi_{00}(x-a) \propto e^{-(x-a)^2/w_0^2} \quad (1.37)$$

On peut donc écrire que sous l'effet d'une translation, $\Psi_{in}(x) = \Psi_{00}(x) + \frac{a}{w_0}\Psi_{10}(x)$, au premier ordre en a/w_0 . Il y a couplage **en phase** entre le mode 00 et le mode 10.

Réponse à une rotation

Dans le cas d'une rotation d'un angle θ , on peut écrire $x = x' \cos \theta - z' \sin \theta$ et $z = x' \sin \theta + z' \cos \theta$, avec au premier ordre :

$$|\Psi_{in}(x)| = |\Psi_{in}(x')| \cos \theta \sim \Psi_{in}(x', y', 0) (1 + \frac{\theta^2}{2}) \quad (1.38)$$

L'amplitude n'est donc que peu modifiée, mais la phase devient $\alpha(x) = kx \sin \theta \sim kx\theta$. Le champ devient alors, au premier ordre en θ/θ_∞ :

$$\Psi_{in}(x) = \Psi_{00}(x) e^{i\alpha(x)} \sim \Psi_{00} + i \frac{\theta}{\theta_\infty} \Psi_{10}(x) \quad (1.39)$$

Il y a couplage **en quadrature** cette fois des modes 00 et 10.

Effet du filtrage spatial

Dans un cas général, pour une cavité désalignée, un faisceau incident purement TEM_{00} dans le référentiel S' peut être exprimé dans le référentiel S sous la forme :

$$\Psi_{in}(x) = \Psi_{00}(x) + (\frac{a}{w_0} + i \frac{\theta}{\theta_\infty}) \Psi_{10}(x) \quad (1.40)$$

Le champ réfléchi peut s'écrire quant à lui dans le repère S :

$$\Psi_r = \mathcal{R}_R^{00} \Psi_{00}(x) + (\frac{a}{w_0} + i \frac{\theta}{\theta_\infty}) \mathcal{R}_R^{10} \Psi_{10}(x) \quad (1.41)$$

On a vu dans l'équation (5.4) du chapitre 1.5 qu'on pouvait définir des réflectivités complexes en amplitude et en puissance, pour un interféromètre de Michelson. De la même manière, pour une cavité Fabry-Perot, on peut noter \mathcal{R}_R^{00} et \mathcal{R}_R^{10} les réflectivités complexes du Fabry-Perot pour les modes 00 et 10. On peut alors développer le mode fondamental pour revenir dans le repère S' , et obtenir le champ réfléchi :

$$\Psi'_r = \mathcal{R}_R^{00} [\Psi_{00}(x') - (\frac{a}{w_0} - i \frac{\theta}{\theta_\infty}) \Psi_{10}(x')] + (\frac{a}{w_0} + i \frac{\theta}{\theta_\infty}) \mathcal{R}_R^{10} \Psi_{10}(x') \quad (1.42)$$

De la même manière, on trouverait que le champ transmis dans le référentiel S' s'écrit :

$$\Psi'_t = \mathcal{R}_T^{00}[\Psi_{00}(x') + (\frac{a}{w_0} - i\frac{\theta}{\theta_\infty})\Psi_{10}(x')] + (\frac{a}{w_0} + i\frac{\theta}{\theta_\infty})\mathcal{R}_T^{10}\Psi_{10}(x') \quad (1.43)$$

avec des notations équivalentes pour \mathcal{R}_T^{00} et \mathcal{R}_T^{10} . Cette expression peut se simplifier : on a vu au paragraphe précédent que le mode TEM₁₀ était atténué en transmission (et en amplitude) d'un facteur $\lesssim 10^{-2}$.

Les fluctuations de position du faisceau sont donc filtrées comme des défauts spatiaux. L'axe du faisceau est de plus déterminé par les mouvements du miroir suspendu (donc à des fréquences $\lesssim 1$ Hz) : le faisceau transmis est donc un mode fondamental pratiquement pur, stable par rapport à l'interféromètre (lui aussi composé de miroirs isolés du bruit sismique).

1.5.4 Filtrage des fluctuations de puissance

Supposons une fluctuation d'amplitude sous la forme d'une onde plane :

$$E_{in} = E_0(1 + 2m \cos \omega_m t) e^{i\omega_0 t} \quad (1.44)$$

avec m traduisant la modulation d'amplitude. Comme exposé au chapitre I.5, on a apparition de deux bandes latérales aux fréquences $\omega_P, \omega_M = \omega_0 \pm \omega_m$. En transmission, on peut alors écrire :

$$E_{out} = E_0 t(\omega_0) e^{i\tau_0} e^{i\omega_0 t} (1 + m \frac{t(\omega_P)}{t(\omega_0)} e^{i(\tau_P - \tau_0)} e^{i\omega_m t} + m \frac{t(\omega_M)}{t(\omega_0)} e^{i(\tau_M - \tau_0)} e^{-i\omega_m t}) \quad (1.45)$$

équation dans laquelle (avec $j = \pm$) :

$$\begin{cases} t(\omega) &= \sqrt{1 - ((r_1 - r_2)/(1 - r_1 r_2))^2 / (1 + (2\mathcal{F}/\pi \cos(\omega L/c))^2)}, \quad \text{avec} \\ \tau_j &= -\arctan\left(\frac{r_1 r_2 \sin 2\omega_j L/c}{1 + r_1 r_2 \cos 2\omega_j L/c}\right) \end{cases} \quad (1.46)$$

La condition de résonance est $2\omega_0 L/c = \pi$, ce qui donne en transmission :

$$E_{out} = E_t(1 + 2m' \cos(\omega_m t + \tau_m)) e^{i\omega_0 t} \quad (1.47)$$

avec :

$$\begin{cases} E_t &= E_0 \sqrt{1 - ((r_1 - r_2)/(1 - r_1 r_2))^2}, \\ m' &= m(1 + (2\mathcal{F}/\pi \sin(\omega_m L/c))^2)^{1/2} \quad \text{et} \\ \tau_m &= \arctan(r_1 r_2 \sin(2\omega_m L/c) / (1 - r_1 r_2 \cos(2\omega_m L/c))) \end{cases} \quad (1.48)$$

Les fluctuations d'amplitude ont donc été atténuées pour des pulsations de modulation telles que :

$$\omega_m \neq \frac{q\pi c}{L} \quad q \text{ entier} \quad (1.49)$$

Si $\omega_m = q\pi L/c$ les bandes latérales seront en résonance dans la cavité (pas de filtrage).

Pour un laser préstabilisé en puissance ($m \ll 1$), la puissance moyenne (sur un temps $T = 2\pi/\omega_m$) est :

$$\bar{P}_t = \frac{E_t^2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (1 + 2m' \cos(\omega_m t + \tau_m))^2 dt = \bar{P}_t = E_t^2 (1 + 2m'^2) \quad (1.50)$$

La transmission de la cavité s'écrit alors :

$$T_{cav} = \frac{\bar{P}_t}{\bar{P}_{in}} = t_0^2 \frac{1 + 2m'^2}{1 + 2m^2} \quad (1.51)$$

avec $t_0^2 = 1 - ((r_1 - r_2)/(1 - r_1 r_2))^2$. Pour une modulation d'amplitude à ω_m , la puissance se distribue sur la porteuse et sur les bandes latérales. En outre, si ω_m est un multiple de l'Intervalle Spectral Libre, les bandes latérales sont transmises et $T_{cav} = 1$. Pour ω_m , hors de la résonance, elles ne sont pas transmises d'où une chute de la puissance transmise.

1.5.5 Filtrage des fluctuations de fréquence

Considérons des fluctuations de fréquence du champ incident de la forme :

$$E_{in} = E_0 e^{i(\omega_0 t + \phi(t))} \quad (1.52)$$

Pour VIRGO et un laser préstabilisé en fréquence, on a $\dot{\phi}(t) \ll \Delta\omega_0 \simeq 3 \times 10^{-3} \text{ Hz} / \sqrt{\text{Hz}}$ à 1 kHz, et on peut écrire :

$$E_{in} = E_0 e^{i(\omega_0 t + m \cos(\omega_m t + \zeta))} \quad (1.53)$$

$$e^{(im \cos(\phi_m t + \zeta))} = J_0(m) + \sum a_k(e^{(ik(\omega_m t + \zeta))} + e^{(-ik(\omega_m t + \zeta))}) \quad (1.54)$$

Pour $m \ll 1$, $J_0(m) \sim 1$ et $J_1(m) \sim m/2$ d'où l'expression :

$$E_{in} = E_0 e^{i\omega_0 t} (1 + \frac{m}{2}(e^{i\omega_m t} - e^{-i\omega_m t})) \quad (1.55)$$

En transmission, on obtient donc (avec les mêmes définitions que précédemment pour E_t, m', τ_m) :

$$E_{out} = E_t e^{i\omega_0 t} (1 + \frac{m'}{2}(e^{i(\omega_m t + \tau_m)} - e^{-i(\omega_m t + \tau_m)})) \quad (1.56)$$

Au premier ordre, on peut donc écrire que $E_{out} \sim E_t e^{i\omega_0 t} e^{im' \cos(\omega_m t + \tau_m)}$. Il y a donc filtrage des fluctuations de fréquence : en fait, une fluctuation de fréquence à l'entrée induit une fluctuation d'amplitude en transmission.

Dans le cas d'un champ incident modulé en fréquence, l'énergie est distribuée sur la porteuse et les bandes latérales. À la sortie du *Mode-Cleaner*, les bandes latérales seront donc filtrées si elles sont hors de la résonance. Pour une fluctuation $\Delta\omega$, on trouve l'expression suivante pour T_{cav} :

$$T_{cav} = \frac{P_t}{P_{in}} = (1 - (\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2})^2) \frac{1}{1 + (\frac{2\Delta f}{FWHM})^2} \quad (1.57)$$

avec FWHM la largeur à mi-hauteur de la résonance (en fréquence).

1.6 Propriétés optiques d'une cavité triangulaire

Une configuration en anneau permet d'obtenir des propriétés supplémentaires aux capacités de filtrage que nous venons d'aborder.

1.6.1 Rétrodiffusion

Tout d'abord, un miroir illuminé sous incidence normale réfléchit de la lumière vers la source. Une cavité triangulaire permet d'atténuer cet effet. On peut calculer que dans ce cas, la puissance due à la lumière rétrodiffusée est $P_{rd}^{triang} \simeq 3 \times 10^{-6} P_{in}$, alors que pour une cavité linéaire $P_{rd}^{lin} \simeq 8 \times 10^{-4} P_{in}$ [279].

1.6.2 Sélection de la polarisation

Une onde peut être caractérisée par sa polarisation, qui peut être soit parallèle, soit perpendiculaire au plan d'incidence. Les coefficients de réflexion d'une polarisation parallèle et perpendiculaire au plan d'incidence sont donnés par, avec i l'angle d'incidence, et θ_t l'angle de l'onde transmise :

$$\begin{cases} r_p &= \frac{n \cos i - \cos \theta_t}{n \cos i + \cos \theta_t} \\ r_s &= \frac{\cos i - n \cos \theta_t}{\cos i + n \cos \theta_t} \end{cases} \quad (1.58)$$

respectivement pour une onde polarisée “p” ou “s” (parallèle ou perpendiculaire). À faible incidence, on a donc $r_p \simeq (n-1)/(n+1)$ et $r_s \simeq -(n-1)/(n+1)$. Lors d’une réflexion, une onde polarisée “p” subit un déphasage nul, tandis qu’une onde “s” connaît un déphasage de π . Pour une cavité linéaire, on a donc $\phi_s = \phi_p$, tandis que pour une cavité triangulaire, on aura $\phi_p - \phi_s = \pi$: on peut donc **sélectionner** une résonance de polarisation p ou s , pour des fréquences ν_s ou ν_p données par :

$$\begin{cases} 2\pi n_p &= \frac{4\pi L}{c} \nu_p \\ 2\pi n_s &= \frac{4\pi L}{c} \nu_s + \pi \end{cases} \quad (1.59)$$

avec n_s, n_p deux entiers. Les résonances ne sont pas confondues. D’autre part, le rapport entre les transmissions à résonance et hors résonance est donné par :

$$t_{sp} = \frac{T_{\text{résonance}}}{T_{\text{hors résonance}}} = \frac{1 + r_1 r_2}{1 - r_1 r_2} \sim \frac{2\mathcal{F}}{\pi} \quad (1.60)$$

avec $r_1 \simeq r_2 \simeq 1$. Ce rapport dépend donc de la finesse de la cavité et non pas de sa longueur.

Après avoir vu dans le détail le fonctionnement et les propriétés d’une cavité triangulaire, le paragraphe suivant va présenter les caractéristiques du *Mode-Cleaner* de VIRGO.

1.7 Le *Mode-Cleaner* suspendu de VIRGO

C’est donc une configuration triangulaire qui a été choisie pour le *Mode-Cleaner* de VIRGO ; à l’entrée de la cavité, un dièdre en silice, et 144 m plus loin, un miroir concave avec une réflexion maximale et un rayon de courbure $R_c \simeq 181$ m. Les miroirs plans ont une réflectivité $R \simeq 0.997$, correspondant à une finesse d’environ 1000 en polarisation s . Pour assurer que les défauts spatiaux soient supprimés d’un facteur $\simeq 10^3$, il est nécessaire d’avoir une transmission inférieure à 100 ppm pour les modes $m+n \leq 10$, et pour les modes supérieurs, une transmission inférieure à 1000 ppm. L’atténuation du bruit de position est déterminée par la transmission en amplitude des modes TEM₀₁ et TEM₁₀ essentiellement, et il sera donc filtré d’un facteur $\simeq 3 \times 10^{-3}$ (voir le paragraphe 1.5.2).

Le banc d’entrée ainsi que le miroir courbe sont suspendus à un superatténuateur plus court que ceux utilisés dans les autres parties de VIRGO, constitué d’un pendule inversé, d’un filtre 0, d’un étage intermédiaire de suspension, et finalement d’une marionnette soutenant le banc, sur lequel est fixé le miroir concave (voir la figure 1.9).

Le faisceau laser, produit dans une salle à l’extérieur de la tour d’injection abritant le banc d’entrée, est mis en forme sur une table d’optique, avant d’être envoyé sur le dièdre. À l’extérieur de la tour, les caméras des contrôles locaux (voir le chapitre suivant) sont fixés sur des tables d’optique, ainsi que les photodiodes et les caméras CCD permettant d’enregistrer et de visualiser la forme du faisceau.

Le laser est préstabilisé en fréquence sur une cavité rigide ULE de 30 cm, et de haute finesse, fixée sous le banc d’entrée (voir la figure 1.10). Après son passage à travers un modulateur à 14 MHz, le faisceau est divisé en deux parties. La majeure partie ($\sim 70\%$) permet d’adapter le col du faisceau laser avec celui du *Mode-Cleaner*, au moyen d’un télescope ; le col passe alors de $\sim 100\mu\text{m}$ à environ 5 mm. Le reste du faisceau est envoyé sur la cavité de préstabilisation, qui sert de référence en fréquence pour le laser, à travers un autre télescope (le col passe alors de $100\mu\text{m}$ à environ $300\mu\text{m}$).

La fréquence du laser est asservie sur la fréquence de la cavité ULE avec la technique de Pound-Drever-Hall. L’asservissement a une grande bande passante (entre 100 kHz et 1 MHz) et se fait au moyen de trois actuators différents. Tout d’abord, la température du cristal composant le laser permet de compenser les dérives à basse fréquence (contrôle thermique). Ensuite, un cristal piézoélectrique permet de moduler la longueur de la cavité laser elle-même pour compenser les

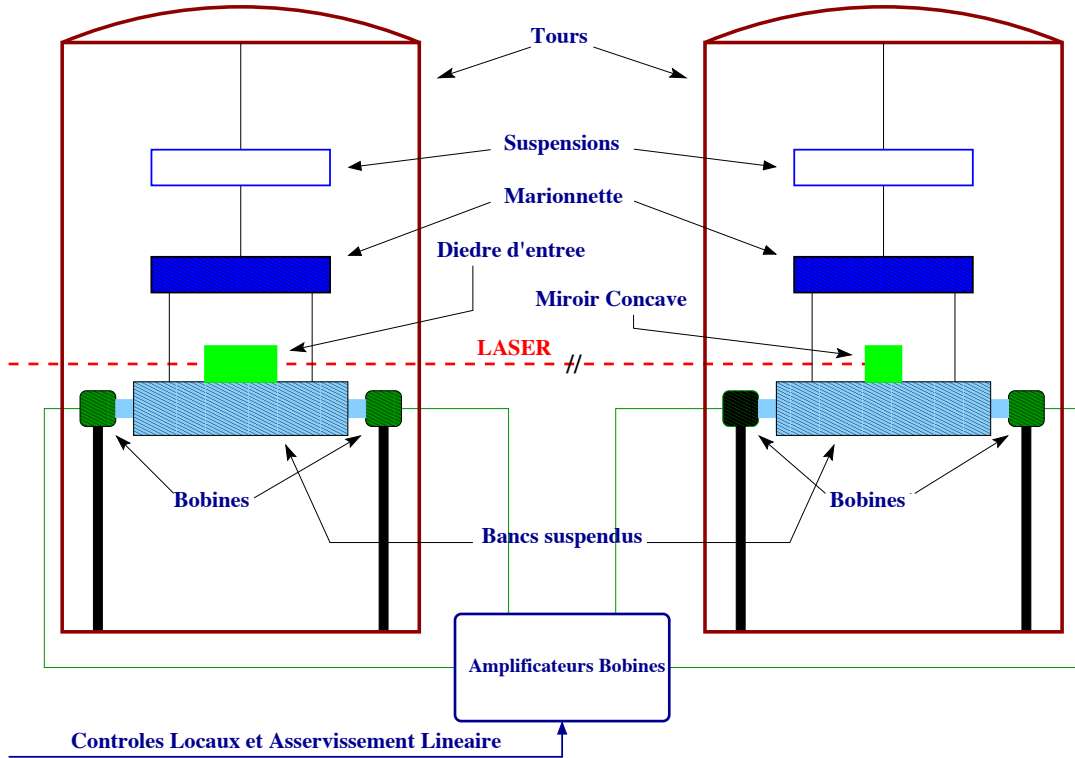


Figure 1.9: Le *Mode-Cleaner* de VIRGO : les bancs et le système de suspension. Les corrections provenant des contrôles locaux et/ou du contrôle longitudinal sont envoyées aux bobines, pour corriger la position des bancs (voir le chapitre suivant).

fluctuations de fréquence jusqu'à environ 10 kHz. Enfin, un cristal électro-optique hors cavité permet d'agir sur la phase du faisceau laser pour corriger les fluctuations à très haute fréquence.

La fraction du faisceau qui n'est pas utilisée pour la préstabilisation est envoyée dans le tube à vide reliant la salle laser au bâtiment *Mode-Cleaner*, dans laquelle se trouve la tour abritant le miroir concave. Ce miroir est fixé à un banc, suspendu à une série de suspensions identique à celle du banc d'injection. Le miroir concave peut être bougé soit au moyen de bobines contrôlant le banc, soit au moyen d'actuateurs piézo-électriques (permettant des mouvements plus fins et une plus grande dynamique). Il est aussi prévu de pouvoir agir sur la marionnette (au moyen de bobines), ce qui aurait l'avantage d'offrir plus de dynamique.

La longueur physique de la cavité *Mode-Cleaner* de VIRGO est de 144 m, et ce choix provient de deux contraintes principales :

- un pôle de la cavité assez bas, pour filtrer les fluctuations de fréquence et de puissance du laser. Pour $L = 144$ m, le pôle est à $f_0 = 500$ Hz, soit une atténuation de 20 environ à 10 kHz.
- une transmission des bandes latérales pour l'extraction du signal gravitationnel ; une longueur L assez grande permet d'obtenir un intervalle spectral libre grand, et donc une plus grande liberté dans le choix de la fréquence de modulation.

Garder le mode fondamental en résonance à l'intérieur de la cavité implique la présence d'un système de contrôle et d'asservissement des miroirs. Dans les chapitres suivants, nous allons détailler les solutions qui ont été envisagées pour le contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO. Les miroirs sont isolés sismiquement mais la cavité ne va pas naturellement rester à la résonance, étant soumise au bruit sismique résiduel. Il faut donc l'asservir, et pour cela, asservir les mouvements des miroirs, et ainsi la longueur de la cavité.

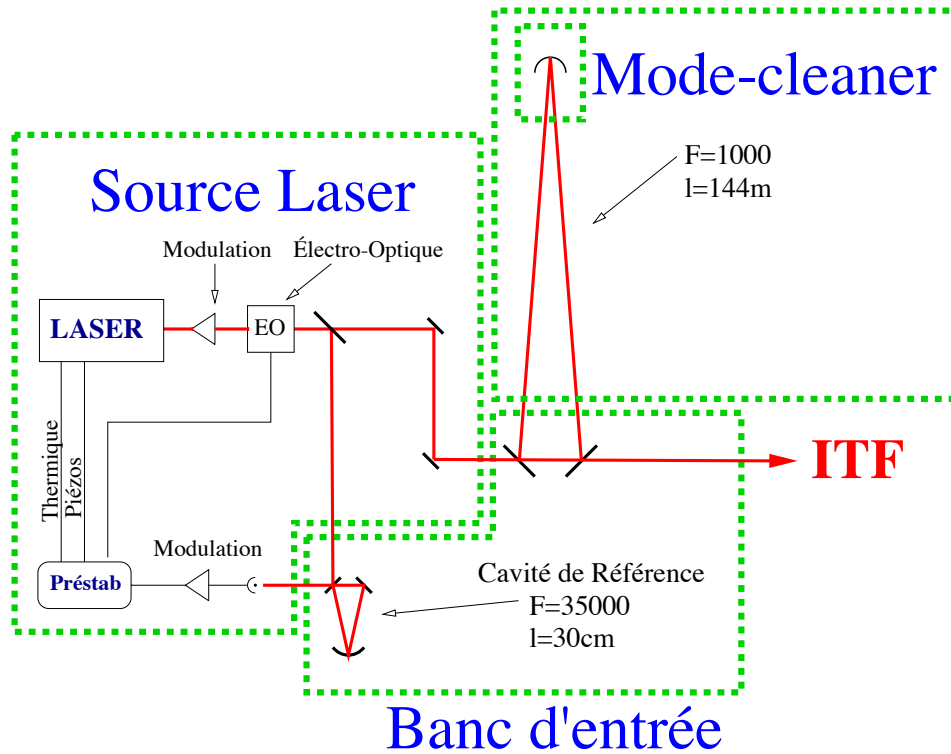


Figure 1.10: Schéma du dispositif expérimental de la source laser. Une partie du faisceau est envoyée dans la cavité de référence, de haute finesse, fixée sous le banc d'entrée, et sert à préstabiliser le laser en fréquence. La stabilisation du laser sur VIRGO n'est pas montrée ici.

D'autre part, on verra que les asservissements prévus ne fonctionnent qu'autour du point de fonctionnement, la résonance ; il faudra donc prévoir un système permettant de rapprocher la cavité d'un point où l'asservissement linéaire peut fonctionner.

Dans un premier temps, nous allons présenter l'architecture de contrôle du *Mode-Cleaner*. Puis, l'étude par des simulations d'une technique d'acquisition de la résonance, ainsi que le développement d'une architecture client-serveur répondant à ce besoin seront présentés, suivis par les tests effectués lors de l'implémentation de cette architecture sur le site de l'expérience.

Enfin les résultats expérimentaux obtenus avec cette cavité qui est la première cavité suspendue de VIRGO en fonctionnement seront présentés, avec la seule réserve qu'ils ont été obtenus avec un miroir de rayon de courbure non adapté à la cavité et de faible réflectivité, ce qui induit une finesse de 100 au lieu de 1000.

Chapitre 2

Contrôle d'une cavité suspendue

Contenu du chapitre

2.1	Spécifications : Transmission, stabilité en fréquence et en puissance	226
2.1.1	Stabilité en fréquence	226
2.1.2	Stabilité en puissance	226
2.2	Contrôles locaux	227
2.2.1	Lecture et mémorisation de la position des masses	227
2.2.2	Amortissement du mouvement sismique résiduel	227
2.2.3	Fonctionnement des contrôles locaux	227
2.3	Alignement	228
2.4	Le signal Pound-Drever	228
2.4.1	Alignement automatique	229
2.4.2	Linéarisation du signal d'erreur	230
2.5	La chaîne du contrôle global du <i>Mode-Cleaner</i>	231
2.5.1	L'acquisition de la résonance	231
2.5.2	Asservissement linéaire	232
2.5.3	Alignement automatique	233
2.6	Contrôle longitudinal : actuateurs	233
2.7	Spécifications sur la boucle d'asservissement	234
2.7.1	Sources de bruit	235
2.7.2	Vitesse et gain du système	235
2.7.3	Conclusions	236



NE CAVITÉ SUSPENDUE telle que le *Mode-Cleaner* de VIRGO doit être asservie pour demeurer autour de son fonctionnement optimal, la résonance, caractérisée par une puissance transmise par la cavité proche du maximum. Les mouvements des miroirs dus au bruit sismique résiduel doivent être tout d'abord amortis, pour que la cavité puisse être alignée ; c'est le rôle des contrôles locaux. Puis, l'asservissement linéaire de la cavité (linéaire parce que fonctionnant dans la zone linéaire du signal d'erreur) doit être défini et appliqué, mais pour cela, la cavité doit déjà se trouver à proximité de la résonance. Un serveur dédié à cette tâche d'**acquisition** de la résonance a donc été développé. Il prend aussi en charge le contrôle longitudinal de la cavité, ainsi que son **alignement automatique**. Les spécifications sur ces contrôles seront finalement présentées, ainsi que la chaîne complète des actuators et des serveurs qui entrent en jeu.

2.1 Spécifications : Transmission, stabilité en fréquence et en puissance

En supposant un faisceau incident parfaitement stabilisé en puissance et une cavité triangulaire dont la longueur peut fluctuer, la puissance transmise peut se réécrire :

$$P_t = \frac{P_0}{1 + \left(\frac{\Delta L}{FWHM}\right)^2} \quad (2.1)$$

avec $FWHM = \frac{\lambda}{4\mathcal{F}}$ la largeur à mi hauteur de la raie de résonance, exprimée en longueur, et ΔL le bruit de longueur du *Mode-Cleaner*, P_0 étant la puissance transmise à la résonance. Les contraintes imposées sur $\Delta P/P$ (fluctuations de puissance transmise) impliquent donc :

$$\Delta L < \sqrt{\frac{\Delta P}{P}} \frac{\lambda}{4\mathcal{F}} \quad (2.2)$$

Pour $\Delta P/P \simeq 0.5\%$, on obtient donc $\Delta L \leq 2 \times 10^{-11}$ m (20 pm), ce qui impose une contrainte sur l'asservissement (ou *servo*) qui sera utilisé pour contrôler la longueur de la cavité (voir le chapitre III.3).

2.1.1 Stabilité en fréquence

Les fluctuations de position des miroirs induisent un bruit de phase du faisceau $\delta\phi = \frac{2}{\pi}\mathcal{F}\delta L\frac{2\pi}{\lambda}$, où $\delta\tilde{L}$ est la densité spectrale de bruit de longueur de la cavité. Le bruit de fréquence induit est donc :

$$\delta\tilde{\nu} = 2\pi f\delta\phi \quad (2.3)$$

avec f la fréquence d'analyse. Si on exige que le bruit de fréquence provoqué par le bruit de longueur de la cavité soit inférieur au bruit de fréquence du laser préstabilisé $\delta\tilde{\nu}_{ps}$ (dans l'espace de Fourier), on obtient la relation :

$$\delta\tilde{L} \leq \delta\tilde{\nu}_{ps} \frac{\lambda}{8\pi\mathcal{F}f} \quad (2.4)$$

2.1.2 Stabilité en puissance

Des fluctuations de longueur rapides δL autour de la résonance induisent un bruit de puissance au second ordre. En revanche, un déplacement statique, c'est-à-dire lentement variable, par rapport à la résonance, va se coupler, lui, au premier ordre. Si on considère $\Delta L \simeq 2 \times 10^{-11}$ m, la spécification pour le bruit longitudinal résiduel (pour une finesse de 1000), les fluctuations de puissance vérifient :

$$\frac{\tilde{\Delta}P}{P} = \left(\frac{\Delta L + \delta L}{\Delta L}\right)^2 \quad (2.5)$$

Les fluctuations de puissance au premier ordre sont donc (dans l'espace de Fourier) :

$$\tilde{\Delta}P/P = 2\tilde{\delta}L\Delta L(4\mathcal{F}/\lambda)^2 \quad (2.6)$$

En notant, $\delta\tilde{P}_{ps}$ les fluctuations de puissance du laser préstabilisé, on obtient la condition :

$$\tilde{\delta}L\Delta L \leq \frac{1}{2}\delta\tilde{P}_{ps}\left(\frac{\lambda}{4\mathcal{F}}\right)^2 \quad (2.7)$$

Toutes ces spécifications sont résumées dans le tableau 2.1.

Spécification	Condition sur bruit de longueur
Transmission RMS ≤ 0.5 %	$\Delta L \leq 2 \times 10^{-11}$ m
$\Delta\nu_{MC} \leq \delta\nu$ Laser préstabilisé	$\tilde{\delta}L \leq \frac{3 \times 10^{-9}}{f}$ m / \sqrt{Hx}
$\Delta P_{MC} \leq \delta P$ Laser préstabilisé	$\tilde{\delta}L\Delta L \leq \frac{5 \times 10^{-23}}{f^{-0.8}}$ m ² / \sqrt{Hx}

Tableau 2.1: Résumé des spécifications pour le *Mode-Cleaner* de VIRGO

2.2 Contrôles locaux

Avant de contrôler de façon globale la cavité *Mode-Cleaner*, c'est-à-dire asservir les mouvements du miroir concave pour que le mouvement d'ensemble de la cavité soit telle qu'elle puisse être amenée à la résonance, il faut mesurer la position des deux masses (banc d'entrée et miroir concave), et amortir leur mouvement par rapport au sol. C'est le rôle des contrôles locaux [285] (du banc *Mode-Cleaner* ou du banc d'entrée).

2.2.1 Lecture et mémorisation de la position des masses

Ce système permet la mesure de la position des masses par rapport à un référentiel local fixe (lié au sol), au moyen de caméras CCD. L'alignement de la cavité (faire coïncider l'axe optique du faisceau et l'axe de la cavité) pouvant éventuellement être perdu, une mémorisation de ces positions a donc été prévue.

2.2.2 Amortissement du mouvement sismique résiduel

La phase d'alignement de la cavité s'effectue en envoyant des forces dans les bobines qui contrôlent les bancs suspendus soutenant les miroirs. Ces forces peuvent à tout moment exciter des résonances des bancs. Les contrôles locaux ont donc pour rôle essentiel l'amortissement des ces mouvements excessifs, dans tous les degrés de libertés. Ils requièrent donc une parfaite connaissance du système bobines-banc suspendu.

2.2.3 Fonctionnement des contrôles locaux

La lecture de la position de tâches de référence aux dos du miroir (ou masse) au moyen d'une caméra CCD, ainsi que les réflexions sur les miroirs de deux lasers auxiliaires (situé à l'extérieur de la tour) permettent de mesurer les déplacements du miroir dans les 6 degrés de liberté.

Un algorithme fonctionnant sur un châssis VME interprète les données et calcule les déviations de ces positions par rapport à des positions de référence (prédéfinies). Les corrections à appliquer aux bancs sous forme de courant pour amortir les résonances et réduire les mouvements résiduels sont alors calculées, puis envoyées aux bobines qui contrôlent les masses.

Les mouvements résiduels mesurés dans les 6 degrés de liberté pour le banc *Mode-Cleaner* sont :

$$\begin{cases} \Delta X \simeq 2\mu m \\ \Delta Y \simeq 1 - 2.6\mu m \\ \Delta Z \simeq 3.7 - 4.6\mu m \\ \Delta\theta_X \simeq 0.5 - 0.7\mu rad \\ \Delta\theta_Y \simeq 0.8 - 1.7\mu rad \\ \Delta\theta_Z \simeq 16. - 20.\mu rad \end{cases} \quad (2.8)$$

2.3 Alignement

Avant d'asservir les mouvements des masses pour conduire la cavité à la résonance, il faut que le mode fondamental résonne dans la cavité. En partant d'une situation où les masses sont complètement désalignées il faut donc :

- Préaligner la cavité, c'est-à-dire définir l'axe de la cavité. Pour cela, un faisceau laser Hélium-Néon est envoyé à travers le miroir concave et est recueilli au centre du dièdre d'entrée, puis les masses sont alignées pour faire résonner le laser dans la cavité. Les positions des masses sont alors enregistrées.
- L'alignement grossier consiste à aligner le faisceau Nd: YAG (au moyen de deux miroirs du banc d'entrée disposant de moteurs picométriques) de façon à voir la tâche laser au centre du miroir concave.
- Une fois que le faisceau est centré sur les miroirs, il peut commencer à interférer à l'intérieur de la cavité. L'alignement fin consiste alors à optimiser le couplage avec le TEM₀₀ en maximisant la puissance transmise (au moyen d'une photodiode et d'une caméra CCD).

2.4 Le signal Pound-Drever

Pour que les propriétés de filtrage de la cavité puissent être utilisées, on doit maintenir la cavité à la résonance pour le mode fondamental. Il faut donc que la longueur de la cavité soit asservie sur la fréquence du laser, autour de cette résonance. Comme on l'a vu au chapitre 5 de la partie I, la technique de modulation frontale permet d'extraire le signal gravitationnel. On va voir ici qu'elle permet aussi de contrôler longitudinalement (c'est-à-dire suivant la direction de propagation du faisceau laser, les autres degrés de liberté étant pris en charge par les contrôles locaux) une cavité Fabry-Perot en général, et le *Mode-Cleaner* en particulier.

L'équation (I.1.28) nous a permis d'écrire la phase et le module des modes apparaissant dans le champ réfléchi par la cavité. Il est clair que dans le cas d'une cavité Fabry-Perot, on peut faire l'analogie (onde plane + cavité plan-plan) \leftrightarrow (champ gaussien + cavité plan-sphérique). Pour une onde plane, le déphasage s'écrit simplement $\phi = \omega L/c$ et la phase et le module des coefficients de réflexion deviennent :

$$\begin{cases} r(\omega) &= \left(\frac{(\frac{r_1 - r_2}{1 - r_1 r_2})^2 + (\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cos \omega L/c)^2}{1 + (\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \cos \omega L/c)^2} \right)^{1/2} \\ \rho(\omega) &= \frac{\pi}{2} + \arctan \left(\frac{r_2(1 - r_1^2) \sin 2\omega L/c}{r_1(1 + r_2^2) + r_2(1 + r_1^2) \cos \omega L/c} \right) \end{cases} \quad (2.9)$$

dont on peut trouver l'allure dans la figure 2.1 (avec $r_1 = r_2 = \sqrt{0.997}$ et $\mathcal{F} \simeq 1000$). Le module du champ réfléchi est symétrique autour de la résonance, tandis que la phase varie de manière rapide, antisymétrique et quasi-linéaire. Nous allons voir qu'on peut se servir de ce signal pour contrôler la longueur de la cavité et la maintenir à résonance.

L'équation (I.5.52) nous a permis de faire apparaître un terme modulé dans la puissance total du faisceau réfléchi, sous la forme $(\Psi_+ \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_-^*)e^{i\Omega t} + (\Psi_- \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_+^*)e^{-i\Omega t}$, qu'on peut réécrire :

$$2\text{Re} [(\Psi_+ \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_-^*)e^{i\Omega t}] = 2\text{Re} [\Psi_+ \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_-^*] \cos \Omega t - 2\text{Im} [\Psi_+ \Psi_0^* + \Psi_0 \Psi_-^*] \sin \Omega t \quad (2.10)$$

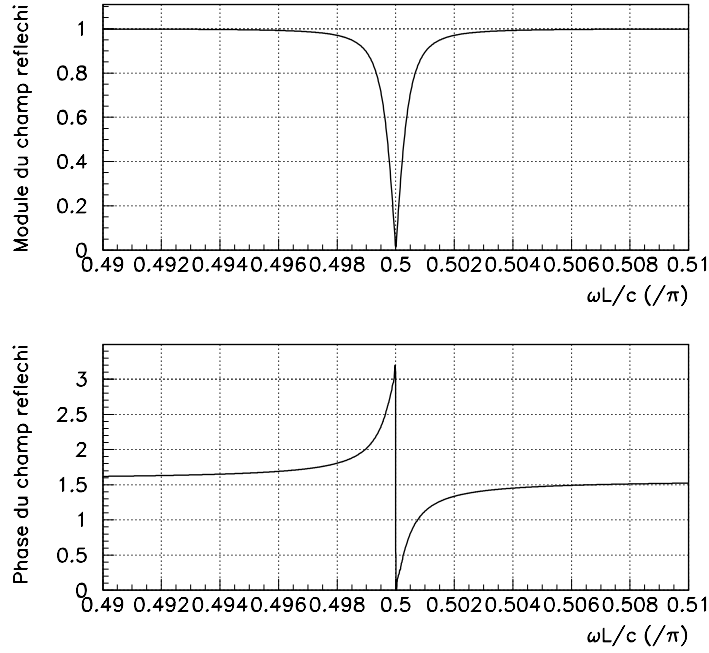


Figure 2.1: Module et phase du champ réfléchi pour une cavité Fabry-Perot simple (avec $r_1 = r_2 = \sqrt{0.997}$ et $\mathcal{F} = 1000$) en fonction de la longueur de la cavité.

La partie réelle est appelée la composante **en phase** du signal en réflexion (ou signal de Pound-Drever-Hall), tandis que la partie imaginaire est la composante **en quadrature**. La fréquence de modulation est choisie de telle manière que les bandes latérales sont en anti-résonance dans la cavité. On peut voir sur la figure 2.2 la puissance transmise en fonction de la longueur de la cavité, la composante en phase ainsi que la composante en quadrature du signal de réflexion, pour une fréquence de modulation $\Omega = 6.28$ MHz. La composante en phase est de nouveau linéaire autour de la résonance (dans un intervalle de longueur $\lambda/2\mathcal{F}$), et représente grossièrement la dérivée de la puissance transmise.

Un système de contrôle pourra donc prendre en compte ce signal d'erreur (et sa linéarité autour de la résonance) pour corriger la longueur de la cavité et la maintenir à la résonance. Notons que la zone de linéarité est relativement étroite et d'autant plus étroite que la finesse est élevée. Pour le *Mode-Cleaner* avec une finesse de 1000, la largeur de la zone de linéarité est environ $10^{-3}\lambda$. Une technique visant à se rapprocher de cette zone de fonctionnement de l'asservissement est donc nécessaire.

2.4.1 Alignement automatique

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, dans le cas d'une rotation ou d'une translation du miroir ou de l'axe optique, le signal en transmission est proportionnel au produit des amplitudes des modes TEM_{00} et TEM_{10} ce qui donnerait un signal nul sur une photodiode classique. Il est donc nécessaire pour corriger ces défauts d'avoir recours à des photodiodes à quadrant (l'intégration du signal se fait sur quatre quarts de plan) pour extraire l'information.

Technique d'Anderson

Cette méthode utilise un faisceau modulé en phase comme dans la méthode de Pound-Drever, avec une fréquence de modulation égale à l'intervalle entre une résonance TEM_{00} et une résonance TEM_{10} . Le TEM_{10} d'une bande latérale résonne alors en même temps que la porteuse du TEM_{00} . Le signal en phase contient l'information sur les translations de l'axe optique, tandis que le signal en quadrature contient celle sur les rotations de l'axe.

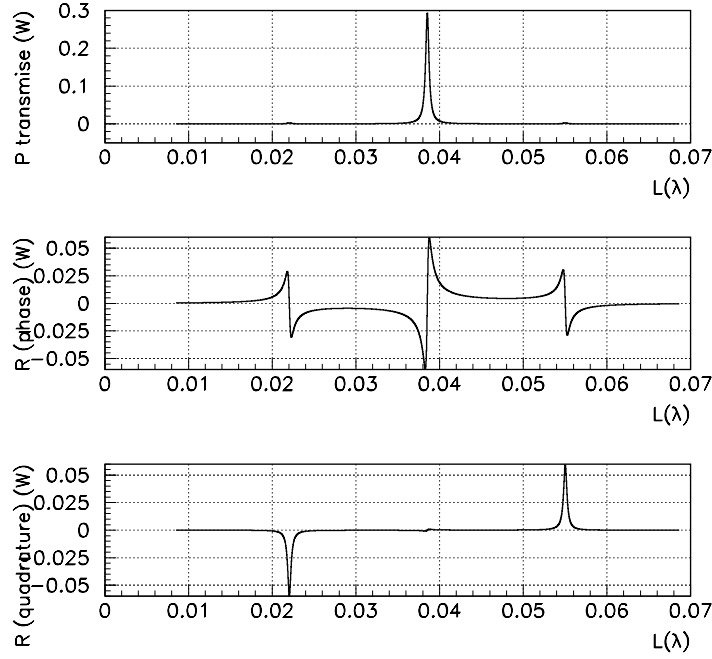


Figure 2.2: Transmission, réflexion en phase et en quadrature dans le cas d'une fréquence de modulation $\Omega = 6.28$ MHz, pour un Fabry-Perot simple de 144 m, et de finesse 1000. On remarque la linéarité du signal en phase autour de la résonance, où la transmission est maximale. La zone de linéarité du signal d'erreur est de l'ordre de $10^{-3} \times \lambda$ m.

Technique de Ward

Cette technique utilise le faisceau réfléchi et n'impose pas de valeur sur la fréquence de modulation. Seul le signal en quadrature est ici utile et les informations sur la rotation et la translation sont mélangées puisque :

$$\phi_{quad} \propto \frac{a}{w_0} \cos \phi_{00}(z) + \frac{\theta}{\theta_\infty} \sin \phi_{00}(z) \quad (2.11)$$

On peut donc extraire a et θ en plaçant des photodiodes à quadrants à deux endroits caractérisés par un déphasage égal à $\pi/2$.

2.4.2 Linéarisation du signal d'erreur

Le contrôle de la longueur de la cavité *Mode-Cleaner* ne se faisant pas à 10 ou 20 kHz (comme pour le contrôle global de VIRGO), mais aux alentours de 5 kHz, il est probable que la cavité traverse une résonance sans que l'asservissement n'ait eu le temps de l'"accrocher", c'est-à-dire de garder la cavité autour de cette résonance. Ceci provient à la fois des vitesses résiduelles dues au bruit sismique et de la largeur restreinte de la résonance. On peut donc chercher à augmenter la zone linéaire du signal de Pound-Drever qui sert à asservir longitudinalement la cavité, en divisant le signal démodulé par le signal continu au carré (la puissance transmise) (voir [224]).

$$V_{lin} = \frac{V_{PDH}}{V_{DC}^2} \quad (2.12)$$

La zone de linéarité n'est donc plus limitée par la finesse de la cavité, et elle est multipliée par un facteur ~ 10 (voir figure 2.3).

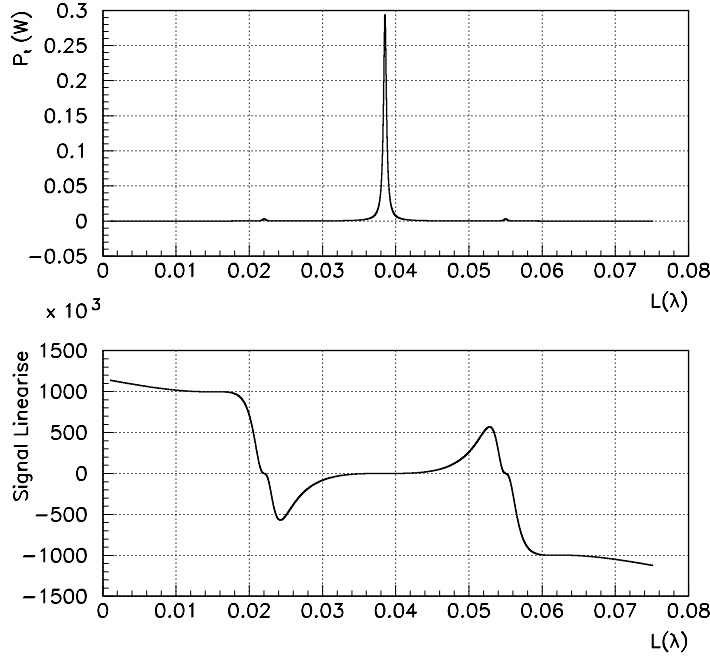


Figure 2.3: Transmission, et rapport $d2\text{phase}/P_t^2$ (où $d2\text{phase}$ est le signal réfléchi en phase) dans le cas d'une fréquence de modulation $\Omega = 6.28$ MHz, pour une cavité Fabry-Perot simple de 144m, et de finesse 1000. On remarque la linéarité du signal en phase autour de la résonance, où la transmission est maximale. La zone de linéarité du signal d'erreur est de l'ordre de $10^{-2} \times \lambda$ m, soit 10 fois plus grande que pour le signal d'erreur classique.

En pratique, dès que l'on s'écarte de la résonance, la puissance transmise tend rapidement vers zéro. Cette technique demande donc une bonne maîtrise des décalages (*offsets*) et une grande dynamique des systèmes de lecture des signaux.

2.5 La chaîne du contrôle global du *Mode-Cleaner*

Un serveur (CPM) se trouvant dans le bâtiment *Mode-Cleaner* lit les informations provenant du serveur contrôlant les caméras CCD, et qui donnent les positions du miroir concave. Il calcule les corrections à appliquer sur les bobines du banc, et les envoie *via* des fibres optiques (Digital Optical Link ou DOL) au serveur CLM (dans le même châssis VME). Ce serveur reçoit aussi par des DOLs les corrections sur la position du banc soutenant le miroir du fond calculées par un serveur dédié (LockMC) à l'asservissement linéaire de la cavité (ainsi qu'à l'acquisition de la résonance et à l'alignement automatique), à partir des signaux en transmission et en réflexion de la cavité.

CLM calcule alors au moyen d'une matrice de mélange (définie par l'utilisateur) et à partir des corrections envoyées par CPM et par LockMC la correction finale à envoyer *via* des DACs aux bobines contrôlant le banc suspendu. Dans le cas de VIRGO, un serveur CLM dédié au contrôle du banc d'entrée sera développé, qui prendra en compte les corrections locales (provenant des contrôles locaux) et globales provenant de l'interféromètre. Les figures 2.4 et 2.5 résument l'architecture de contrôle du *Mode-Cleaner*.

2.5.1 L'acquisition de la résonance

Pour acquérir la résonance (voir le chapitre suivant), on a besoin de deux signaux : la puissance transmise par la cavité ainsi que le signal de Pound-Drever-Hall (PDH) en réflexion. Quand la puissance transmise est proche du maximum, donc dans la zone linéaire du signal de PDH, les

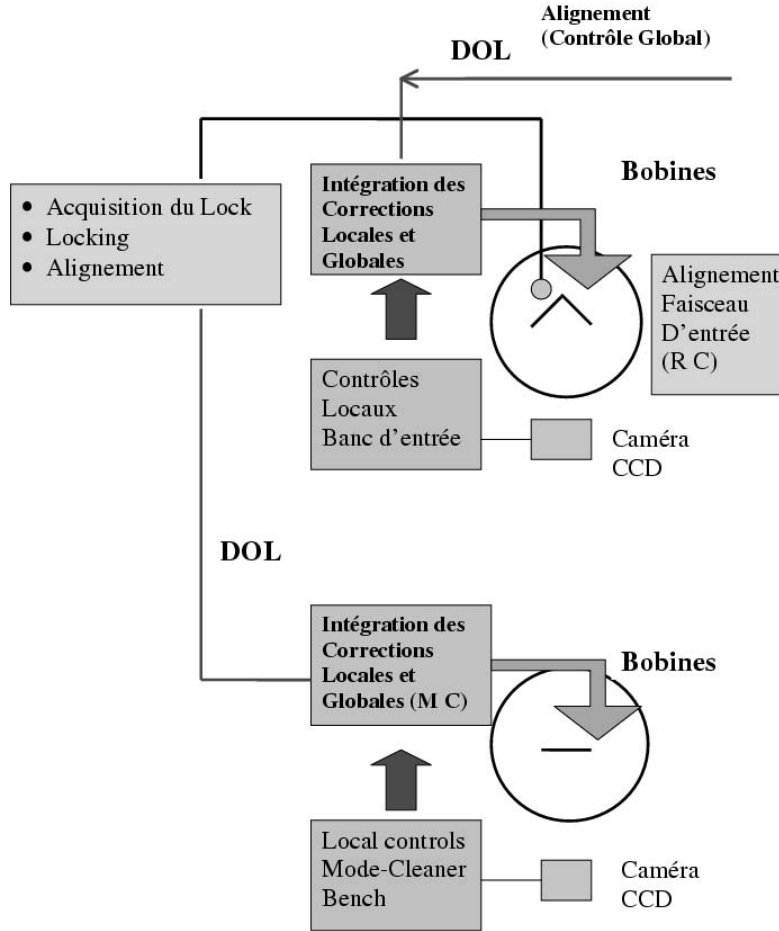


Figure 2.4: Description de la chaîne de contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO.

vitesses des miroirs selon l'axe du faisceau (axe z) sont estimées par une minimisation de χ^2 , et une correction est envoyée aux bobines contrôlant la direction z . Cette phase se déroule tant que la vitesse estimée des miroirs est supérieure à une vitesse seuil, après quoi l'asservissement linéaire de la cavité peut prendre le relais. Il est à noter que ce serveur permet aussi d'acquérir la résonance (le *lock*) par l'application d'un filtre spécifique plutôt que par la technique des impulsions que nous exposerons au chapitre suivant.

En outre, la technique de linéarisation du signal d'erreur de PDH qui permet d'élargir la zone linéaire et donc d'augmenter les chances d'acquisition de la résonance a aussi été implémentée. Durant cette phase d'acquisition, les degrés de liberté contrôlés par les contrôles locaux sont x , y , et les 3 angles θ , la prise en charge de z se faisant par le serveur LockMC. Seule la direction z est ainsi contrôlée par LockMC.

2.5.2 Asservissement linéaire

L'asservissement linéaire agit sur la direction z au moyen d'un filtre compensateur dont les coefficients (zéros, pôles et coefficients de qualité) sont définis par l'utilisateur au moyen d'un client graphique spécifique. À tout moment durant l'asservissement, le filtre peut être modifié.

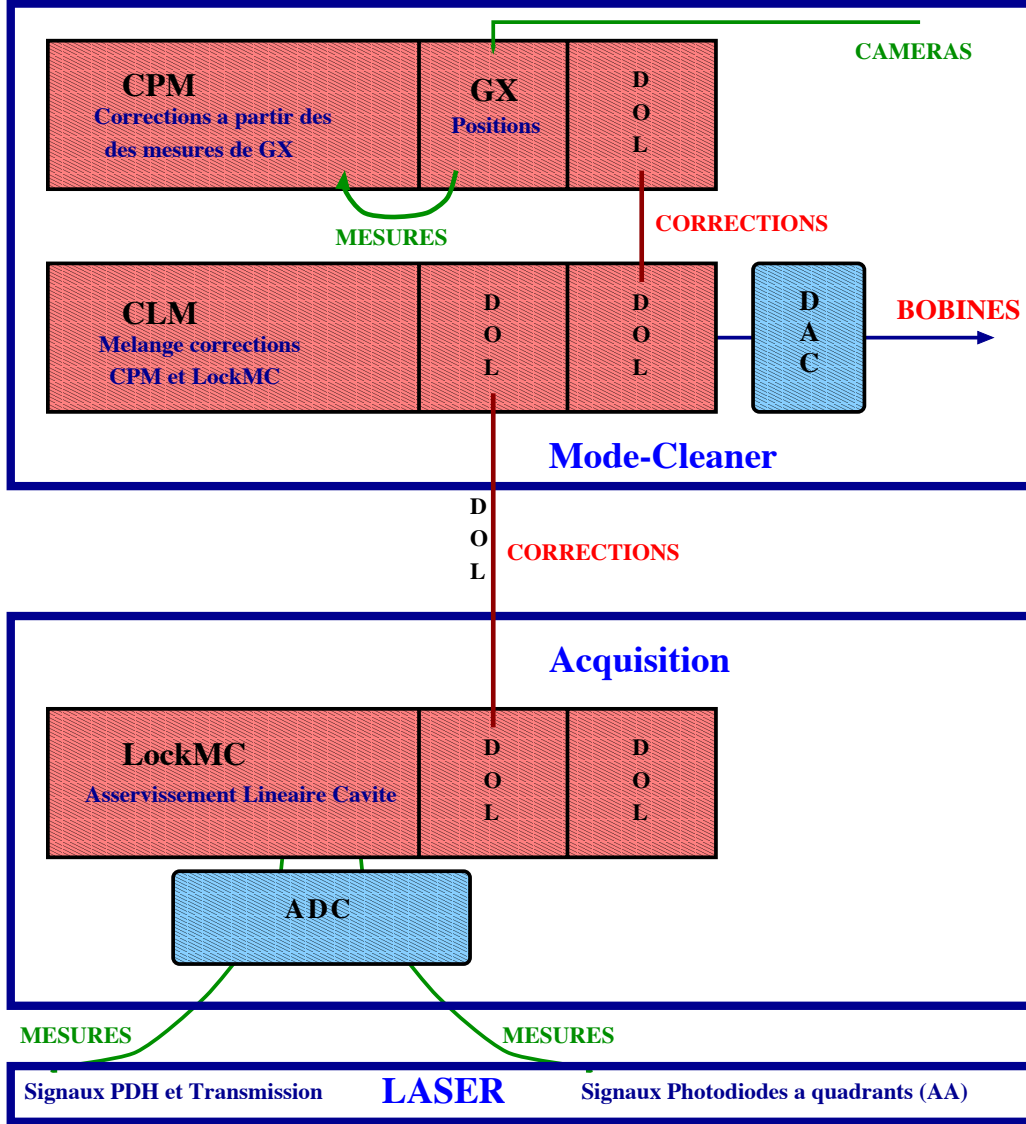


Figure 2.5 : Description de la chaîne de contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO, détails des serveurs mis en jeu.

2.5.3 Alignement automatique

Lorsque la cavité est maintenue à la résonance, la qualité de l'alignement peut être améliorée au moyen du même serveur LockMC. Les degrés de liberté sur lesquels il agit sont alors θ_X et θ_Y : les gains des contrôles locaux sur ces deux degrés de liberté sont donc mis à zéro. En fait, CLM ne prend plus en compte les corrections sur ces deux quantités lorsque l'alignement automatique a lieu.

2.6 Contrôle longitudinal : actuateurs et fonctions de transfert

Le paragraphe 2.4 nous a montré comment on pouvait contrôler longitudinalement la cavité *Mode-Cleaner* au moyen du signal d'erreur de Pound-Drever, c'est-à-dire le signal de réflexion en phase de la cavité. Ce signal est démodulé à la fréquence de modulation choisie, et la fréquence du laser est ainsi comparée à la fréquence de résonance de la cavité (décalage par rapport à la résonance $\delta\nu$). Ensuite, le signal de Pound-Drever est traité par un filtre numérique, processus pris en charge par le serveur LockMC, et la correction calculée est envoyée aux amplificateurs des bobines. Le courant

qui traverse les bobines crée une force sur le banc qui permet de le contrôler, et donc d'engendrer un déplacement du banc dans la direction désirée, compensant le décalage en fréquence $\delta\nu$.

À chacune de ces étapes, les fonctions de transfert doivent être considérées. Pour un système de contrôle (ou tout élément de ce système) donné, une fonction de transfert caractérise le comportement en fréquence de la sortie de ce système en fonction d'un signal appliqué en entrée. Il y a donc essentiellement 5 fonctions de transfert différentes qui interviennent dans la chaîne de contrôle (voir la figure 2.6) :

- H la fonction de transfert de la photodiode délivrant le signal de Pound-Drever,
- G caractérisant le filtre numérique compensateur,
- A qui transforme la tension appliquée aux bobines en une force sur le banc du miroir concave,
- M la fonction de transfert mécanique qui transforme la force appliquée en un déplacement du banc,
- P qui détermine la manière dont le bruit sismique est transmis au banc suspendu, et qui va perturber le déplacement du banc.

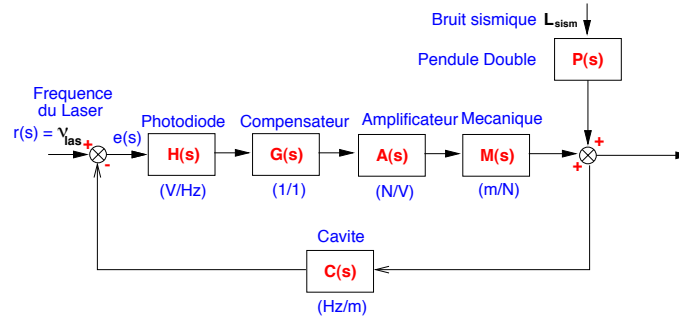


Figure 2.6: Diagramme de contrôle du *Mode-Cleaner*. On cherche ici à asservir la longueur de la cavité sur la longueur d'onde du laser en utilisant le signal d'erreur (réflexion en phase) de la cavité.

On voit donc que le contrôle longitudinal requiert une connaissance approfondie de toutes les composantes du système, ainsi que du bruit sismique agitant le banc. On verra dans le chapitre 4 comment on peut mesurer ce mouvement résiduel, et à partir de là, construire un filtre numérique qui va compenser les décalages en fréquence du laser par une longueur équivalente.

2.7 Spécifications sur la boucle d'asservissement

Le *Mode-Cleaner* doit bien entendu remplir les spécifications de stabilité décrites au chapitre précédent (en fréquence et en puissance, et de pureté du mode fondamental) pour le faisceau délivré à l'interféromètre VIRGO. Ces spécifications se répercutent sur les systèmes de contrôle de la source laser, et, en particulier les contrôles locaux et le contrôle longitudinal.

Les spécifications obtenues pour VIRGO nous donne une contrainte sur z [285] :

$$\tilde{z} \leq 2.5 \times \frac{10^{-12}}{(f/\text{Hz})^{0.8}} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad f \in [10, 400] \text{Hz} \quad (2.13)$$

$$\tilde{z} \leq 3 \times \frac{10^{-9}}{(f/\text{Hz})^2} \text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \quad f \in [400 \text{Hz}, 10 \text{kHz}] \quad (2.14)$$

avec $z_{RMS} \leq 20$ pm. Cette valeur va déterminer les performances à atteindre pour le système de contrôle.

2.7.1 Sources de bruit

La boucle est constituée d'un certain nombre d'actuateurs comme on l'a vu dans le paragraphe précédent, et chacun contribue au gain total du système $G = G_1 G_2 \dots G_n$, où l'étage n agit directement sur la masse avec un gain G_n . En boucle ouverte, le bruit de déplacement selon z s'écrit :

$$\tilde{z}_{BO} = \tilde{n}_{ism} + G_n (\tilde{n}_n + G_{n-1} (\tilde{n}_{n-1} + G_{n-2} (\dots + G_1 \tilde{n}_1))) \quad (2.15)$$

avec \tilde{n}_{ism} la densité spectrale du bruit sismique, et $\tilde{n}_{ph} = \tilde{n}_1$ celle du bruit de la photodiode. Le bruit sismique agissant sur la masse elle-même est donc atténué par le gain en boucle ouverte total, tandis que le bruit du senseur du déplacement (la photodiode) s'ajoute totalement aux fluctuations de la masse.

Le bruit de fréquence du laser induit un déplacement \tilde{z}_{laser} qui peut être approximé entre 10 Hz et 10 kHz par :

$$\tilde{z}_{laser} = \frac{4.8 \times 10^{-12}}{f/\text{Hz}} \frac{m}{\sqrt{\text{Hz}}} \quad (2.16)$$

en tenant compte du bruit du laser préstabilisé ($\sim 10 \text{ Hz}^2/\sqrt{\text{Hz}}$).

Le bruit sismique au niveau du banc suspendu $\tilde{z}_{ism} \sim 10^{-6} m/\sqrt{\text{Hz}}$ (pour $f \leq 1 \text{ Hz}$) donne un déplacement RMS de l'ordre de $1 \mu m$, auquel il faut rajouter la contribution des résonances à basse fréquence¹ (autour du Hz), soit environ $10 \mu m$ pour 5 résonances. On peut estimer en outre que le bruit sismique transmis par les bobines contrôlant le banc est de l'ordre de $1.2 \times 10^{-3} (\text{Hz}/f)^2$ du niveau de bruit sismique au point de suspension de la chaîne.

Le bruit de photons se traduit au niveau déplacement de la masse par $z_{el} \sim 6 \times 10^{-18} m/\sqrt{\text{Hz}}$, tandis que le bruit des amplificateurs des bobines donne un bruit au niveau de la masse autour de $5 \times 10^{-13} m/\sqrt{\text{Hz}}$ (à 5 Hz), avec le même ordre de grandeur pour des DACs 13 bits. En outre, pour une fréquence de 4 kHz, le bruit de numérisation des ADC (12 bits) est $\sim 3 \times 10^{-16} m/\sqrt{\text{Hz}}$; pour des DAC 18 bits, ce déplacement équivalent est $4 \times 10^{-12} m/\sqrt{\text{Hz}}$.

2.7.2 Vitesse et gain du système

Les bruits sismiques et de fréquence du laser domine le spectre respectivement à basse et haute fréquence (au dessous et au dessus de 3 Hz). Il suffit donc que le système de contrôle tienne compte de ces deux contraintes.

Bruit de fréquence du Laser

En supposant qu'en dessous d'une fréquence f_0 la boucle corrige les déviations $\Delta\nu$ à la résonance en agissant sur la position du miroir, de telle manière que :

$$\begin{cases} \Delta\tilde{\nu} = \frac{W}{f_0} & \text{en dessous de } f_0 \\ \Delta\tilde{\nu} = \frac{W}{f} & \text{au delà} \end{cases} \quad (2.17)$$

où W est le bruit du laser préstabilisé. On obtient $\Delta\nu_{RMS}^2 = 2W^2/f_0$, ce qui donne, en imposant une excursion en fréquence inférieure à la largeur de la résonance, paramétrisée par un coefficient $\eta = \sqrt{2\Delta P/P}$:

$$f_0 \geq 2 \left(\frac{4WL\mathcal{F}}{\eta c} \right)^2 \quad (2.18)$$

soit $f_0 \geq 0.08 \text{ Hz}$ pour $\eta \sim 0.1$.

¹Pour chaque résonance à la fréquence f_i et de facteur de qualité Q_i , la contribution RMS est $\tilde{z}(f_i)\sqrt{f_i Q_i \pi/4}$.

Bruit sismique

En comparant le mouvement résiduel du bruit engendré par le bruit sismique avec la valeur maximale autorisée selon $z = 20$ pm, on peut voir que le gain de la boucle d'asservissement doit être au moins égale à 5×10^4 à 1 Hz, ce qui requiert donc une fréquence de gain unité au moins deux ordres de grandeur supérieure à la fréquence de coupure du bruit sismique, et donc $f_0 \geq 100$ Hz.

Pour ce qui est des résonances autour du Hz, avoir un gain important à basse fréquence sera suffisant, ce qui est le cas si f_0 n'est pas trop éloigné de la plus haute fréquence de résonance des bancs. Bien sûr ceci est valable pour le banc soutenant le miroir concave. Une autre stratégie doit être adoptée pour le banc d'entrée, qui ne sera contrôlé qu'avec les contrôles locaux. Des dérives à très basse fréquence peuvent intervenir : une variation de 10 mm requiert un gain de l'ordre de 5×10^8 pour rester à résonance. Pour une fréquence de gain unité autour de 100 Hz, un tel gain à 10 μ Hz implique donc un comportement en $1/f^{1.5}$.

2.7.3 Conclusions

Une fréquence de gain unité au-delà de 100 Hz est nécessaire pour bien réduire l'effet du bruit sismique autour de 1 Hz. L'asservissement en boucle ouverte doit être en $1/f^3$ entre 1 et 30 Hz, et $1/f$ au-dessus (voir [285]). En ce qui concerne la fréquence d'échantillonnage, il faut remarquer que le prototype du *Mode-Cleaner* d'Orsay a pu être conduit à la résonance de manière **analogique**. Avec des vitesses selon z de l'ordre du μ m/s, il est facile de voir qu'une fréquence d'échantillonnage du système numérique juste supérieure (ou même 10 fois supérieure) à la fréquence de gain unité (100 Hz) ne sera pas suffisante. Or le système numérique réalisé peut au maximum fonctionner à une fréquence de 4 kHz. Les avantages offerts par un système numérique (souplesse dans les changements des filtres contrôlant la cavité, stratégie globale de contrôle) devront donc être probablement compensés par une stratégie dédiée à l'acquisition de la résonance, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Développement d'un système numérique pour l'acquisition de la résonance du *Mode-Cleaner*

Contenu du chapitre

3.1	L'acquisition de la résonance avec le servo linéaire	239
3.1.1	Contrôle longitudinal	240
3.1.2	Acquisition analogique de la résonance : Finesses 100 et 1000	241
3.1.3	Acquisition à $f_s = 10$ kHz : $\mathcal{F} = 1000$	246
3.1.4	Acquisition à $f_s = 5$ kHz : $\mathcal{F} = 1000$	248
3.2	Présentation de la technique des impulsions	249
3.2.1	L'analyse	249
3.2.2	L'action	250
3.2.3	Paramètres initiaux : résultats pour le CITF	250
3.3	Applications au <i>Mode-Cleaner</i> : Simulations	250
3.3.1	Impulsions pour le <i>Mode-Cleaner</i> : modèle de base	251
3.3.2	Performances de la procédure d'analyse	254
3.3.3	Performances de la procédure d'action	257
3.3.4	Stabilité du contrôle	258
3.3.5	Conclusions	259
3.4	Améliorations au principe de base	259
3.4.1	Modifications des paramètres des impulsions	261
3.4.2	Amélioration de l'algorithme	263
3.4.3	Application des impulsions	264
3.5	Des simulations plus réalistes	265
3.5.1	Résultats à $f_s = 5$ kHz	266
3.5.2	Compensation	267
3.5.3	Une conclusion sur les simulations	267
3.6	Applications au <i>Mode-Cleaner</i> : Implémentation	268
3.6.1	Le client	268
3.6.2	Le serveur	269
3.7	Tests effectués <i>in situ</i>	269
3.7.1	Fonctions de base	271
3.7.2	Performances	274
3.8	Simulations et expérience	277



ASSERVISSEMENT LINÉAIRE D'UNE CAVITÉ a un temps de réponse qui est fini et déterminé par sa **bande passante** f_u (l'intervalle de fréquence entre 0 et le gain unité). Les masses sont en permanence soumises au bruit sismique, et leur déplacement est donc caractérisé par une vitesse non nulle. Une étude dimensionnelle nous dit que l'on peut s'attendre à ce que l'asservissement soit efficace pour des vitesses inférieures à une vitesse seuil v_{seuil} :

$$v_{seuil} \simeq f_u \times \text{FWHM} \simeq 0.05 \mu\text{m.s}^{-1} \quad (3.1)$$

avec FWHM la largeur à mi-hauteur de la résonance du *Mode-Cleaner* (5×10^{-10} m pour une finesse $\mathcal{F} = 1000$). Les mouvements des miroirs suspendus sont concentrés autour de 1 Hz, avec une valeur RMS de l'ordre de $1 \mu\text{m}$ et des vitesses relatives de l'ordre de plusieurs $\mu\text{m.s}^{-1}$. Des temps longs d'acquisition de la résonance sont donc attendus dans le cas d'une haute finesse. Cependant, des études précédentes sur l'acquisition de la résonance pour le prototype du *Mode-Cleaner* à Orsay ont montré que le signal d'erreur à l'extérieur de sa zone de linéarité pouvait contribuer au contrôle de la cavité, pour une finesse $\mathcal{F} = 100$. En supposant que le signal d'erreur est limité par la distance entre les résonances des bandes latérales $\sim \lambda/4$, on aboutit à l'estimation de la vitesse seuil :

$$v_{seuil} \simeq f_u \times \frac{\lambda}{4} \simeq 25 \mu\text{m.s}^{-1} \quad (3.2)$$

Les temps d'acquisition attendus pour une telle finesse sont naturellement plus courts que dans le cas d'une haute finesse. On notera aussi que des études ont montré que le signal d'erreur lorsque la puissance transmise est $P_t < P_{max}/2$ n'est d'aucune utilité pour acquérir le *lock* [284].

Comme exposé dans les chapitres précédents, une cavité résonnante est caractérisée par des fréquences de résonance, qui apparaissent lorsque l'on impose que le champ de propagation est égal à lui-même après un aller-retour dans la cavité, autrement dit que la phase acquise par l'onde est égale à $\pi/2$. Ces phases résonnantes peuvent être traduites en terme de longueur. Pour obtenir une cavité résonnante, on peut donc soit asservir la fréquence du laser sur la longueur de la cavité, soit asservir la longueur de la cavité sur la fréquence du laser. La première solution n'est pas envisageable puisque le laser est préstabilisé et asservi sur une cavité de référence. Dans le cas du *Mode-Cleaner*, il faut donc contrôler longitudinalement la cavité, pour qu'elle soit en résonance avec la longueur d'onde du laser, et pour que la puissance transmise envoyée vers VIRGO soit maximale.

Pour cela, un asservissement linéaire est construit, en tenant compte des différentes caractéristiques des éléments de la chaîne de contrôle. Il est linéaire dans le sens où il est conçu pour fonctionner une fois que la cavité est **déjà** à la résonance. Étant donnés les mouvements sismiques résiduels à basse fréquence particulièrement importants dans le cas du *Mode-Cleaner*, qui ne bénéficie que de tours courtes (et non pas de superatténuateurs), la cavité ne va pas **naturellement** rester dans une position proche de la résonance. La largeur de la résonance dans le cas d'une finesse $\mathcal{F} = 1000$ est en effet de l'ordre de 5×10^{-10} m, alors que les mouvements résiduels mesurés pour les bancs suspendus sont de l'ordre de quelques μm . L'asservissement linéaire est donc indispensable pour conserver la résonance de la cavité. Pour qu'il puisse entrer en fonctionnement, il faut amener le système à proximité d'une résonance.

Pour la cavité *Mode-Cleaner*, l'asservissement linéaire n'agit que sur le miroir (concave) de fond, puisque le contrôle du banc d'entrée sera pris en charge par le contrôle global de VIRGO. On verra dans le premier paragraphe de ce chapitre que l'acquisition de la résonance en utilisant uniquement le servo linéaire pour un système analogique, et donc *a fortiori* numérique, demande plusieurs dizaines de secondes voire plusieurs minutes. De tels temps sont inacceptables dans le sens où le contrôle de la cavité peut, pour une raison ou pour une autre (excitation sismique, acoustique), être perdu. Le système doit pouvoir guider la cavité vers la résonance dans des temps inférieurs à la minute.

Une technique nous permettant d'acquérir rapidement et à tout moment la résonance est donc nécessaire et ceci est possible de trois manières différentes :

- Augmenter le domaine de linéarité du signal d'erreur,

- Augmenter la bande passante du système de contrôle,
- Diminuer la vitesse relative des miroirs (ou vitesse d'expansion de la cavité).

Il existe une technique de linéarisation du signal d'erreur [224] qui permet d'augmenter d'un facteur ~ 10 la plage d'accrochage des asservissements. Elle consiste à diviser le signal obtenu en réflexion par la puissance transmise au carré (voir chapitre précédent) : le signal obtenu n'est plus parfaitement linéaire. Cette technique doit cependant être essayée, d'autant plus qu'elle n'est pas incompatible avec les autres méthodes.

Augmenter la bande passante du système de contrôle est complexe, puisque cela peut avoir des implications dangereuses pour la marge de phase et de gain, si l'on veut conserver le même gain à basse fréquence (pour atténuer le bruit sismique). Une telle méthode est néanmoins envisageable.

La troisième méthode a pour objectif d'amortir le mouvement des masses et réduire leur vitesse à un niveau inférieure à la vitesse seuil de l'asservissement. Un algorithme répondant à ce besoin a été développé dans le cadre des études de contrôle de l'interféromètre central, qui devrait être opérationnel courant 2001 [221, 280]. C'est cette méthode que nous allons étudier dans ce chapitre, plus particulièrement les performances théoriques obtenues en simulations (temps moyen d'acquisition de la résonance), ainsi que l'architecture client-serveur développé ainsi que son implémentation sur le site de l'expérience.

Dans le premier paragraphe de ce chapitre, nous nous intéresserons au problème de l'acquisition de la résonance en utilisant uniquement le servo conçu pour le contrôle longitudinal de la cavité, *i.e.* pour conserver le système à résonance, et ce, en fonction de la nature analogique ou numérique du système de contrôle utilisé (éventuellement en fonction de la fréquence d'échantillonnage du système).

Dans les paragraphes 2 et 3, le principe de la méthode des impulsions, destinée à amortir les mouvements résiduels relatifs de la cavité, sera présenté dans sa configuration minimale (nous verrons alors ce que cela signifie), ainsi que les résultats obtenus pour des fréquences d'échantillonnage $f_s = 10$ kHz (correspondant à la fréquence du contrôle pour le CITF) puis 5 kHz (fréquence du contrôle pour le *Mode-Cleaner* de VIRGO).

Le fonctionnement de cette méthode ainsi que l'étude des performances des deux phases principales de la méthode, la phase d'analyse, pendant laquelle la vitesse d'expansion de la cavité est estimée, et la phase d'action, pendant laquelle la force visant à amortir le miroir est appliquée aux bobines, seront détaillés dans le paragraphe 4.

Le paragraphe 5 étudiera l'effet de la présence des bobines sur les performances déjà présentées. Les paragraphes suivants présenteront finalement l'architecture client-serveur développé pour appliquer cette méthode au *Mode-Cleaner* de VIRGO, ainsi que les différents tests effectués sur le site visant à démontrer le fonctionnement et la robustesse de l'implémentation.

3.1 L'acquisition de la résonance avec le servo linéaire

La configuration simulée est celle d'une cavité Fabry-Perot simple d'une longueur de 144 m, avec des miroirs de réflectivités correspondant à une finesse de 100 ou de 1000 suivant les cas (soit donc $r_1^2 = r_2^2 = 0.97$ ou 0.997), qu'on assimile à la configuration de la cavité triangulaire *Mode-Cleaner* (voir la figure 3.1).

Les suspensions sont initialement simulées en les assimilant à des pendules de fréquence de résonance autour de 0.6 Hz (avec un facteur de qualité $Q = 1000$). L'agitation sismique au niveau du miroir concave est ajustée de manière à reproduire les mesures de bruit sismique conduites sur le site. On reproduit alors bien la vitesse moyenne du miroir (et sa dispersion) comme montré dans les figures 3.2 et 3.3, ainsi que le mouvement relatif des deux masses (mesuré en asservissant le laser sur la longueur du *Mode-Cleaner*, voir chapitre suivant et la figure 3.4). Les valeurs mesurées sont ainsi $V_{RMS} \sim 4\mu\text{m.s}^{-1}$, et $dL_{RMS} \sim 1.5\mu\text{m}$ selon l'axe z .

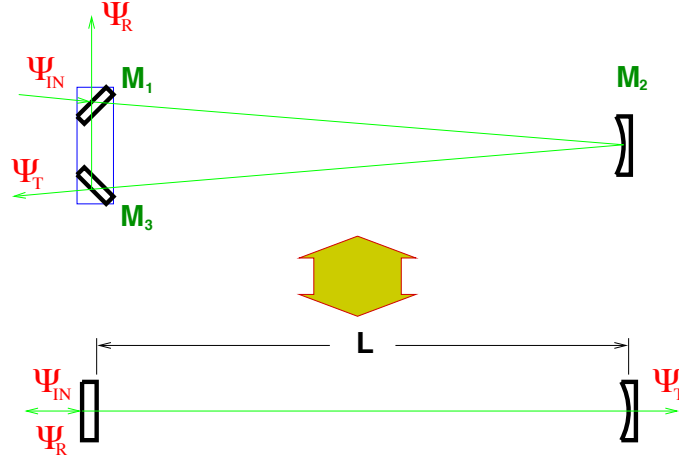


Figure 3.1: Schéma d'une cavité triangulaire (haut), et celui d'une cavité Fabry-Perot simple qui a servi à modéliser le *Mode-Cleaner* de VIRGO.

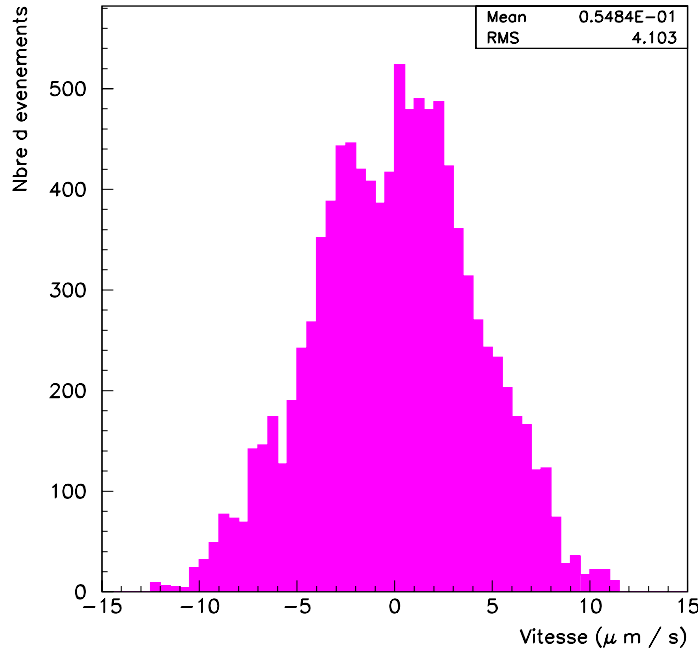


Figure 3.2: Vitesse mesurée du banc *Mode-Cleaner* (selon l'axe du faisceau).

3.1.1 Contrôle longitudinal

L'asservissement utilisé est simplement composé d'un intégrateur (pôle sur l'origine) pour bien atténuer les mouvements sismiques résiduels lorsque la résonance a été acquise et que le servo essaie d'accrocher la résonance. Puis, un zéro double autour de 30 Hz et un pôle à haute fréquence permettent de croiser le gain unité (autour de 100 Hz) avec une pente en $1/f$ (pour ce qui est du produit pendule \times compensateur). C'est donc un filtre de conception simple pour une cavité simple, dont le gain est ajusté pour obtenir un gain unité vers 100 Hz. Le schéma de contrôle est reproduit sur la figure 3.5. On a négligé dans un premier temps l'influence des bobines. Le problème de l'acquisition de la résonance a été étudié en détails pour le prototype du *Mode-Cleaner* d'Orsay [221]. Les résultats obtenus montrent qu'avec un modèle **réaliste** de la cavité, et le servo linéaire utilisé expérimentalement, des temps moyens d'acquisition de l'ordre de quelques secondes en finesse 100 sont attendus, ainsi que des temps d'acquisition de plusieurs minutes dans le cas d'une haute finesse. C'est ce qui a été expérimentalement observé au moyen d'un filtre

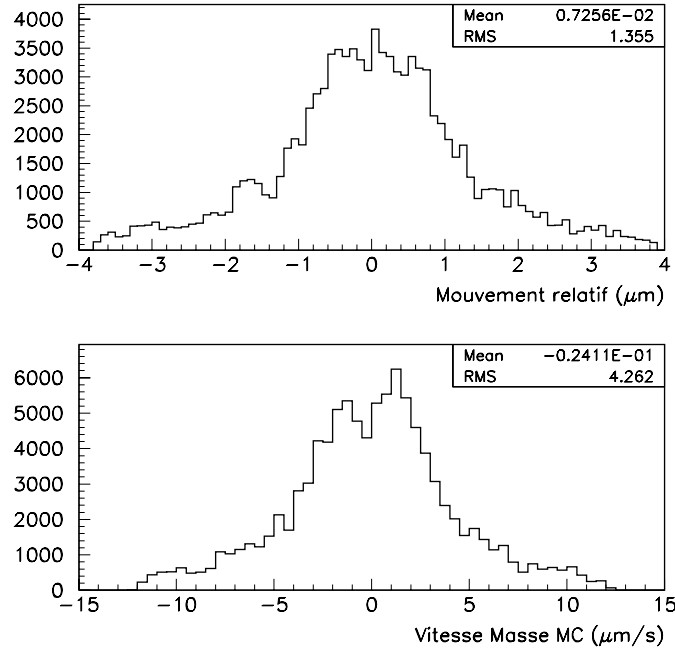


Figure 3.3: Haut : Mouvement relatif des deux masses du *Mode-Cleaner* obtenu par simulations (en μm). Bas : Vitesse du banc *Mode-Cleaner* (en $\mu\text{m.s}^{-1}$). Les valeurs RMS sont en accord avec les mesures de bruit sismique effectuées avec les contrôles locaux ($dL \simeq 1.5\mu\text{m}$ et $v_{RMS} \simeq 4\mu\text{m.s}^{-1}$).

analogique (correspondant à une fréquence d'échantillonnage infinie).

3.1.2 Acquisition analogique de la résonance : Finesses 100 et 1000

Le servo linéaire peut être utilisé de deux manières différentes, avec ou sans seuil (*trigger*) sur la puissance transmise. Comme on l'a vu dans les chapitres précédents, la puissance transmise est maximale à la résonance. Imposer un seuil sur la puissance transmise assure donc que la cavité se trouve à proximité de la résonance. La valeur exacte du seuil détermine alors si le signal d'erreur est linéaire ou non. Si le seuil est trop bas, le servo agira en dehors de la zone linéaire pour laquelle il a été conçu. Si le seuil est trop haut, le nombre de points pris en compte par le servo (analogique ou numérique) pourra éventuellement être trop faible pour que le servo ait le temps d'agir et d'accrocher la résonance. En l'absence de *trigger*, le servo pourra éventuellement "accrocher" sur une des bandes latérales, et la puissance transmise sera minimale.

C'est cette technique qui a été utilisée pour le prototype de 30 m à Orsay (en finesse $\simeq 100$), avec un filtre **analogique**, c'est-à-dire avec une fréquence d'échantillonnage infinie, différente de 10 kHz (fréquence utilisée dans les études sur le CITF) ou 4 kHz (fréquence utilisée dans le cas du contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO). Dans ce cas-là, le temps moyen de *lock* sans *trigger* sur la puissance transmise est de l'ordre de 10 s, contre 0.5 s avec *trigger*.

Il faut remarquer que la quantité importante dans les simulations que nous avons menées ici est le rapport entre les temps moyens d'acquisition obtenus, plus que les valeurs en elles-mêmes, puisque la mécanique simulée ici est beaucoup plus simple que dans la réalité. Ainsi, les temps moyens obtenus avec/sans seuil sur la puissance transmise sont respectivement ~ 0.1 s et ~ 2 s : l'acquisition avec seuil est quasiment immédiate (par rapport **au temps de première traversée**

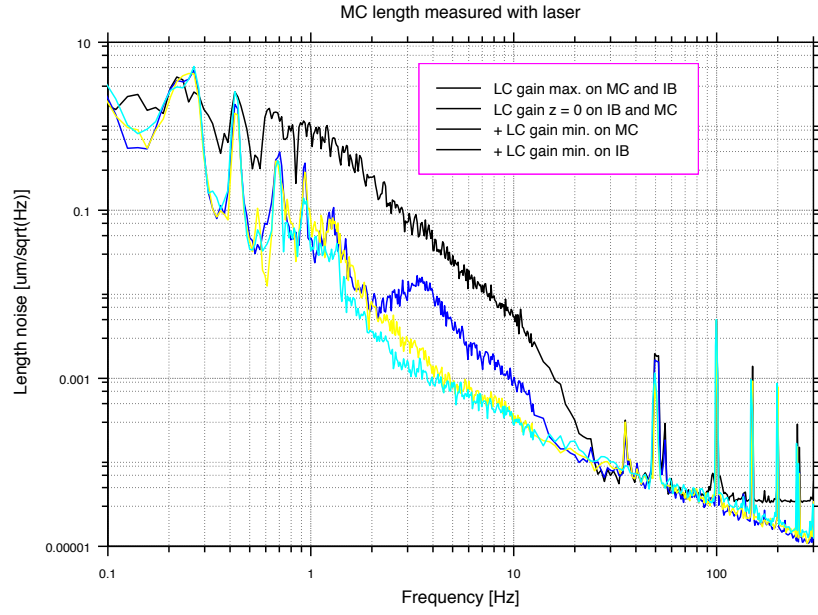


Figure 3.4: Mouvement relatif des deux masses du *Mode-Cleaner* en $\mu\text{m} / \sqrt{\text{Hz}}$ mesuré en asservissant la longueur d'onde du laser de VIRGO sur la longueur de la cavité, à travers le signal de correction envoyé au laser. Les différentes courbes correspondent aux différentes configurations de gain pour les contrôles locaux.

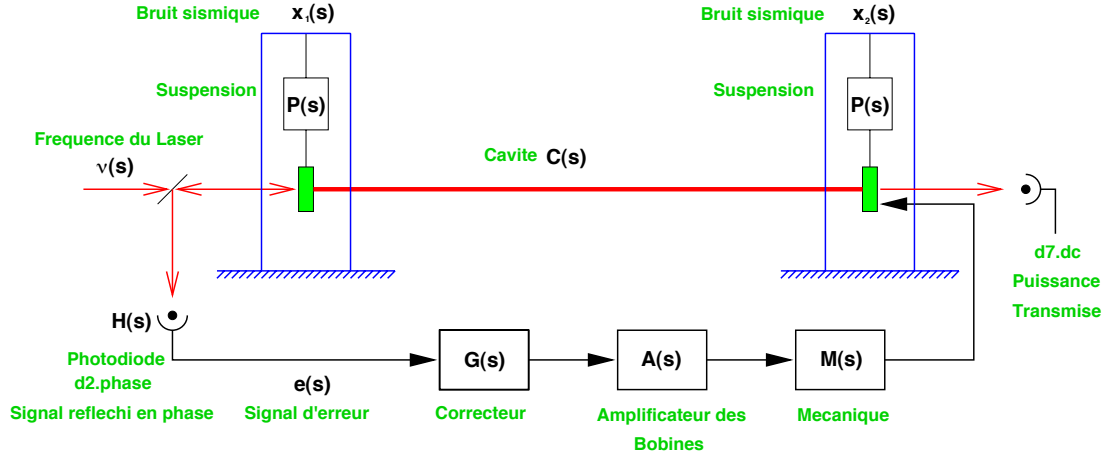


Figure 3.5: La chaîne complète du système d'asservissement du *Mode-Cleaner*. Dans les simulations présentées ici, nous avons négligé l'effet des bobines dans un premier temps, et l'action du système de suspension a été simplifiée.

de la résonance), tandis qu'elle est un peu plus longue sans la présence de seuil. Les temps moyens sont bien dans un rapport 20, comme ce qui a été observé avec le prototype de 30 m d'Orsay. La différence absolue entre les temps obtenus en simulation et les temps observés est essentiellement due au fait que les suspensions simulées ici sont très simples.

Pour une finesse $\mathcal{F} = 1000$, avec ce modèle simple de cavité Fabry-Perot, l'utilisation d'un seuil sur la puissance transmise ne permet pas au servo linéaire d'accrocher la résonance sur un temps de l'ordre de la minute, avec la réserve que contrairement à [221], une fois que la boucle du servo est fermée, le contrôle ne relâche pas le système pour le laisser retrouver une position et une

vitesse plus favorable à une acquisition.

Les remarques sont évidemment toujours valables pour une fréquence d'échantillonnage plus faible. Ceci signifie donc clairement qu'avec des mouvements résiduels de vitesse RMS de quelques $\mu\text{m.s}^{-1}$, le nombre de points autour de la résonance est insuffisant pour "accrocher" la résonance. On peut voir sur les figures 3.9 et 3.10 que le seul effet du servo utilisé avec *trigger* est d'exciter la masse.

D'autre part, pour cette même finesse et cette même fréquence d'échantillonnage (se rapprochant d'un système analogique), le servo utilisé sans *trigger* sur la puissance transmise est plus efficace que dans le cas de l'utilisation d'un *trigger* avec un temps moyen d'acquisition de la résonance de l'ordre de 45 s, comme on peut le voir sur les figures 3.6 et 3.7, qui ont été réalisées avec le même bruit sismique que pour les figures 3.9 et 3.10.

Ceci prouve **sans équivoque** possible la contribution à l'acquisition du signal d'erreur **en dehors** de la zone linéaire, dans un domaine pour lequel le servo n'a pas été conçu. Cette hypothèse avait déjà été avancée dans [221]. Pour une haute finesse, le signal d'erreur en dehors de la résonance est très faible, mais il possède le bon signe, comme on peut le voir sur la figure 3.8. L'*accrochage* se déroule hors de la résonance, mais le signal d'erreur guide le système vers la résonance.

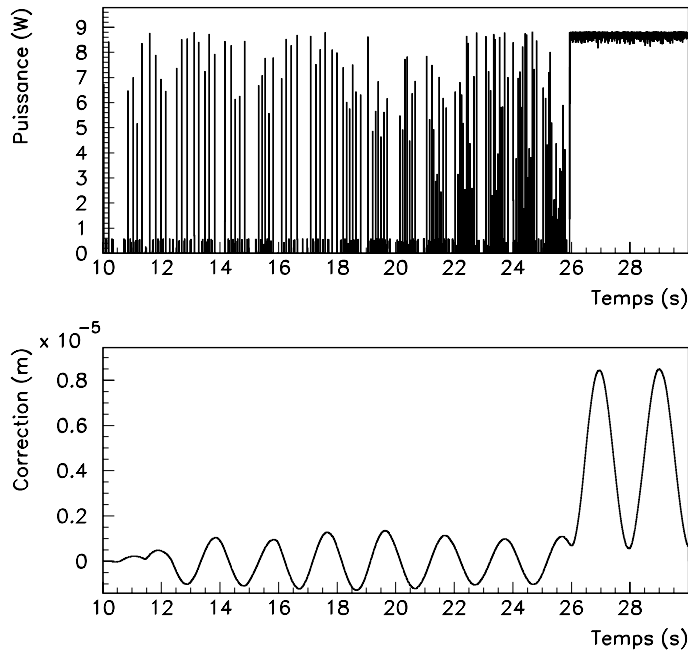


Figure 3.6: Puissance Transmise et Correction appliquée au banc suspendu, en fonction du temps, pour une finesse 1000, et un système analogique (simulation d'un système numérique avec $f_s = 100$ kHz). Le servo, sans *trigger* sur la puissance transmise, est mis en fonctionnement à $t = 10$ s, et n'est jamais relâché. Le *lock* est obtenu à $t \simeq 26$ s.

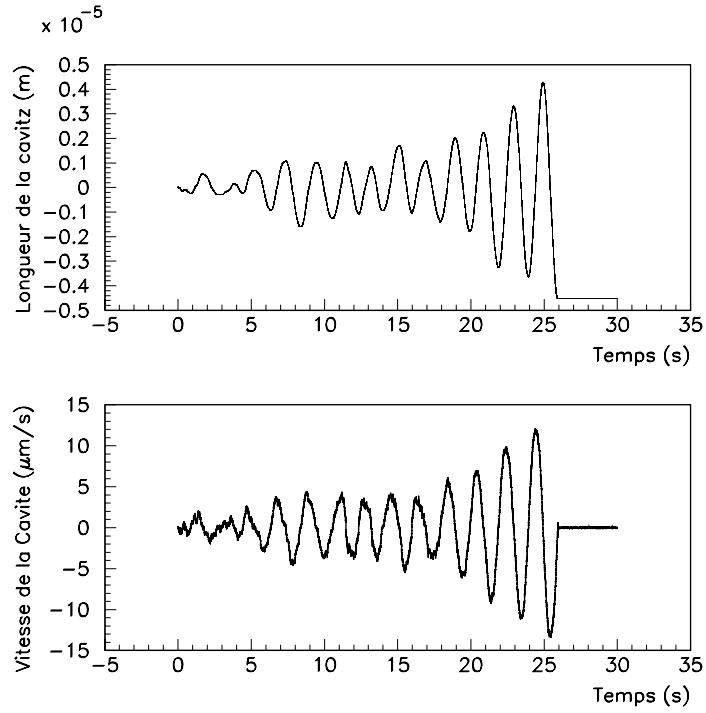


Figure 3.7: Longueur relative du *Mode-Cleaner* et vitesse d'expansion de la cavité, en fonction du temps, pour une finesse 1000, et un système analogique ($f_s = 100$ kHz). Le servo, sans *trigger* sur la puissance transmise, est mis en fonctionnement à $t = 10$ s, et n'est jamais relâché. Le *lock* est obtenu à $t \simeq 26$ s.

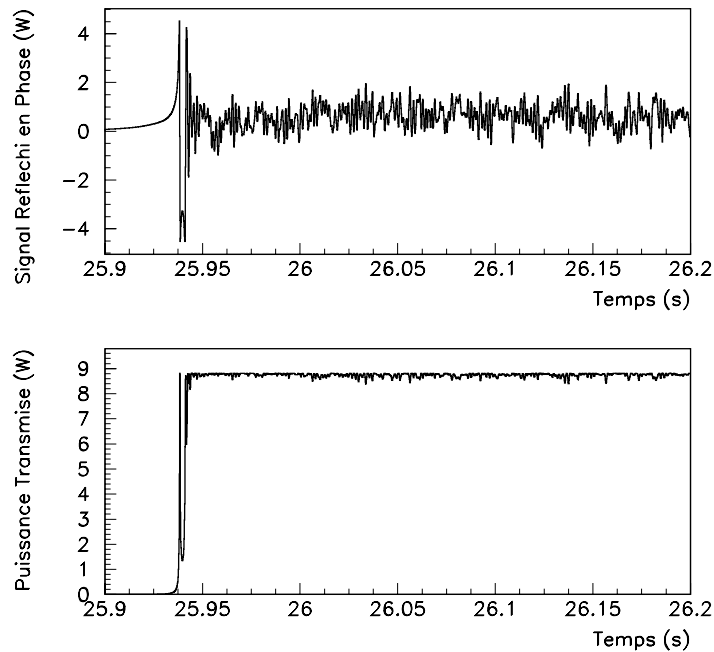


Figure 3.8: Signal d'erreur et Puissance Transmise, dans le cas d'un *lock* analogique sans seuil sur la puissance transmise. Le signal d'erreur hors de la résonance parvient à guider la cavité vers la résonance.

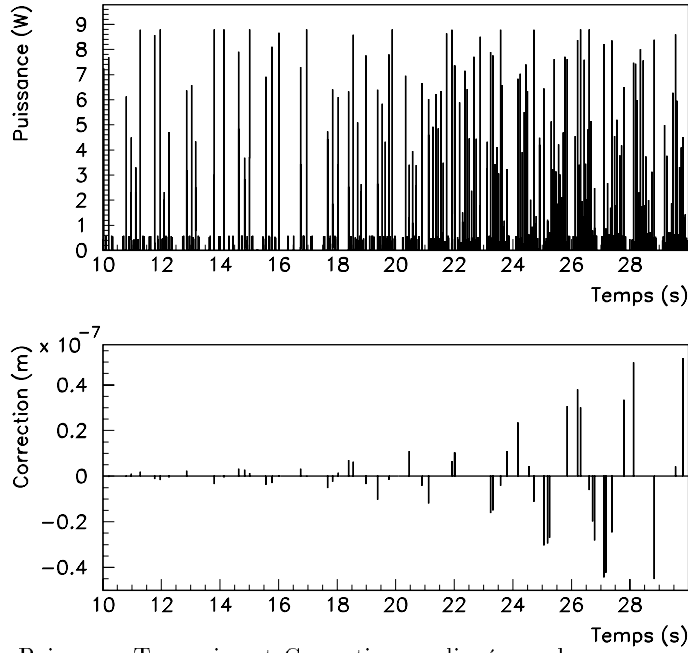


Figure 3.9: Puissance Transmise et Correction appliquée au banc suspendu, en fonction du temps, pour une finesse 1000, et un système analogique (simulé avec $f_s = 100$ kHz). Le servo, avec *trigger* sur la puissance transmise (à $P_t = 6$ W), est mis en fonctionnement à $t = 10$ s, et n'est jamais relâché. Le *lock* n'est pas obtenu sur un temps de simulation de 30 s. Le bruit sismique utilisé est le même que pour les figures 3.6 et 3.7.

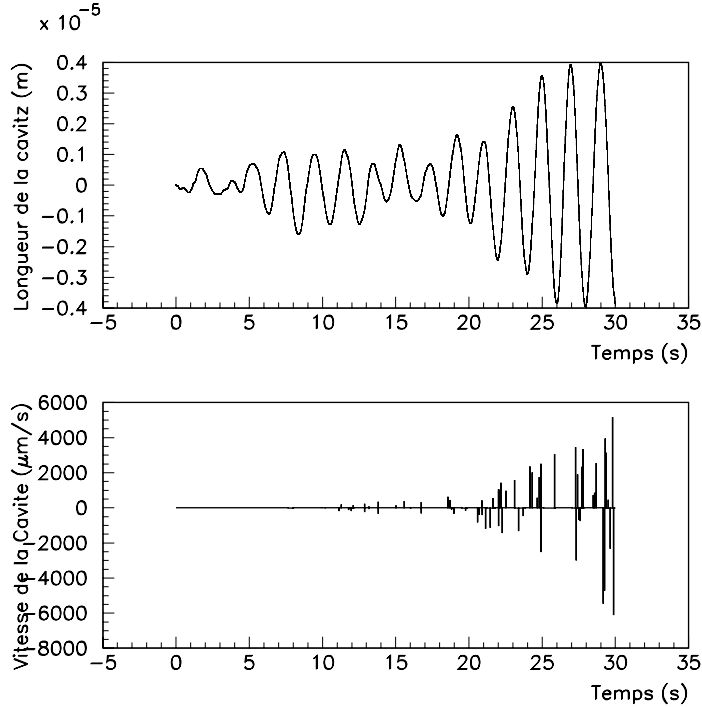


Figure 3.10: Longueur relative du *Mode-Cleaner* et vitesse d'expansion de la cavité, en fonction du temps, pour une finesse 1000, et un système analogique (simulé avec $f_s = 100$ kHz). Le servo, avec *trigger* sur la puissance transmise (à $P_t = 6$ W), est mis en fonctionnement à $t = 10$ s, et n'est jamais relâché.

3.1.3 Acquisition à $f_s = 10$ kHz : $\mathcal{F} = 1000$

Avec ce servo utilisé seul à une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz, le temps moyen d'acquisition du *lock* est de l'ordre de 90 secondes. Le servo est là encore appliqué en continu, et ne relâche jamais le système. Des temps d'acquisition inférieurs peuvent éventuellement être atteints si on permet au système de se désexciter de temps à autre. Un temps d'acquisition de la résonance de l'ordre de la minute semble raisonnable, mais on verra plus tard que l'utilisation des impulsions permet de gagner un facteur 10 sur cette durée, un gain qui, sans aucun doute, ne pourrait être gagné par une utilisation plus "intelligente" du servo linéaire (en continu ou par intermittence, pour que le système excité retrouve un état plus favorable pour le bon fonctionnement du servo).

Une méthode envisageable est de n'appliquer l'asservissement linéaire que lorsque la cavité se trouve à proximité de la résonance. Cela permet *a priori* de ne pas exciter la masse lorsque le servo est appliqué dans une zone non linéaire du signal d'erreur pour lequel il n'a pas été conçu. Dans ce cas-là, on exige donc que la cavité se trouve dans la zone linéaire, c'est-à-dire proche d'un maximum de la puissance transmise par le *Mode-Cleaner*. L'utilisation d'un seuil sur cette quantité devrait donc aider à diminuer ces temps d'acquisition. Cependant, avec un seuil autour de $P_{max}/\sqrt{2}$, le nombre de points dans la zone linéaire est trop faible pour que le filtre puisse avoir un effet quelconque à 10 kHz.

La figure 3.11 montre ce nombre de points pour une finesse 1000 en fonction de la fréquence d'échantillonnage, en supposant une vitesse du miroir *Mode-Cleaner* de l'ordre de 2×10^{-6} (vitesse RMS mesurée $\simeq 4 \times 10^{-6}$). La figure 3.12 montre la fraction d'événements caractérisés par un nombre de points autour de la résonance supérieur à n_0 en fonction de n_0 , pour une fréquence d'échantillonnage de 5 kHz. Cette courbe a été obtenue à partir des mesures de vitesse faites sur le site, en comptant la fraction d'événements caractérisés par une vitesse inférieure à une vitesse v_0 . Le nombre de points n_0 est alors, pour $v \leq v_0$:

$$n \geq n_0 = \frac{\Delta L}{v_0 \Delta t} \quad (3.3)$$

avec $\Delta L = 5 \times 10^{-10}$ m pour $\mathcal{F} = 1000$, et $\Delta t = 2 \times 10^{-4}$ s. Dans moins de 5 % des cas, on a donc plus de 10 points autour de la résonance, ce qui laisse présager que l'acquisition de la résonance ne sera pas aisée avec un système numérique, ce qui n'est pas le cas avec un système analogique pour lequel on aura ce même nombre de points dans plus de 80 % des traversées de la résonance. D'autre part, la définition 3.1 de la vitesse limite d'accrochage du servo linéaire correspond, pour une finesse $\mathcal{F} = 1000$ et une bande passante de l'ordre de 100 Hz, à une vitesse $\simeq 0.05 \mu\text{m.s}^{-1}$, qui représente la vitesse réelle du banc *Mode-Cleaner* dans moins de 1 % des cas mesurés sur le site. (voir figure 3.3).

Dès $f_s = 10$ kHz, l'acquisition de la résonance avec *trigger* est impossible sur un temps de simulation de 10 minutes, alors qu'elle est possible (temps moyen $\simeq 1$ min 30 s) sans *trigger* (voir la table 3.1) . Ceci est dû au fait qu'avec un seuil sur la puissance transmise, le nombre de points nécessaire à l'acquisition de la résonance est trop faible pour que le servo ait un quelconque effet à part celui d'exciter la masse, comme on a pu le voir sur les figures 3.9 et 3.10. En l'absence de seuil, le servo a tout le temps nécessaire pour exciter la masse mais aussi pour amortir son mouvement résiduel en dehors (ou autour) de la zone linéaire, lorsque sa vitesse n'est pas trop importante. Ceci-ci est sans doute en partie dû à la contribution non-négligeable du signal d'erreur en dehors de la résonance, comme remarqué dans [221], et dans le cas d'un système analogique.

Ces remarques en amènent finalement deux autres :

- 1/ L'utilisation d'un filtre analogique interdit toute acquisition de la résonance en un temps inférieur à quelques minutes pour une finesse de l'ordre de 1000,
- 2/ L'acquisition peut être possible si le filtre relâche le contrôle sur le système pendant quelques secondes, le temps pour la masse de se *désexciter*, ce qui implique un temps d'acquisition long et une intervention de l'expérimentateur (qui peut être éventuellement rendue automatique par *software*).

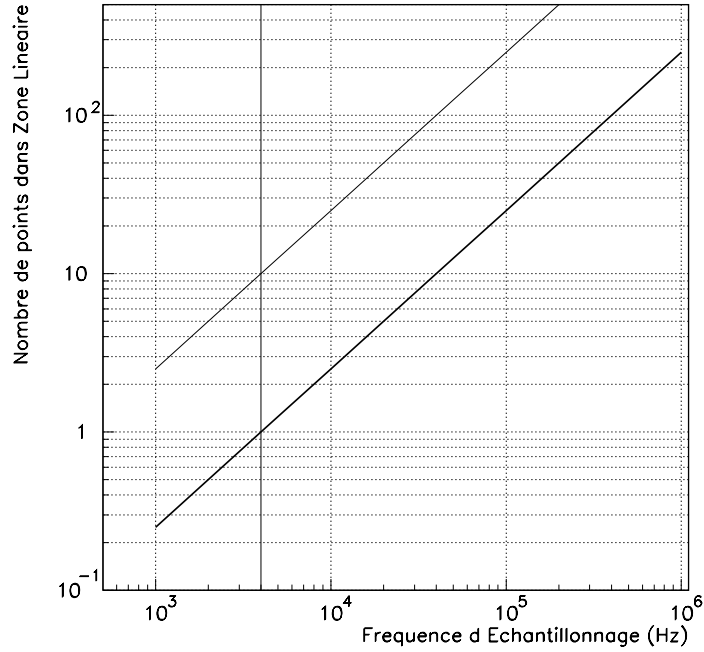


Figure 3.11: Évolution du nombre de points dans la zone linéaire (Finesse = 1000 en bas, 100 en haut) en fonction de la fréquence d'échantillonnage du système numérique, en supposant une vitesse RMS due au bruit sismique selon z de l'ordre de 2×10^{-6} (valeur RMS mesurée $\simeq 4 \times 10^{-6}$).

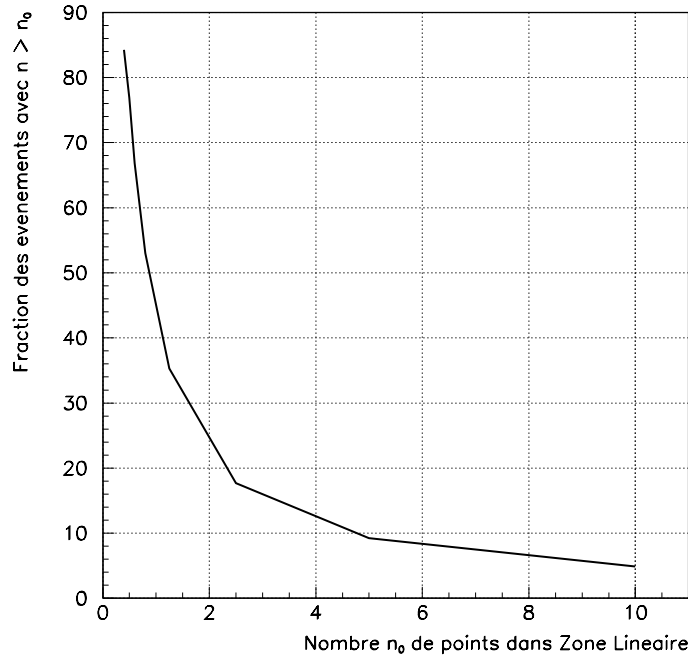


Figure 3.12: Fraction du nombre de passages à la résonance pour lesquels le nombre de points échantillonnés à 5 kHz est supérieur à n_0 en fonction de n_0 . On a donc plus de 10 points pour seulement 5 % des passages à la résonance. Ce calcul ne prend en compte que la vitesse de mouvement du banc *Mode-Cleaner*.

Même un filtre analogique sera donc dans la grande majorité des cas insuffisant (pour une haute finesse), et une fréquence de l'ordre de 10 kHz permet d'acquérir la résonance dans un temps de l'ordre de la minute, contre quelques secondes ($\simeq 10$) dans le cas du CITF. Une méthode permettant d'améliorer ce temps d'acquisition d'un facteur ~ 10 sera présentée dans le paragraphe suivant. Avant cela, étudions le comportement du servo linéaire dans le cas d'une fréquence d'échantillonnage de 5 kHz, proche de celle du vrai système utilisée pour le *Mode-Cleaner* de VIRGO (4 kHz).

3.1.4 Acquisition à $f_s = 5$ kHz : $\mathcal{F} = 1000$

À $f_s = 5$ kHz, le servo utilisé avec un *trigger* ne permet d'atteindre et de conserver la résonance de la cavité sur un temps de simulation de 10 minutes. Ce résultat peut être compris en considérant le nombre de points autour de la résonance, dans la zone linéaire (et donc caractérisés par une puissance transmise supérieure au seuil), qui est là encore trop faible pour que le servo puisse agir (voir figures 3.11 et 3.12). Sans *trigger* sur la puissance transmise, le temps moyen d'acquisition est de l'ordre de 7 minutes (avec un taux d'échec de l'ordre 1% sur 10 minutes). Là encore, ce résultat est dû à la contribution du signal d'erreur en dehors de la zone linéaire.

La fréquence d'échantillonnage disponible avec les serveurs de contrôle CLM et LockMC (voir chapitre précédent) est de 4 kHz : un algorithme dédié à l'acquisition de la résonance est donc quasiment indispensable, au vu des résultats précédents. On peut bien entendu se contenter de laisser le servo fonctionner en permanence jusqu'à accrochage de la résonance, grâce à la contribution du signal d'erreur hors de la résonance. Mais un tel choix engendre un temps d'acquisition long. En effet, les simulations simples que nous avons prises en compte ici ne font pas apparaître de perte de contrôle de la cavité sur un temps de quelques dizaines de secondes après l'accrochage. Il est cependant probable que la situation sera différente avec le vrai système mécanique, et que des vitesses trop importantes à l'acquisition de la résonance provoqueront des pertes de contrôle sur une échelle de temps de l'ordre de quelques secondes.

L'utilisation "simple" du servo linéaire destiné à contrôler longitudinalement la cavité pour acquérir la résonance n'est donc pas envisageable à 5 kHz en haute finesse sur une échelle de temps acceptable (*i.e.* de l'ordre de la minute). Un système dédié, dont le but principal sera d'amortir les mouvements relatifs de la masse *Mode-Cleaner*, avant de laisser agir le filtre linéaire, doit donc être développé. On peut noter que ceci peut être aussi atteint avec un filtre dérivateur, dont les valeurs seront (approximativement) proportionnelles à la vitesse. Pour cela, il faudra à un moment ou un autre estimer la vitesse d'expansion de la cavité, dont la valeur décidera de la mise en route du servo linéaire. La méthode des impulsions appliquée au *Mode-Cleaner*, que nous allons présenter maintenant, permet en même temps d'estimer la vitesse d'expansion de la cavité et d'amortir les mouvements relatifs des deux miroirs, en agissant uniquement sur le miroir du fond. Le tableau 3.1 présente les performances du servo linéaire pour une cavité Fabry-Perot de finesse $\mathcal{F} = 1000$, dans le cas d'un système analogique (simulé avec $f_s = 100$ kHz) ou numérique de fréquence d'échantillonnage $f_s = 10$ et 5 kHz, utilisé avec ou sans *trigger* sur la puissance transmise par la cavité.

Fréquence	Seuil sur P_t	Temps d'acquisition
100 kHz	Non	≥ 45 s
	Oui	$\simeq 600$ s
10 kHz	Non	$\simeq 90$ s
	Oui	≥ 600 s
5 khz	Non	$\simeq 420$ s
	Oui	≥ 600 s

Tableau 3.1: Résumé des performances obtenues pour une finesse $\mathcal{F} = 1000$, avec le servo linéaire utilisé avec ou sans *trigger* sur la puissance transmise P_t . Pour $f_s = 5$ kHz, l'acquisition de la résonance est impossible.

3.2 Présentation de la technique des impulsions

Cette technique de contrôle non linéaire de la cavité fut tout d'abord étudiée par [221], dans le cadre d'études sur le *Central Area InterFerometer* (CITF). Elle est non-linéaire dans le sens où elle peut agir hors résonance, en dehors de la zone linéaire du signal Pound-Drever. Le but des paragraphes suivants est donc tout d'abord d'étudier une telle technique dans le cadre moins complexe mais différent (fréquence d'échantillonnage moins grande et finesse plus élevée) du *Mode-Cleaner*, d'améliorer la statistique pour quantifier sa réelle efficacité, mais aussi de tester son comportement vis à vis du changement de divers paramètres, qui étaient fixés dans l'étude [221]. Il est à noter que parallèlement à ce travail, une étude similaire a été menée pour le CITF [280].

Le but de cette méthode réside donc, autour de la résonance de la cavité, dans l'estimation de la vitesse relative des miroirs par une méthode des moindres carrés, et dans l'application d'un "pic" de courant aux bobines proportionnelle à cette vitesse, pour forcer la cavité à traverser à nouveau la résonance. La procédure est itérative, et s'applique jusqu'à ce que la vitesse **estimée** soit inférieure à une vitesse seuil. À partir de là, l'asservissement linéaire prend le relais, et, si le mouvement résiduel du miroir concave a bien été amorti et si la vitesse a bien été réduite, il doit pouvoir conserver la cavité à la résonance. Détaillons maintenant les deux étapes de cette technique, qui sont présentées sur la figure 3.13.

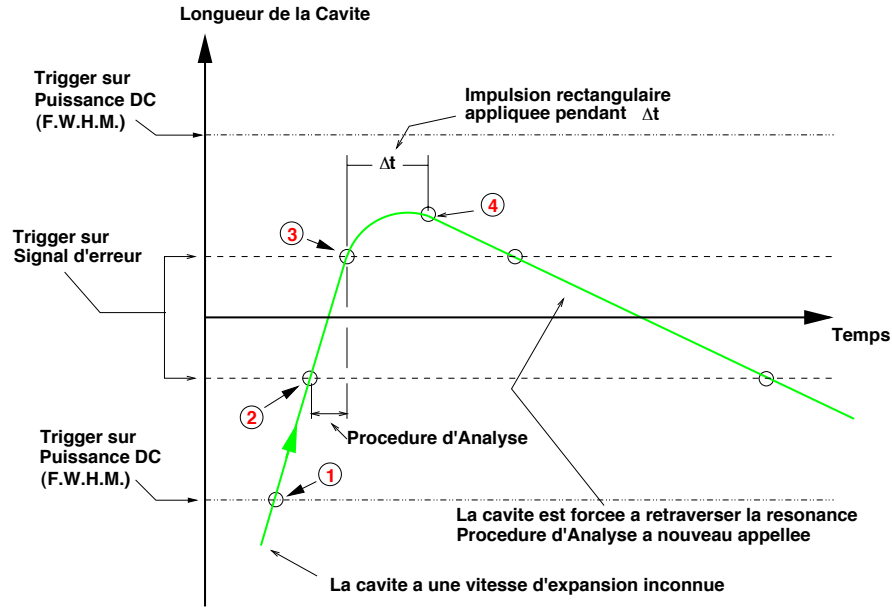


Figure 3.13: Application d'une impulsion rectangulaire sur un miroir. (1) La cavité possède une vitesse relative d'expansion inconnue et la puissance transmise est supérieure au seuil. La cavité se trouve à proximité de la résonance. (2) La procédure d'Analyse commence : les valeurs du signal d'erreur sont gardées en mémoire. (3) La procédure d'Analyse prend fin et une méthode des moindres carrés permet d'estimer la vitesse d'expansion \vec{v} de la cavité. La procédure d'Action commence, et une impulsion de courant est envoyée aux bobines contrôlant le banc sur lequel se trouve le miroir concave du *Mode-Cleaner*. (4) L'impulsion se termine, et la cavité possède une vitesse $-\epsilon\vec{v}$, qui la force à traverser à nouveau la résonance.

3.2.1 L'analyse

Lorsque la puissance transmise dépasse le seuil délimitant la zone linéaire du signal de Pound-Drever, autour de la résonance, le système garde en mémoire les valeurs du signal d'erreur jusqu'à ce que la cavité quitte la zone linéaire. Une méthode des moindres carrés permet alors d'estimer la vitesse d'expansion de la cavité, en supposant que la vitesse demeure à peu près constante pendant la traversée de la résonance. Cette hypothèse semble raisonnable puisque les mouvements résiduels sont essentiellement à basse fréquence (en dessous du Hertz) et que le temps de traversée de la résonance est généralement inférieur à la milliseconde.

Cette phase d'analyse requiert la connaissance de la pente théorique du signal de Pound-Drever autour de la résonance, dans sa zone de linéarité. Ce paramètre est facilement obtenu en simulation. Dans la réalité, il suffira de mesurer cette pente en imposant un mouvement de vitesse connue au miroir concave.

3.2.2 L'action

Si la vitesse reconstruite est supérieure à la vitesse seuil (dont l'estimation exacte est cruciale), le mouvement du miroir est amorti par une succession d'impulsions de courant proportionnelles à la vitesse du miroir envoyées sur les bobines contrôlant le banc suspendu. Pour une impulsion donnée, la force résultante est calculée de telle sorte que :

$$\int_0^{\Delta t} \vec{F}(t) dt = -m(1 + \epsilon) \vec{v}_{rec} \quad (3.4)$$

avec Δt la durée d'une impulsion, m la masse du banc suspendu, et ϵ un paramètre arbitraire. Le but de cette impulsion est donc de communiquer au banc une vitesse $\epsilon \vec{v}_{rec}$, alors qu'elle était \vec{v}_{rec} avant l'application de l'impulsion. L'impulsion, si $\epsilon \in [0, 1]$, force alors la cavité à traverser à nouveau la résonance. L'algorithme est itératif et s'applique jusqu'à ce que la vitesse seuil soit atteinte.

3.2.3 Paramètres initiaux : résultats pour le CITF

Il a été observé que la reconstruction de la vitesse est relativement bonne si la vitesse d'expansion de la cavité n'est pas trop faible. Le servo linéaire est en outre activé à la sortie de la zone linéaire. Une valeur de ϵ trop proche de zéro stopperait donc le mouvement du miroir en dehors de la résonance. D'un autre côté, une valeur de ϵ trop proche de 1 ne serait pas suffisante pour amortir les mouvements du miroir. Les études menées pour le CITF montrent que des valeurs de ϵ comprises entre 0.3 et 0.8 sont raisonnables. $\epsilon = 0.5$ semble être un bon compromis entre des temps d'acquisition courts et des petites forces appliquées. Dans la suite, nous considérerons toujours $\epsilon = 0.5$.

3.3 Applications au *Mode-Cleaner* : Simulations

Des études systématiques de cette technique dans le cadre du CITF, avec la prise en compte de la fonction de transfert des bobines (et sa compensation) ont pu montrer [280] que le temps moyen d'acquisition de la résonance pour la frange noire était de l'ordre de 9.5 s, contre 20 s pour la cavité de recyclage. La situation est différente dans le cas du *Mode-Cleaner* puisque les bobines admettent une force plus importante, et la cavité pourra donc être freinée plus rapidement. D'un autre côté, pour une polarisation "s" la finesse est de l'ordre de 1000, ce qui réduit la largeur de la fenêtre d'opération de la méthode. Les bancs sont en outre suspendus à des tours courtes, et non plus des superatténuateurs. Des mesures de bruit sismique réalisées sur le site (vitesse et déplacement des bancs) nous permettent finalement d'accorder les simulations pour plus de réalisme.

Les performances de la méthode des impulsions doivent être quantifiées, dans le cadre de *Mode-Cleaner*, caractérisé par une finesse plus importante, et un système de contrôle fonctionnant à 4 kHz au lieu de 10 kHz : temps d'acquisition, temps d'accrochage du servo linéaire une fois que la condition d'acquisition est vérifiée, nombre d'impulsions nécessaires, forces (et donc courant) maximums appliquées aux bobines du banc. Il faut ensuite les comparer au comportement du servo linéaire utilisé seul, ou éventuellement avec un *trigger*, étudié dans le paragraphe précédent. Comme on va le voir, l'utilisation de cette technique permet des gains dans le temps d'acquisition d'un facteur ~ 7 , et son implémentation dans le système de contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO a donc été décidé. Les détails pratiques de l'implémentation (client et serveur) ainsi que les tests effectués sur le site pour vérifier le fonctionnement et la robustesse du système seront présentés dans le paragraphe suivant.

3.3.1 Impulsions pour le *Mode-Cleaner* : modèle de base

Une méthode dédiée à l'acquisition de la résonance est intéressante à haute finesse et/ou pour un système numérique. Nous ne présenterons ici que les résultats obtenus avec une cavité de finesse $\simeq 1000$, en fonction de la fréquence.

Rapport de conversion Courant/Force des bobines du *Mode-Cleaner*

C'est une force à appliquer au banc suspendu que va estimer la méthode des impulsions. Il nous faut pouvoir la convertir en courant à appliquer aux bobines qui vont induire le déplacement du banc. L'amplitude de l'impulsion en Volts est donnée par :

$$\mathcal{A} = \frac{\text{Force}(N) \times \text{Dyn}_{ADC} \times R_{\text{bobines}}(\Omega)}{G_{\text{drivers}} \times n_{\text{bobines}}} \times K^{-1}(A/N) \quad (3.5)$$

avec :

- Dyn_{ADC} l'atténuateur dynamique devant les ADC ($\simeq 3.3$),
- R_{bobines} la résistance des bobines (environ 7 Ω),
- $n_{\text{bobines}} = 2$ le nombre de bobines contrôlant l'axe z ,
- G_{drivers} le gain des amplificateurs des bobines ($\simeq 10$).

Le facteur K désigne le gain en N/A du système aimant-bobine, qu'il nous faut estimer. Le prototype d'Orsay possédait des bobines caractérisées par $K = 0.7$ N/A. Dans le cas du *Mode-Cleaner* de VIRGO, les aimants et les bobines sont différents. D'après la figure III.4.9 p.289, on voit que le gain en continu est de l'ordre de 1 mm/V pour le banc *Mode-Cleaner*. Avec une valeur de gain en N/A de l'ordre de 1.4/3 avec les valeurs données précédemment, on obtient un déplacement d'environ 2 mm / A.

Le poids du banc est $M = 48$ kg. En assimilant le banc suspendu à un pendule pesant de longueur l , de fréquence de résonance $f \sim 0.6$ Hz, le déplacement x provoqué par une force F peut être déduit de :

$$F \sim Mg \frac{x}{l} \simeq 0.68 \text{ N} / \text{mm} \quad (3.6)$$

La force délivrée par le système aimant-bobine est donc de l'ordre de 1.4 N/A. Le voltage maximum délivré par les DAC étant de 5V, on peut espérer un courant maximal de l'ordre de 3 A, soit une force potentiellement accessible de l'ordre de 4.2 N.

Forme et application de l'impulsion

La forme la plus simple à laquelle on puisse penser est une impulsion rectangulaire. Cette configuration est efficace, mais après la fin de l'impulsion, la cavité reste en moyenne assez éloignée de la résonance. Si ΔL est la variation de la longueur relative de la cavité entre le début et la fin de l'application de la force, on peut écrire :

$$\Delta L = \left(\frac{1 - \epsilon}{2} \right) \Delta t v_{rec} \quad (3.7)$$

avec $\epsilon = 0.5$. En supposant une vitesse $v_{rec} \simeq 2 \mu\text{m.s}^{-1}$ et $\Delta t = 10$ ms, on obtient $\Delta L \sim 5 \times 10^{-3} \mu\text{m} \simeq 10$ FWHM (largeur de la résonance). La force est en fait uniformément distribuée au cours du temps, alors que le mouvement relatif est en train d'être amorti. Il est plus judicieux d'appliquer une force plus importante au début pour ralentir plus rapidement le mouvement du miroir, avant de renvoyer le miroir vers la résonance. Une forme d'impulsion triangulaire a donc été imaginée et testée [280]. La forme de l'impulsion est montrée dans la figure 3.14. On a alors :

$$\Delta L = \left(\frac{1 - 2\epsilon}{3} \right) \Delta t v_{rec} \quad (3.8)$$

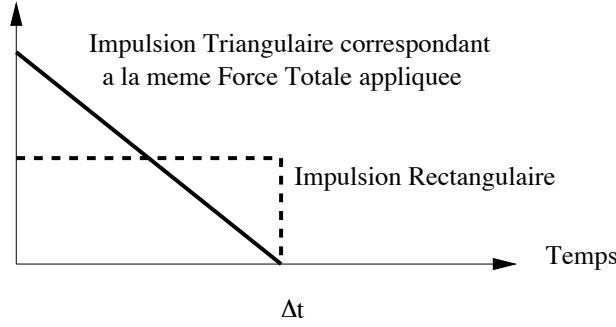


Figure 3.14: Allure d'une impulsion triangulaire (utilisée dans la suite) par rapport à une impulsion rectangulaire.

Pour $\epsilon = 0.5$, on obtient $\Delta L = 0$. La cavité est prête à retraverser la résonance. Les temps d'acquisition obtenus dans le cas du CITF sont plus courts de l'ordre de 20 à 30 %. En outre, la solution adoptée dans [280] est $\Delta t = 20\text{ms}$. Ce choix augmente les temps d'acquisition mais diminue les forces moyennes et maximales appliquées aux bobines, qui ne peuvent supporter qu'environ 15 mN, une valeur bien inférieure à celle prévue pour les bobines du *Mode-Cleaner*. Nous avons donc pour le *Mode-Cleaner* adopté des impulsions triangulaires, de durée $\Delta t = 10\text{ ms}$.

La forme triangulaire permet au système de revenir à proximité de la résonance à la fin de la procédure d'analyse, mais éventuellement, la résonance peut être retraversée alors qu'une impulsion est en train d'être appliquée. On peut alors soit autoriser le calcul d'une nouvelle vitesse, et donc l'application d'une nouvelle force, alors que l'impulsion précédente n'est pas terminée, soit retarder le calcul de la vitesse à la traversée de la résonance qui suivra la fin de l'application de l'impulsion. On peut aussi, en cas de traversée de la résonance lors de l'application de l'impulsion, arrêter l'application de la force pour calculer la vitesse.

La première solution a l'avantage de faire converger plus rapidement le système vers une vitesse faible. D'un autre côté, si la vitesse est faible, les traversées de résonance sont fréquentes, et une telle stratégie peut finalement exciter le système, réduisant les chances de *lock*. La seconde solution pose problème si la vitesse de la cavité a, pour une raison ou pour une autre, été mal estimée. Dans ce cas-là, le système repart avec une vitesse trop grande, et la traversée de la résonance suivante peut se faire avec une vitesse trop importante pour que le système numérique acquière plus de 2 points dans la zone linéaire, retardant encore l'application d'une nouvelle impulsion. Cette seconde solution paraît donc être logiquement à proscrire dans le cas $f_s = 5\text{ kHz}$. La troisième solution, quant à elle, permet de ne pas communiquer une accélération à la cavité alors qu'elle est en train **naturellement** de traverser la résonance. Il est sûrement préférable d'estimer la vitesse en arrêtant l'application de la force dans une telle situation.

Les résultats qui suivent ont été obtenus avec des impulsions triangulaires de durée 10 ms, en autorisant l'estimation de la vitesse lors d'une traversée de résonance pendant l'application d'une force. Nous verrons plus loin les résultats obtenus avec la dernière solution.

Cas $f_s = 10\text{ kHz}$

Le tableau 3.2 montre les résultats obtenus avec la méthode de base des impulsions. On peut voir que l'acquisition demande un temps de l'ordre de 6 secondes, et que le *lock* est immédiat. Ceci signifie clairement que la méthode a atteint son but qui était de réduire la vitesse du miroir concave. En outre, la fraction de *locks* perdus (0.1 %) est négligeable et signifie que la vitesse estimée au moment de l'acquisition est bien suffisamment faible pour que le servo fonctionne et conserve la cavité à résonance. On remarque en outre que pour des simulations d'une minute, la vitesse seuil n'est pas atteinte dans environ 2.5 % des cas.

La vitesse maximale pendant le contrôle du servo est de l'ordre de $0.6\text{ }\mu\text{m.s}^{-1}$: la cavité une fois à la résonance peut avoir des vitesses assez fortes de temps en temps sans que pour cela le servo ne perde la résonance. La situation sera, bien entendu, différente dans la réalité où de telles vitesses pourraient exciter des résonances des étages supérieures des suspensions et provoquer la perte du *lock*.

La méthode des impulsions dans sa configuration de base est donc suffisante dans le cas d'une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz. On peut bien sûr chercher à accélérer l'obtention de la

vitesse seuil, qui est la cause principale des événements pour lesquels on ne réussit pas à acquérir la résonance. Un temps de simulation plus long (2 minutes) permet de baisser la fraction d'échec de la méthode à 0.1 %, et le temps moyen d'acquisition est alors de l'ordre de 8 secondes. Un tel temps est le résultat du fait qu'expérimentalement un passage à la résonance sur deux seulement (voir la figure 3.15) se fait avec au moins deux points (pour $f_s = 10$ kHz). On est donc là essentiellement limité par la fréquence d'échantillonnage, et évidemment par la finesse de la cavité.

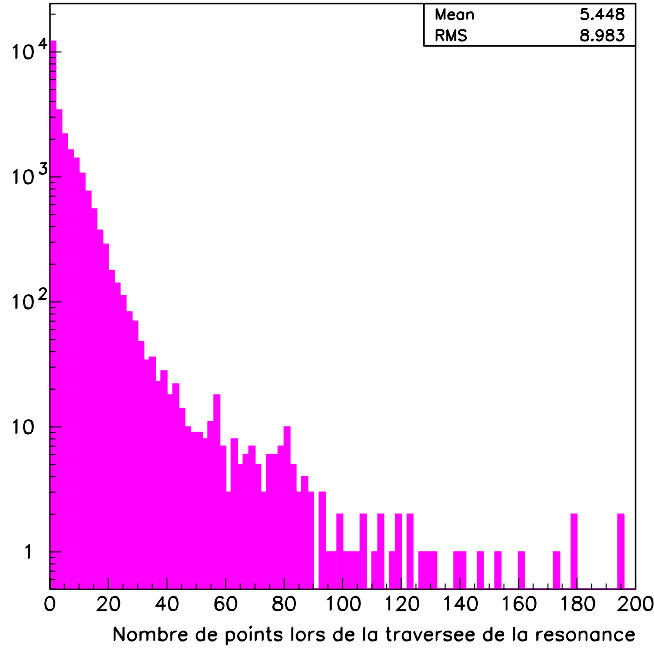


Figure 3.15: Nombres de points pendant une traversée de la résonance, sous l'effet des impulsions ($f_s = 10$ kHz). Près de 50 % des événements ont un nombre de points lors de la traversée de la résonance égal à 1.

Temps d'acquisition moyen \bar{T} (s)	6.2
Dispersion de T (s)	8.5
$T_{acq} - T_{lock}$ (ms)	220
Nombre d'impulsions	27
Force Totale (N)	10.8 N
Force Maximale appliquée (mN)	24.
Vitesse maximale pendant le contrôle du servo ($\mu\text{m.s}^{-1}$)	0.57
% de non-acquisition (sur 1 minute)	2.4 %
% de <i>locks</i> perdus	0.1 %

Tableau 3.2: Résumé des paramètres d'acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 10$ kHz).

Le gain de l'application de la méthode des impulsions pour $f_s = 10$ kHz par rapport au servo linéaire utilisé seul (sans *trigger* sur la puissance transmise) est donc d'un facteur 15 environ.

Cas $f_s = 5$ kHz

Le gain de l'application de la méthode des impulsions pour $f_s = 5$ kHz par rapport au servo linéaire utilisé seul (sans *trigger* sur la puissance transmise) est d'un facteur 10 environ, comme on peut le voir dans le tableau 3.3.

Temps d'acquisition moyen T (s)	45
Dispersion de T (s)	20
$T_{acq} - T_{lock}$ (s)	6
Nombre d'impulsions	11
Force Totale (N)	1.5 N
Force Maximale appliquée (mN)	10
Vitesse maximale pendant le contrôle du servo ($\mu\text{m.s}^{-1}$)	0.5
% de non-acquisition (sur 1 minute)	$\simeq 5.5$ %
% de non-lock (sur 1 minute)	$\simeq 7$ %
% de locks perdus (sur un temps $\lesssim 1$ s)	~ 12 %

Tableau 3.3: Résumé des paramètres d'acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz).

Les résultats présentés dans le tableau 3.3 amènent plusieurs remarques. Tout d'abord, le nombre d'impulsions à appliquer n'est pas limité mais la puissance dissipée dans les bobines peut être un facteur limitant (échauffement des bobines). Dans le cas de N impulsions rectangulaires de durée τ , de maximum I_0 (correspondant à une force maximale F_0), l'énergie rayonnée par effet Joule est :

$$P_{bobines} = NR I_0^2 \tau \quad (3.9)$$

Pour $N = 30$ impulsions appliquées aux bobines pendant 1 s, on obtient $P_{bobines} = 0.13$ J, réparti sur les 2 bobines contrôlant l'axe z . Il doit être vérifié que cette valeur est acceptable pour les bobines contrôlant le banc *Mode-Cleaner*.

Si la vitesse après l'impulsion est telle que la cavité ne retransverse pas la résonance tout de suite, le but itératif de la méthode n'est pas atteint. En effet, une impulsion doit forcer la cavité à traverser la résonance à nouveau, mais si cette traversée se fait avec une vitesse trop grande, le nombre de points sera insuffisant pour reconstruire la vitesse. La méthode échoue. C'est ce qui provoque les temps d'acquisition relativement longs observés dans les simulations. Nous y reviendrons plus en détails dans les paragraphes 3.3.2 et 3.3.3.

La figure 3.18 montre le nombre de points vu par le système numérique à chaque traversée de résonance. On peut voir que dans environ 80 % des cas, le nombre de points est égal à 1, et dans ces cas-là, la régression linéaire est impossible. La vitesse d'expansion de la cavité ne peut donc pas être estimée et aucune impulsion n'est envoyée. Il faut alors **attendre** une traversée de la résonance avec une vitesse telle que le nombre de points soit au moins égal à 2, correspondant à une vitesse de $1.5 \mu\text{m.s}^{-1}$ (ou inférieure), ce qui est le cas (avec les contrôles locaux) dans $\sim 1/4$ des traversées de la résonance. Encore une fois, la fréquence d'échantillonnage est le principal facteur limitant.

On peut néanmoins remarquer que pour des simulations de 3 minutes, la méthode échoue à réduire la vitesse de la cavité en dessous de la vitesse seuil dans 5 % des cas. En outre, une fois la vitesse seuil atteinte, le servo n'arrive pas à accrocher la résonance dans 7 % des cas (où la méthode a réussi, *i.e.* la vitesse seuil est atteinte) : soit la méthode a estimé à tort une vitesse faible, soit cette vitesse faible était fortuite, et le mouvement de la cavité n'a en fait pas bien été amorti, ce qui est confirmé par le fait que dans plus de 12 % des cas, le servo échoue et perd le contrôle au bout de quelques secondes. Il faut donc réduire d'un côté le temps entre l'acquisition et le contrôle effectif du servo, et d'un autre côté la fraction de *locks* perdus par le servo. Nous verrons plus loin comment cet objectif peut être atteint. Avant cela, étudions en détail dans le cas $f_s = 5$ kHz les performances des procédures d'analyse et d'action de la méthode des impulsions.

3.3.2 Performances de la procédure d'analyse

Le but de cette procédure est d'estimer avec précision la vitesse d'expansion de la cavité quand elle traverse la zone linéaire du signal d'erreur autour de la résonance. Des erreurs dans la reconstruction de la vitesse peuvent avoir deux origines distinctes. Tout d'abord, une variation de la vitesse pendant la traversée de la résonance est toujours possible, à cause d'une accélération non-nulle. Ensuite, des erreurs de précision dans la procédure de minimisation par moindres carrés ne

peuvent être évitées. La pente du signal d'erreur change entre deux résonances, et la pente choisie pour la reconstruction est une pente moyenne.

Les sources de bruit sismique principales sont localisées à basse fréquence (autour de $f = 0.5$ Hz) : la vitesse de la cavité ne doit donc pas varier significativement sur un temps inférieur à $1/0.5 \simeq 2$ s, alors que la traversée de la résonance ne dure pas plus d'une fraction de milliseconde.

La figure 3.16 montre la variation relative de la vitesse dans la zone linéaire par rapport à sa valeur moyenne dans cette zone en fonction de la vitesse de la cavité à la sortie de la résonance. On remarque que pour des vitesses petites ($\lesssim 0.5 \mu \text{ m.s}^{-1}$), la variation de la vitesse, due essentiellement au bruit sismique peut atteindre 50 %. Cette même variation relative est très faible pour de grandes vitesses de sortie de la zone linéaire.

Cette variation doit avoir une incidence sur la vitesse reconstruite. La vitesse importante ici est la vitesse de la cavité à la sortie de la résonance, puisque c'est à ce moment que l'impulsion va être appliquée. La figure 3.17 montre ainsi l'erreur relative entre la vitesse reconstruite et la vitesse de sortie de la zone linéaire en fonction de cette dernière. Pour de faibles vitesses, l'erreur atteint 50 % voire même dans certains cas 100 %. Le problème ici est double. D'un côté pour de grandes vitesses, la variation de la vitesse dans la zone linéaire est faible, mais le nombre de points à 5 kHz utilisés pour estimer la vitesse est faible. D'un autre côté, à faible vitesse, la variation de la vitesse est grande, et en dépit d'un grand nombre de points pour calculer la vitesse, l'estimation de la vitesse est mauvaise.

Dans le cas du CITEF, les erreurs obtenues sont plus faibles (de quelques % à 15 %). Pour la frange noire, le nombre de points utilisés pour la reconstruction peut atteindre quelques centaines de points, contre plusieurs dizaines de points dans le cas de la cavité de recyclage. Dans le cas du *Mode-Cleaner*, contrôlé par un système fonctionnant à 5 kHz, la majorité (presque 90 %) des résonances sont traversées avec un seul point, comme on peut le voir sur la figure 3.18.

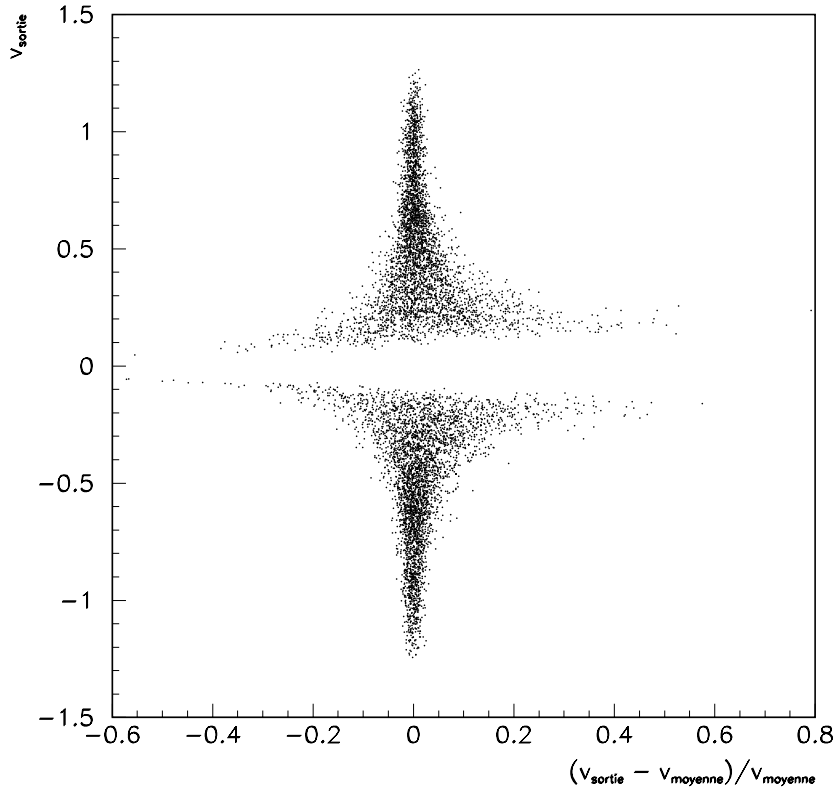


Figure 3.16: Vitesse de la cavité à la sortie de la résonance en fonction de la Variation relative de la vitesse dans la zone linéaire par rapport à sa valeur moyenne.

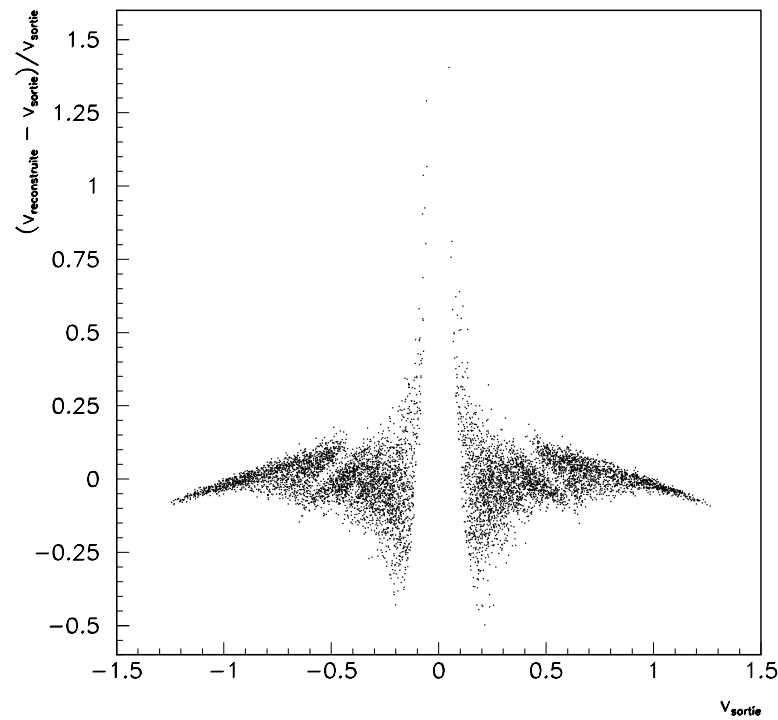


Figure 3.17: Erreur relative entre la vitesse reconstruite et la vitesse de sortie de la zone linéaire en fonction de la vitesse de sortie.

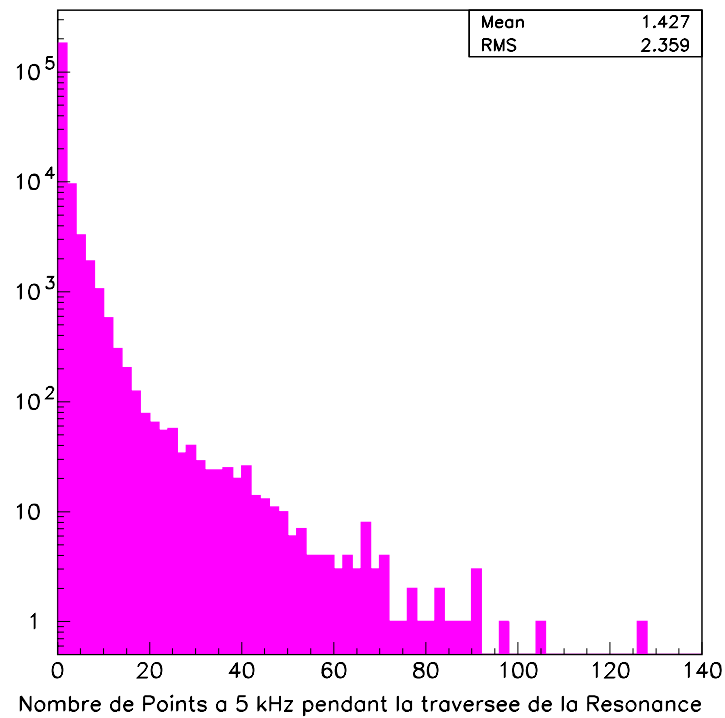


Figure 3.18: Nombre de points à 5 kHz utilisés pour reconstruire la vitesse d'expansion de la cavité, pendant une traversée de la résonance, sous l'effet des impulsions.

3.3.3 Performances de la procédure d'action

Le but de cette procédure est d'amortir le mouvement résiduel par un facteur 2, et de changer la direction du mouvement du miroir, pour forcer la cavité à traverser à nouveau la résonance. Le bruit sismique résiduel va clairement jouer un rôle important dans l'efficacité avec laquelle l'amortissement va se faire. On peut déjà remarquer que puisque la reconstruction de la vitesse est mauvaise à faible vitesse, le résultat de la procédure d'action le sera aussi pour de telles configurations.

Le rapport $v_{\text{après}}/v_{\text{avant}} = \kappa$ (vitesses avant et après la procédure d'action, v_{avant} correspondant à la vitesse de sortie de la zone linéaire) doit être le plus proche possible de $\epsilon = -\frac{1}{2}$. La figure 3.19 montre ainsi la distribution de ce rapport. La valeur moyenne est proche de -0.45, montrant ainsi l'existence d'un biais systématique dans la réussite de la procédure d'action. Presque 16 % des événements correspondent à une valeur positive de ce rapport : la procédure échoue donc à inverser le signe de la vitesse de la cavité pour ces événements. Dans 3 % des cas, le rapport est inférieur à -1.5 : la vitesse est augmentée d'un facteur supérieur à 3. Ces événements sont associés eux aussi à des vitesses d'expansion petites. Néanmoins, la vitesse change de signe et est réduite dans presque 75 % des événements étudiés.

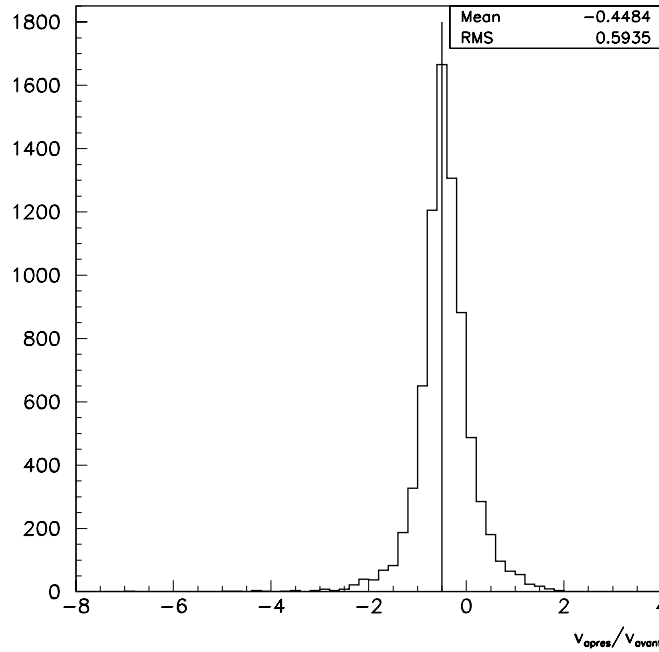


Figure 3.19: Distribution du rapport $v_{\text{après}}/v_{\text{avant}} = \kappa$.

Ce rapport, est comme attendu, très différent de -0.5 pour des valeurs faibles de la vitesse en sortie de la zone linéaire, comme on peut le voir sur la figure 3.20. Ce rapport semble en outre augmenter (vers des valeurs positives) pour de grandes vitesses initiales, comme remarqué dans [280]. La procédure d'action échoue alors à ramener la cavité vers la résonance. Ceci n'est pas très visible dans le cas du *Mode-Cleaner* pour lequel les vitesses prises en compte sont plus faibles (effet conjugué de la fréquence d'échantillonnage et de la finesse de la cavité). Cet effet peut néanmoins être expliqué de la manière suivante (on consultera [280] pour plus de détails) : la fonction de transfert entre la force et le mouvement du miroir peut s'écrire :

$$H(s) = \frac{\tilde{x}(s)}{\tilde{F}(s)} = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{s^2 + \omega \frac{s}{Q} + \omega^2} \right) \quad (3.10)$$

avec \tilde{x} et \tilde{f} les transformées de Laplace des positions du miroir et de l'impulsion appliquée au miroir. Q est le facteur de qualité de la résonance des suspensions $Q \simeq 100 - 1000 \gg 1$, et

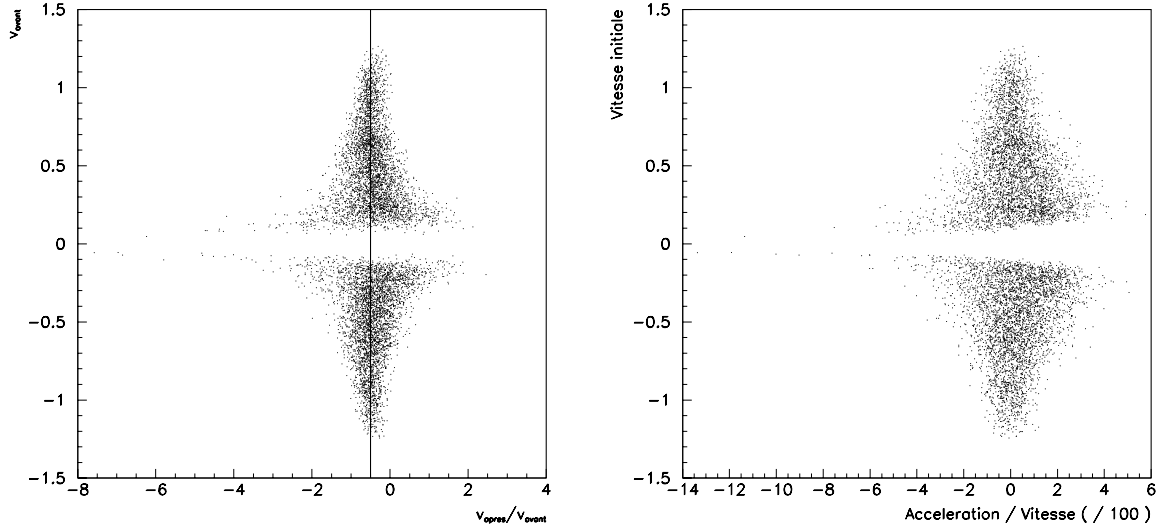


Figure 3.20: Gauche : Rapport $v_{\text{après}}/v_{\text{avant}} = \kappa$ en fonction de la valeur de la vitesse juste avant l'application de l'impulsion (vitesse de sortie de la zone linéaire). Droite : Vitesse de sortie de la zone linéaire en fonction du rapport a_s/v_s .

$\omega = 2\pi f$ où f est la fréquence de résonance du pendule (autour de 600 mHz). En négligeant le terme d'amortissement ($Q \gg 1$), on peut calculer la vitesse à un temps δt égal à quelques fractions de millisecondes. Un développement limité selon $\omega \delta t$ donne alors :

$$\frac{v_{\text{après}}}{v_{\text{avant}}} = -\epsilon + \left(\frac{a_s}{v_s} \right) \delta t \quad (3.11)$$

où a_s et v_s sont les valeurs de l'accélération et de la vitesse en sortie de la zone linéaire, juste avant l'application de la force. À cet instant, on peut considérer que le miroir est essentiellement soumis au bruit sismique. On peut donc supposer que pour des accélérations importantes en valeur absolue, vitesses et accélérations ont le même signe et la même amplitude (de fortes accélérations impliquent de fortes vitesses). La figure 3.20 (à droite) présente ainsi la vitesse de sortie de la zone linéaire en fonction du rapport a_s/v_s . On retrouve l'allure de la courbe de gauche de la même figure pour les grandes vitesses initiales, ainsi que pour les faibles vitesses.

3.3.4 Stabilité du contrôle

La figure 3.21 montre le rapport Vitesse seuil/Vitesse Reconstituée en fonction du rapport Vitesse Seuil/ Vitesse d'expansion de la cavité, au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire, lorsque la résonance est acquise (c'est-à-dire que la vitesse reconstituée est inférieure au seuil correspondant à une vitesse $\simeq 0.1 \mu\text{m.s}^{-1}$). On peut remarquer que dans la grande majorité des cas, la vitesse estimée au moment de l'acquisition est beaucoup plus faible que ce qu'elle est en réalité. Ainsi, le rapport Vitesse Seuil/ Vitesse d'expansion réelle de la cavité est concentré autour de 1, tandis que la vitesse estimée peut prendre des valeurs atteignant $v_{\text{seuil}}/500$. Dans certains cas, la vitesse estimée est faible et largement inférieure au seuil, alors que la vitesse réelle est en fait supérieure au seuil. On peut se douter que pour ces événements particuliers, le servo linéaire aura du mal à contrôler la cavité.

La figure 3.22 montre la différence entre les événements pour lesquels le *lock* est perdu au bout de quelques secondes ou est impossible, et les événements pour lesquels le *lock* est plus robuste. Les *locks* robustes sont clairement caractérisés par une vitesse réelle de la cavité au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire inférieure à la vitesse seuil (rapport montré sur la figure ≥ 1) ; les *locks* plus "fragiles" montrent une distribution du rapport $v_{\text{seuil}}/v_{\text{cavité}}$ décalée vers des valeurs plus petites, et inférieures à la valeur de référence ($= 1$).

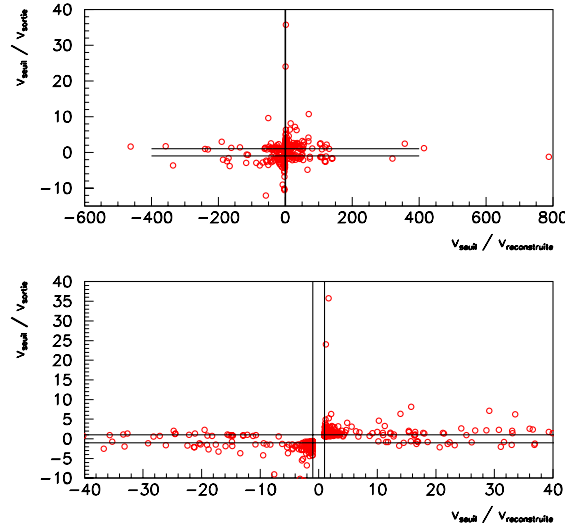


Figure 3.21: Rapport Vitesse Seuil/Vitesse Reconstruite en fonction du rapport Vitesse Seuil/Vitesse d'expansion de la cavité, au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire, lorsque la résonance est acquise (c'est-à-dire que la vitesse reconstruite est inférieure au seuil correspondant à une vitesse $\simeq 0.1 \mu\text{m.s}^{-1}$).

Enfin, la figure 3.23 montre le rapport Vitesse Seuil/Vitesse Reconstruite en fonction de l'intervalle de temps entre le début du *lock* de la cavité et la perte du *lock* (en s), pour un rapport $v_{\text{vraie}}/v_{\text{rec}}$ inférieur ou supérieur à 10. On peut voir que pour $v_{\text{vraie}}/v_{\text{rec}} \leq 10$, la dispersion sur le rapport $v_{\text{seuil}}/v_{\text{rec}}$ est plus grande et les intervalles de temps sont plus courts. Dans le cas où $v_{\text{vraie}}/v_{\text{rec}} \geq 10$, les intervalles de temps sont plus longs et le rapport $v_{\text{seuil}}/v_{\text{rec}}$ est plus petit.

3.3.5 Conclusions

Les performances des procédures d'analyse et d'action sont donc particulièrement mauvaises pour des vitesses faibles ainsi que pour des vitesses trop importantes. Dans les deux cas, les variations de la vitesse dans la zone linéaire ne sont pas négligeables, induisant une erreur importante dans la reconstruction de la vitesse, et donc dans le résultat de la procédure d'action. Dans ces cas-là, la cavité ne retransverse pas la résonance, ou la traverse à nouveau avec une vitesse trop importante pour que le système numérique fonctionnant à 5 kHz ait plus que les deux points nécessaires à l'estimation de la vitesse. Les temps d'acquisition attendus pour de telles situations seront donc plus importants. Ce qui n'était qu'un effet marginal dans le cas du CITE se révèle dramatique dans le cas du *Mode-Cleaner*, et c'est le résultat de l'effet conjugué de la haute finesse de la cavité et de la fréquence d'échantillonnage du système numérique.

Les cas de mauvaises estimations de la vitesse doivent donc être évités. Ceci pourrait être résolu en prenant en compte l'accélération de la cavité dans la zone linéaire qui était négligée jusqu'à présent ; il a cependant été remarqué que les variations de la vitesse pendant des temps courts n'étaient pas régulières, et que l'accélération n'est donc pas constante. Ces mauvaises estimations vont se manifester sous la forme d'excitation du banc suspendu, retardant l'acquisition de la résonance, mais aussi sous la forme d'un intervalle de temps non nul entre la mise en marche du servo et le *lock* proprement dit, ainsi que sous la forme d'une fraction non négligeable de *locks* perdus par le contrôle linéaire de la cavité. Nous allons voir dans les paragraphes qui suivent comment ces problèmes peuvent être résolus en partie.

3.4 Améliorations au principe de base

On peut améliorer les résultats obtenus avec les impulsions de deux manières différentes :

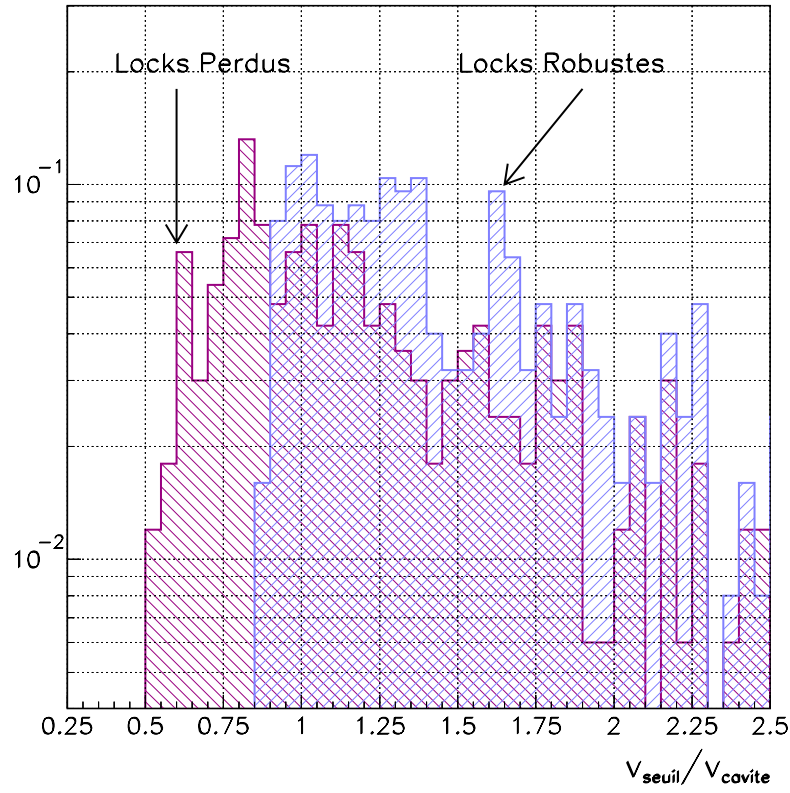


Figure 3.22: Distribution du Rapport Vitesse Seuil/Vitesse Réelle de la cavité, au moment de la mise en fonctionnement du servo linéaire, pour des événements pour lesquels le *lock* est perdu au bout de quelques secondes ou impossible, ou pour lesquels le *lock* est robuste.

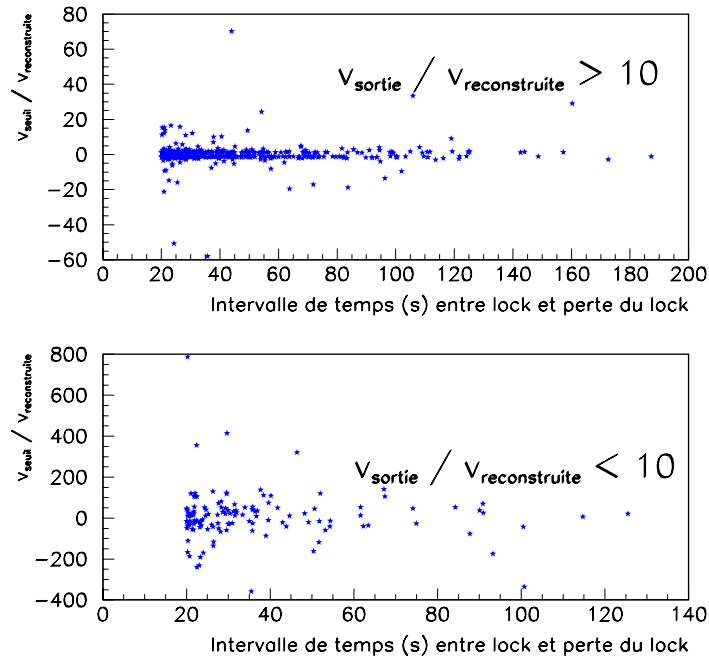


Figure 3.23: Rapport Vitesse Seuil/Vitesse Reconstituée en fonction de l'intervalle de temps entre le début du *lock* de la cavité et la perte du *lock* (en s), pour un rapport $v_{\text{vraie}}/v_{\text{rec}}$ inférieur ou supérieur 10.

- Modifier les caractéristiques des impulsions, et choisir celles qui donnent la solution la plus robuste et/ou la plus rapide
- Modifier les conditions de mise en route du servo linéaire, pour réduire le pourcentage de *locks* perdus (robustesse).

3.4.1 Modifications des paramètres des impulsions

En ce qui concerne les caractéristiques d'une impulsion, deux paramètres peuvent être modifiés : sa forme et sa durée.

Dans [280] on peut trouver des études comparatives de forme des impulsions de courant, comme expliqué au début de ce paragraphe. C'est une forme triangulaire d'impulsion qui donne les meilleurs résultats, et c'est donc cette solution que nous avons adopté pour nos simulations.

La durée de l'impulsion n'est pas critique : les impulsions les plus courtes donneront des acquisitions plus rapides, mais la force maximale qui sera nécessaire sera bien entendu plus forte. Or, l'application du courant est limitée par le gain en N/A des bobines des bancs considérés. Pour le CITF, on considère des forces maximales de l'ordre de 15 mN . Pour le *Mode-Cleaner*, il semblerait que les forces maximales applicables soient de l'ordre du N .

Dans le cas où la force appliquée au banc à un instant t est supérieure à une force maximale autorisée, on pourra compenser cette saturation par une durée plus longue de l'impulsion (voir la figure 3.24). Cette idée simple permet pourtant, dans le cas du CITF, de bien appliquer la force correspondant à la vitesse calculée, en évitant la saturation. Nous l'avons mise en oeuvre pour le *Mode-Cleaner*, même si l'hypothèse de saturation n'est pas très probable, sauf en cas d'excitation dangereuse du banc. Il faudra sans doute dans le cas particulier du *Mode-Cleaner* imposer un veto sur la force appliquée aux bobines, plutôt que de vouloir compenser la saturation. Seuls des tests poussés de la technique des impulsions sur le *Mode-Cleaner* pourront nous apprendre quelles sont réellement les forces maximales qu'il convient d'appliquer au banc.

Comme étudié dans [280], une forme triangulaire d'impulsion donne de meilleurs résultats en ce qui concerne les temps moyens d'acquisition de la résonance. Mais l'amplitude maximale A de l'impulsion est double de celle appliquée dans le cas d'une impulsion rectangulaire. Il peut alors arriver que cette amplitude convertie en tension ou courant soit supérieure au niveau de saturation des DAC. On peut écrire :

$$F(t) = A \left(1 - \frac{t}{\Delta t} \right) \quad (3.12)$$

La force totale à appliquée devient alors :

$$\frac{A\Delta t}{2} = -m(1 + \epsilon)v_{\text{rec}} \quad (3.13)$$

Si la valeur de A calculée par la procédure d'analyse dépasse le niveau de saturation, la valeur de Δt peut être augmentée pour abaisser l'amplitude maximale de l'amplitude. En désignant par F_{max} la force maximale que l'on peut appliquer, et par Δt_0 la durée initiale de l'impulsion, la durée de l'impulsion à appliquer doit être (voir la figure ??) :

$$\Delta t = \left(\frac{A}{F_{\text{max}}} \right) \Delta t_0 \quad (3.14)$$

et la force devient :

$$F(t) = F_{\text{max}} \left(1 - \frac{t}{\Delta t} \right) \quad (3.15)$$

Pour $A = F_{\text{max}}$, la variation de vitesse est d'après (3.13) :

$$|\delta v| = \frac{F_{\text{max}}\Delta t_0}{2m(1 + \epsilon)}$$

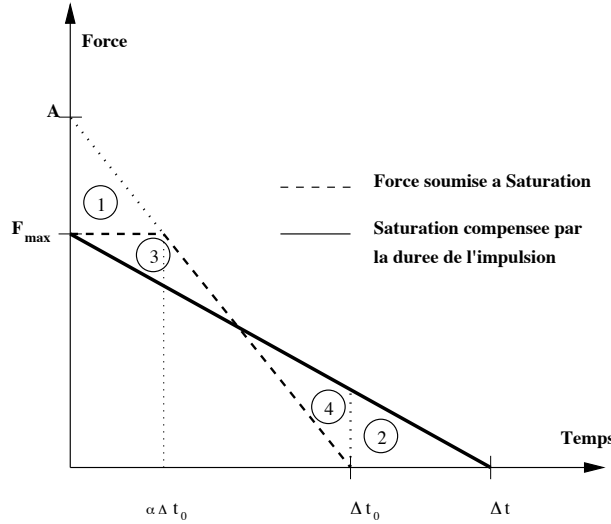


Figure 3.24: Amplitude de la force appliquée en fonction du temps : compensation de la saturation de l'amplitude de l'impulsion par une durée plus longue.

soit encore, avec pour une impulsion avec $\Delta t_0 = 10$ ms, $\epsilon = 1/2$, et un banc de masse $m = 40$ kg :

$$|\delta v| = \left(\frac{F_{\max}}{4 \text{ N}} \right) \left(\frac{40 \text{ kg}}{m} \right) 333 \text{ } \mu\text{m/s} \quad (3.16)$$

On voit donc que la variation de vitesse pour une force maximale de 4N est énorme. En supposant que la durée de l'impulsion est Δt_0 et qu'aucune saturation n'est compensée, notons $\alpha = 1 - F_{\max}/A$. Alors la forme initiale de l'impulsion peut s'écrire :

$$F_0(t) = \begin{cases} F_{\max} & \text{si } \frac{t}{\Delta t_0} < \alpha \\ A \left(1 - \frac{t}{\Delta t_0} \right) & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.17)$$

En remarquant que $\int_0^{\Delta t_0} F(t) dt = \int_0^{\Delta t_0} F_{\text{old}}(t) dt$ et que $\int_{\Delta t_0}^{\Delta t} F(t) dt = \frac{(\Gamma - F_{\max})(\alpha \Delta t_0)}{2}$ (égalité des aires des triangles (3 et 4) et (1 et 2) sur la figure 3.24), on peut écrire que la fraction de force appliquée dans l'intervalle de temps $[\Delta t_0, \Delta t]$ est :

$$\frac{\int_{\Delta t_0}^{\Delta t} F(t) dt}{\int_0^{\Delta t} F(t) dt} = \alpha^2 \quad (3.18)$$

qui peut devenir non négligeable dans le cas de vitesses initiales importantes.

On peut se demander quelle est la différence entre une impulsion dont la saturation n'a pas été compensée avec une impulsion dont la forme en tient compte, en terme de puissance dissipée dans les bobines. Cette puissance est proportionnelle à l'intensité du courant qui traverse les bobines et donc au carré de la force appliquée et calculée par l'algorithme. Pour comparer cette différence pour les formes d'impulsions, on peut calculer le rapport :

$$\frac{\int_0^{\Delta t_0} [F_0(t)]^2 dt}{\int_0^{\Delta t} [F(t)]^2 dt} = 1 + \alpha - 2\alpha^2 \quad (3.19)$$

Ce rapport est donc plus grand que 1 pour $\alpha \in [0; 1/2]$, et le maximum est atteint pour $\alpha = 1 - F_{\max}/A = 1/4$. Une durée variable de l'impulsion diminue donc la puissance dissipée dans les bobines. On remarquera qu'une telle variation de vitesse (correspondant à $\simeq 2 \times 300 \text{ } \mu\text{m.s}^{-1}$) est fortement improbable. Cependant, il faudra vérifier que les niveaux de saturation correspondent bien à un courant de 3 A, avec un rapport N/A pour les bobines de l'ordre de 1.4.

3.4.2 Amélioration de l'algorithme

Les améliorations sur la forme de l'impulsion et sur la compensation d'une saturation éventuelle que nous venons de commenter permettent de réduire le temps de mise en fonctionnement du servo linéaire. Mais il peut arriver que le servo échoue dans le maintien de la cavité à la résonance, et c'est le cas plus particulièrement pour une fréquence d'échantillonnage $f_s = 5$ kHz.

Ainsi, dans 7 % des événements pour lesquels la vitesse seuil était atteinte, le servo n'arrive pas à fermer la boucle et à conserver le système à résonance. En outre, dans 12 % des cas, le *lock* est perdu au bout de quelques secondes, ce qui signifie que la vitesse du banc était trop importante pour que le servo fonctionne correctement.

En cas d'échec, le servo continue à vouloir asservir le miroir à résonance en dépit d'une vitesse trop grande, ce qui résulte en une excitation du miroir, retardant encore la possibilité d'une acquisition rapide. Pour prévenir de telles situations, deux actions sont envisageables.

Réduction graduelle de la vitesse de la cavité

On peut exiger, avant la mise en route du servo linéaire, que la vitesse reconstruite soit inférieure à $\eta \times v_{seuil}$, pour $n_\eta \sim 1-2$ passages à la résonance de suite (avec $\eta \simeq 2-4$), puis que $v_{rec} \leq v_{seuil}$ au passage suivant (ou pendant aussi un certain nombre de passages à la résonance consécutifs). On sera de cette manière sûr que la vitesse d'expansion de la cavité a bien été amortie, augmentant donc les chances pour le servo de maintenir la cavité à la résonance. D'un autre côté, les temps d'acquisition seront plus longs.

Réduction de la fenêtre d'analyse

Une modification supplémentaire permet d'obtenir un contrôle plus robuste. La vitesse de la cavité est généralement estimée **à la sortie** de la zone linéaire. Dans le cas où elle est inférieure à la valeur seuil fixée, le servo linéaire est actionné **en dehors** de la zone linéaire, pour laquelle il a été conçu, ce qui n'est sans doute pas gênant dans le cas d'un bruit sismique faible, d'une basse finesse ou d'une haute fréquence d'échantillonnage. On peut remédier à cela en exigeant, une fois que la vitesse reconstruite est $v_{rec} \leq \eta \times v_{seuil}$, un nombre maximal de points pour la reconstruction de la vitesse à la traversée suivante de la résonance. Ceci assurera que le lorsque la condition d'activation du servo sera vérifiée, la cavité se trouvera encore dans la zone linéaire d'action du filtre.

Dans le tableau 3.4, on peut trouver les résultats de telles améliorations dans le cas $f_s = 5$ kHz. On exige ainsi pour n_η passages à la résonance consécutifs une vitesse $v_{rec} \leq 2 \times v_{seuil}$ puis, pour un troisième passage, la vitesse est calculée sur deux points uniquement, ce qui assure que le servo sera activé dans la zone linéaire du signal d'erreur, si $v_{rec} \leq v_{seuil}$. Peu de points pour estimer la vitesse dans la zone linéaire permet d'être moins sensible à l'accélération de la cavité dans cette zone. Dans la partie supérieure du tableau, on exige un seul passage à la résonance pour lequel $v_{rec} \leq 2 \times v_{seuil}$, suivi d'un deuxième passage pour lequel $v_{rec} \leq v_{seuil}$, avec pour ce dernier passage une vitesse reconstruite avec deux points. Dans la partie inférieure, on exige $n = 2$ passages consécutifs à la résonance avec $v_{rec} \leq 2 \times v_{seuil}$ (et toujours pour le 3^{ième} une estimation sur deux points).

On remarque donc que dans le premier cas, le temps d'acquisition est augmenté de 8 % par rapport à la configuration basique des impulsions (temps moyen $\bar{T} \sim 49$ s), et un intervalle de temps entre l'acquisition et le contrôle effectif du servo réduit de moitié. Sur un temps de 3 minutes, la vitesse seuil avec cette configuration n'est pas atteinte dans presque 10 % des cas. De tel échecs sont en grande partie dus au fait que pour des vitesses faibles, la procédure d'action peut échouer, renvoyant le miroir avec une trop forte vitesse, ou une vitesse de même signe. Dans ces cas-là, la prochaine traversée de la résonance est retardée, et peut se faire avec une vitesse trop grande pour que le système voit plus de deux points autour de la résonance, ce qui empêche le calcul de la vitesse et l'application d'une impulsion.

On remarque aussi qu'une fois que le servo est mis en action, le *lock* réussit dans 99.1 % des cas étudiés. D'autre part, la fraction de *locks* perdus est divisée par deux par rapport à la configuration de base.

Dans le second cas (réduction graduelle avec $n_\eta = 3$), le temps d'acquisition augmente de 20 % par rapport à la configuration de base, mais le temps entre l'acquisition et le *lock* diminue en dessous de 3 secondes. D'autre part, la fraction de *locks* perdus est encore divisée par deux, et le servo réussit à conserver la résonance dans 99.9 % des simulations. Cependant, on notera qu'en

n_η	Caractéristiques	Résultats
1	T (s)	49.2
	Dispersion (s)	20
	$T_{acq} - T_{lock}$ (s)	3
	Nombre d'impulsions	12
	Force Totale (N)	1.5
	Force Maximale appliquée (mN)	10.
	Vitesse maximale pendant le contrôle du servo ($\mu\text{m.s}^{-1}$)	0.55
	% de non-acquisition (sur 3 minutes)	9.7 %
	% de non-lock (sur 3 minutes)	0.9 %
2	% de locks perdus	6 %
	T (s)	54.
	Dispersion (s)	20
	$T_{acq} - T_{lock}$ (ms)	2.7
	Nombre d'impulsions	18
	Force Totale (N)	2.1
	Force Maximale appliquée (mN)	10.4
	Vitesse maximale pendant le contrôle du servo ($\mu\text{m.s}^{-1}$)	0.55
	% de non-acquisition (sur 3 minutes)	25 %
	% de non-lock (sur 3 minutes)	$\lesssim 0.1$ %
	% de locks perdus	2.5 %

Tableau 3.4: Résumé des paramètres d'acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz), et réduction graduelle de la vitesse du miroir. On exige ainsi pour $n_\eta = 1$ ou 2 passages à la résonance consécutifs une vitesse $v_{rec} \leq 2 \times v_{seuil}$ puis, pour un dernier passage, la vitesse est calculée sur deux points uniquement, ce qui assure que le servo sera activé dans la zone linéaire du signal d'erreur, si $v_{rec} \leq v_{seuil}$.

raison d'un temps d'acquisition plus long, l'acquisition est impossible en moins de 3 minutes dans 25 % des réalisations.

Dans ces cas bien précis où l'acquisition semble impossible au bout d'un temps de l'ordre de la minute, la solution naturelle est d'arrêter l'application de toute impulsion, pour laisser au système le temps de se relaxer, avant de recommencer à nouveau une phase d'acquisition.

Élimination des vitesses mal reconstruites

Le servo, on l'a vu, est activé pour des vitesses reconstruites faibles. Cependant, dans le cas où la cavité entre dans la zone linéaire mais en ressort du même côté à cause du bruit sismique (la vitesse change donc de signe), la vitesse reconstruite sera artificiellement très proche de zéro. La situation est la même lorsque l'accélération de la cavité est constante et que la vitesse de la cavité est proche de zéro autour de la résonance. Dans les deux cas, le résultat de la procédure d'analyse sera une vitesse proche de zéro, alors qu'en réalité, la cavité possède une vitesse non négligeable, ce qui empêchera le servo linéaire de pouvoir la conserver à résonance. Pour éviter une telle configuration, on peut donc exiger par exemple une vitesse reconstruite supérieure à $v_{seuil}/1000$ pour activer le servo.

En pratique, cette configuration n'est réalisée que dans 0.3 % des acquisitions. C'est donc une condition supplémentaire qui permet de prévenir toute sous-estimation dangereuse de la vitesse, mais qui est en fait accessoire. Cependant, le comportement réel de la cavité est plus complexe, et cette sécurité pourra être implémentée pour le *Mode-Cleaner*.

3.4.3 Application des impulsions

Dans le paragraphe 3.3.1, nous avons déjà abordé le problème de savoir si l'impulsion devait être ou non encore appliquée dans le cas où la cavité retransverse la résonance pendant l'application de la force. Les résultats qui précèdent ont été obtenus en autorisant cette situation. Le problème se pose ici puisque l'on a vu que la fraction de *locks* perdus au bout de quelques secondes n'était pas

négligeables, et est très probablement due à une mauvaise estimation de la vitesse de la cavité. Or, il paraît évident que l'erreur sur la reconstruction sera plus important si une force communique une accélération à la cavité alors que l'algorithme estime la vitesse. D'autre part, autoriser l'application de cette force accélère la traversée de la résonance, et diminue le nombre de points utilisés pour la régression linéaire.

Nous avons donc repris les simulations de la méthode des impulsions dans leur configuration minimale. Le servo est mis en fonctionnement la première fois que la vitesse est estimée comme étant inférieure au seuil, en dehors de la zone linéaire. Les résultats essentiels sont reportés dans le tableau 3.5. On remarque que le temps d'acquisition est diminué de 3 s, et donc varie peu, tout comme la fraction de non-acquisition sur un temps de 3 minutes ($\sim 5\%$, comme dans la configuration minimale). En revanche, la fraction de non-locks passe de $\simeq 7\%$ à moins de 1% , et la fraction de locks perdus sur un temps de quelques secondes passe de 12 à 9% .

T (s)	42
$T_{acq} - T_{lock}$ (s)	5
% de non-lock (sur 1 minute)	$\lesssim 1\%$
% de locks perdus (sur un temps $\lesssim 1$ s)	$\sim 9\%$

Tableau 3.5: Résumé des paramètres d'acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz), dans une situation où la force appliquée est mise à zéro lors de la traversée d'une résonance.

En prenant en compte les résultats obtenus avec une réduction graduelle de la vitesse et une réduction de la fenêtre d'analyse pour le dernier passage à la résonance, on peut en conclure qu'interdire l'application de la force pendant une traversée de résonance permettra de diminuer les temps d'acquisitions dans le cas de telles améliorations, de diminuer la fraction de non-acquisition, tout en conservant une fraction de non-lock et de locks perdus à un niveau négligeable.

3.5 Des simulations plus réalistes

Dans les simulations qui précèdent, nous avons supposé que la forme de l'impulsion n'était pas modifiée par la chaîne électronique entre la sortie des DAC et les bobines. Chaque amplificateur de courant des bobines est en fait un circuit L-R qui se comporte comme un filtre passe-bas de fréquence autour de 10 Hz dans le cas du *Mode-Cleaner*. Ce filtre va évidemment changer les caractéristiques de la force appliquée au banc au cours du temps, et modifier par la même les performances que nous venons de décrire.

Tout d'abord, les amplificateurs convertissent le courant en force, avec un courant maximal de l'ordre de 3 A. La tension maximale est de l'ordre de 20 V (sans tenir compte de la dynamique des DAC), et des forces de l'ordre de 4 N peuvent être appliquées. Le courant est ensuite envoyé aux bobines qui agissent comme un filtre passe-bas ($f_{bobine} = 10$ Hz), de fonction de transfert :

$$H(\text{bobine}) = \frac{\omega_{bobine}}{\omega_{bobine} + s} \quad (3.20)$$

avec $\omega_{bobine} = 2\pi \times f_{bobine} \simeq 63 \text{ rad.s}^{-1}$. La résistance du circuit est comprise entre 6 et 7 Ω . L'inductance peut en outre être calculée : $L_{bobine} = R_{bobine}/\omega_{bobine} \simeq 1.0 \times 10^{-1} \text{ H}$.

La présence des bobines va donc modifier la forme des impulsions calculées par l'algorithme. On peut voir sur la figure 3.25 la modification de sa forme en fonction du temps. On peut remarquer que le maximum du courant envoyé aux bobines n'est plus maximum pour $t = 0$ mais pour $t \simeq \Delta t/2$ où Δt est la durée de l'impulsion. D'autre part, le maximum de l'amplitude est divisé par un facteur 2, et environ le tiers de la force est appliqué après $t = \Delta t$, c'est-à-dire la fin de l'impulsion de courant qui était prévue initialement. En outre, la durée de l'impulsion résultante est multipliée par 2.

Il est clair que la procédure d'action sera moins efficace, d'autant plus si on a choisi d'arrêter l'application de l'impulsion dans le cas où une résonance est traversée à nouveau avant la fin de l'impulsion. La fraction de force qui n'a pas encore été communiquée au banc en sera fortement diminuée. La vitesse relative de la cavité sera diminuée moins rapidement que prévue. Les temps

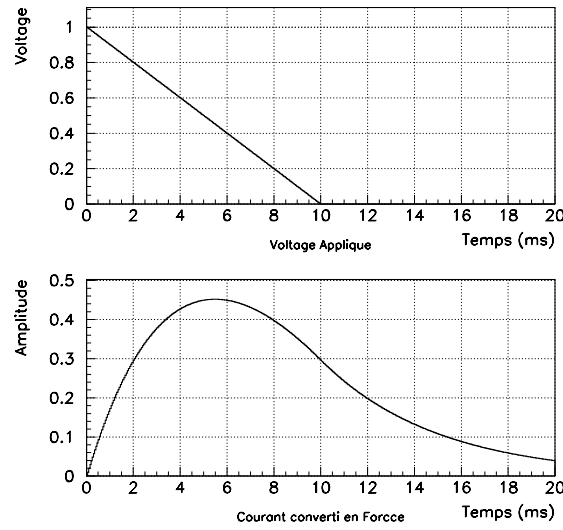


Figure 3.25: Effet des bobines sur une impulsion de forme triangulaire.

d'acquisition attendus dans le cas de la prise en compte de l'effet des bobines seront donc plus grands que dans les résultats présentés dans les paragraphes précédents.

En outre, la “queue” de l'impulsion visible sur la figure 3.25 peut être particulièrement gênante dans le cas où on autorise l'application d'une impulsion alors que la précédente n'est pas terminée. L'effet peut même devenir dramatique si des compensations entre ces différentes impulsions interviennent, ce qui sera sans aucun doute le cas lors de la phase de pré-acquisition, *i.e.* lorsque la cavité va traverser de plus en plus souvent la résonance, sa vitesse relative ayant été amortie par l'application des forces successives. Ce problème est en fait partiellement résolu, puisque l'on a pu voir qu'il était pour le *Mode-Cleaner* souhaitable d'interrompre les impulsions à chaque traversée de résonance. Expérimentalement, une telle annulation est impossible. Annuler la force appliquée aux bobines lors de la traversée d'une résonance dans le cas du *Mode-Cleaner* signifie en fait compenser le courant résiduel traversant les bobines par un courant de signe opposé, dont l'amplitude tiendra compte de l'impulsion envoyée lors de la traversée de la résonance précédente.

3.5.1 Résultats à $f_s = 5$ kHz

Les impulsions sont donc maintenant modifiées par l'effet de filtrage passe-bas des bobines. En revanche, le servo linéaire n'est pas modifié : le système de contrôle étant numérique, on pourra toujours incorporer un zéro à la fréquence caractéristique des bobines pour compenser cet effet. Les résultats obtenus pour les impulsions non compensées sont résumés dans le tableau 3.6.

T (s)	$\simeq 200$
$T_{lock} - T_{acq}$ (s)	5
Nombre d'impulsions	20
Force totale (N)	4
% de non-acquisition (sur 10 minutes)	50 %
% de <i>locks perdu</i> (sur un temps $\lesssim 1$ s)	~ 10 %

Tableau 3.6: Résumé des paramètres d'acquisition de la résonance avec la technique des impulsions ($\mathcal{F} = 1000$, $f_s = 5$ kHz), pour des simulations où on a tenu compte de l'effet de filtrage passe-bas induit par les bobines.

L'effet des bobines dans le cas du *Mode-Cleaner* est donc dramatique : le temps d'acquisition est multiplié par un facteur 3 en moyenne, et l'acquisition n'est pas possible sur un temps de simulations de 10 minutes dans plus de 50 % des événements. La force totale appliquée est de

l'ordre de 4 N, pour un nombre d'impulsions moyen plus important (20 au lieu de ~ 10 sans la prise en compte des bobines). Les autres paramètres, en particulier l'intervalle de temps entre l'acquisition et le *lock* proprement dit ainsi que la fraction de *locks* perdus au bout de quelques secondes, ne sont pratiquement pas changés par la prise en compte des bobines. La raison en est double. Tout d'abord, le servo linéaire lui n'est pas perturbé par l'effet des bobines. Ensuite, en dépit de la présence des bobines, l'amortissement, quand il peut avoir lieu dans de bonnes conditions, fonctionne, et l'estimation de la vitesse n'est pas perturbée par la présence des bobines. L'amortissement est donc efficace, mais il est plus long, comme on pouvait s'y attendre. De tels temps d'acquisition nous amènent à penser qu'une compensation de l'effet des bobines est indispensable pour le *Mode-Cleaner*. On peut ici tirer partie de la nature numérique du système de contrôle du *Mode-Cleaner* pour compenser cet effet, comme on peut le faire dans le cas du servo linéaire.

3.5.2 Compensation

On peut trouver dans [280] une étude sur les résultats obtenus pour le CITF pour la compensation de l'effet des bobines que nous venons de décrire. Pour ce faire, on peut soit changer les caractéristiques de l'impulsion (la durée essentiellement), soit ajouter un compensateur électronique ou numérique juste avant les bobines.

Le problème est que le filtre passe-bas que représentent les bobines élimine les composantes à haute fréquence du signal envoyé aux bobines. On peut donc augmenter la durée de l'impulsion de manière à en diminuer l'amplitude et donc les fréquences caractéristiques. En fait, il a été observé que la durée de l'impulsion doit être augmentée d'un facteur 10 en moyenne pour que la forme de l'impulsion ne soit pas significativement modifiée. Les temps d'acquisition moyens seront donc en première approximation multipliés par le même facteur.

Une autre solution est d'ajouter un filtre dont la fonction de transfert possède un zéro autour de 10 Hz pour compenser le pôle représenté par le filtre passe-bas des bobines. En fait, pour le CITF, il s'avère que c'est la prise en compte des deux solutions qui donnent les meilleurs résultats. Les améliorations présentées dans [280] permettent de ramener les résultats obtenus en prenant en compte l'effet des bobines au niveau de ceux obtenus dans le cas "idéal" (*i.e.* sans prise en compte des bobines). Dans ce cas-là, l'impulsion est toujours triangulaire, mais de la forme :

$$F_\alpha(t) = \begin{cases} F_0 \left(\frac{t}{\alpha\Delta t} \right) & \text{pour } 0 \leq t \leq \alpha\Delta t \\ F_0 \left(1 - \frac{t - \alpha\Delta t}{(1-\alpha)\Delta t} \right) & \text{pour } \alpha\Delta t \leq t \leq \Delta t \end{cases} \quad (3.21)$$

avec $\alpha \in [0, 1]$. Les impulsions triangulaires précédemment choisies correspondaient au choix $\alpha = 0$. Avec $\alpha = 0.25$, on obtient ainsi les deux tiers de la force appliqués dans la première moitié de la durée totale de l'impulsion et le système est donc bien amorti, tout en restant à proximité de la résonance. On peut voir la forme de cette impulsion comparée à la précédente sur la figure 3.26. Avec une telle forme d'impulsion, les temps d'acquisition de la résonance dans le cas du *Mode-Cleaner* devrait donc être logiquement de l'ordre de 45 s.

Il est à noter que ces études sur la compensation de l'effet des bobines n'ont pour le moment pas été implémentées dans le serveur prenant en charge l'acquisition et le contrôle de la résonance du *Mode-Cleaner* de VIRGO, qui fait l'objet du paragraphe 3.7

3.5.3 Une conclusion sur les simulations

Cette étude sur la méthode des impulsions dans le cadre particulier du *Mode-Cleaner* ne se voulait pas exhaustive. Elle visait essentiellement à confirmer que, comme observé expérimentalement sur le prototype du *Mode-Cleaner* étudié à Orsay, un *lock* analogique pour une cavité de haute finesse est long à obtenir. C'est aussi le cas pour un système de fréquence d'échantillonnage $f_s = 10$ kHz, et *a fortiori* pour $f_s = 5$ kHz. Dans ce cas-là, l'utilisation d'un servo seul ne garantit pas l'acquisition de la résonance en des temps inférieurs à la minute. La technique des impulsions en revanche permet d'obtenir le *lock* de la cavité en un temps de l'ordre de 45 secondes, ou plus, si l'on souhaite réduire la fraction de *locks* perdus au bout de quelques secondes. Dans la configuration choisie pour VIRGO, il est clair que l'acquisition du point de fonctionnement de la cavité est essentiellement limitée par le nombre peu élevé de points autour de la résonance pris en compte par le système numérique.

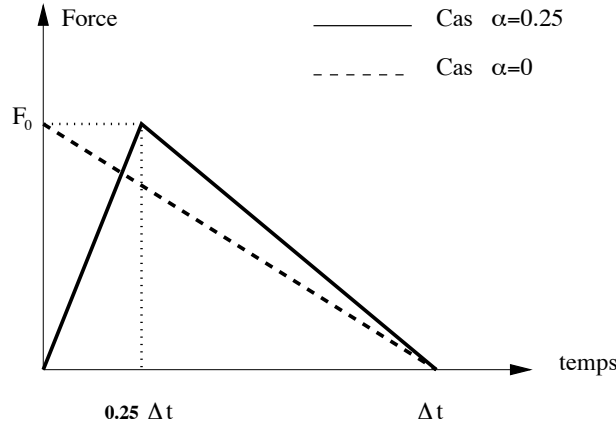


Figure 3.26: Forme de l'impulsion, compensant l'effet des bobines [280].

Il reste cependant un certain nombre de questions en suspens. Le *lock* est possible en haute finesse pour un système analogique ou numérique pour un servo utilisé **sans trigger** sur la puissance transmise. On retrouve là l'effet conjugué des vitesses résiduelles importantes qui font que le nombre de points à la résonance est faible, de la fréquence d'échantillonnage, et de la contribution non négligeable du signal d'erreur hors résonance. Il reste à comprendre et à caractériser la nature exacte de cette contribution, et l'influence des effets non-linéaires hors de la résonance. Des études doivent en outre être menées pour comprendre la relation entre le temps de passage à la résonance, et les autres temps caractéristiques de la cavité et de son contrôle : temps de stockage, temps de réponse du système d'asservissement, et pouvoir définir plus clairement la vitesse seuil autorisée pour le servo linéaire.

3.6 Applications au *Mode-Cleaner* : Implémentation

Au vu des résultats obtenus en simulation, on est légitimement amené à penser qu'appliquer la méthode des impulsions au *Mode-Cleaner* peut avoir trois avantages principaux :

- Réduire les temps de perte de la résonance en cas de perturbations extérieures, et les temps d'acquisition de la résonance en général,
- Réduire les risques d'excitation de la masse en cas de mise en fonctionnement du servo alors que la vitesse d'expansion est trop importante,
- Servir de cavité test pour l'application des impulsions au CITF, puis à VIRGO.

La méthode des impulsions a donc été implémentée dans un serveur dont l'architecture de base est celle d'un serveur déjà existant, ABP (pour AutoBeamPositionning) contrôlant l'écriture dans les DACs pour l'alignement et l'asservissement linéaire de la cavité.

3.6.1 Le client

Le client permet à l'utilisateur de définir les paramètres de l'algorithme d'acquisition de la résonance (voir la figure 3.27) :

- Présence ou non d'un seuil sur la puissance transmise, obligatoire pour l'application de la technique des impulsions, mais inutile si l'on désire acquérir le point de fonctionnement avec un servo seul,
- Valeur du seuil éventuel et fréquence d'échantillonnage du serveur,
- Dans le cas du choix de la méthode des impulsions, les paramètres à définir sont :
 - la valeur de la quantité $K = M_{miroir} \times (1 + \epsilon)$,
 - la durée d'une impulsion (en ms),

- la forme (rectangulaire/triangulaire) des impulsions,
 - la pente théorique du signal de Pound-Drever en $V/\mu\text{m}$ (voir chapitre suivant),
 - la vitesse seuil pour application du servo linéaire (en $\mu\text{m/s}$),
 - le nombre de points utilisés pour la reconstruction de la vitesse de la cavité.
- On peut aussi décider d’une réduction graduelle de la vitesse : on peut donc exiger n_η vitesses reconstruites inférieures à $\eta \times v_{\text{seuil}}$ puis n_{seuil} vitesses $\leq v_{\text{seuil}}$,
 - La compensation de la saturation des bobines peut être aussi choisie, auquel cas il faut donner la valeur de la tension maximale que l’on peut appliquer.

Lorsque tous les paramètres utiles ont été définis, un bouton permet de les envoyer au serveur. Les coefficients du servo linéaire peuvent aussi être définis, sous forme de paires pôles-zéros (fréquence et facteur de qualité).

Figure 3.27: La partie utilisateur du client contrôlant le *lock* du *Mode-Cleaner* de VIRGO.

3.6.2 Le serveur

Les paramètres de l’algorithme sont envoyés au serveur par messages Cm (outil de communication entre applications [281]). Lors de la mise en route de la boucle d’acquisition de la résonance, un *thread* (processus en fonctionnant en parallèle avec d’autres) est mis en fonctionnement. Suivant le mode choisi (impulsions ou servo + seuil ou servo seul), des corrections sont envoyées aux DACs des bobines contrôlant la masse dans la direction z .

3.7 Tests effectués *in situ*

Avant de tester cette méthode et cette architecture client-serveur pour asservir le *Mode-Cleaner*, elles ont été testées sur le site avec de faux signaux, pour vérifier leur fonctionnement tant au niveau de la robustesse que de la vitesse de l’algorithme. Un signal rectangulaire simulant la puissance transmise de la cavité a donc été envoyé dans les ADCs qui sont lus par le serveur LockMC, tandis que le signal d’erreur ou de Pound-Drever a été simulé par une rampe de tension : la valeur de

la puissance ainsi que la pente du signal d'erreur et donc la vitesse d'expansion de la cavité était donc à chaque instant connues. Le servo utilisé était simplement un filtre unité appliqué au signal d'erreur.

Nous avons vérifié que la vitesse reconstruite était bien celle attendue, la pente théorique étant donnée par la rampe de tension. Quelques remarques doivent ici être faites (voir la figure 3.28) :

- 1/ Si le signal rectangulaire est de même durée que la rampe de tension et que les deux signaux sont parfaitement en phase, la reconstruction de la vitesse (la pente de la rampe) est effectuée sans erreur,
- 2/ Si le signal simulant la puissance transmise est maximum autour du point d'inflexion, la vitesse reconstruite est quasiment nulle : la cavité simulée "rebrousse" chemin et sa vitesse change de signe,
- 3/ Si le signal de Puissance est maximum sur une période et demie du signal d'erreur, la vitesse reconstruite a le bon signe, mais l'erreur sur sa valeur exacte est de l'ordre de 50 %.

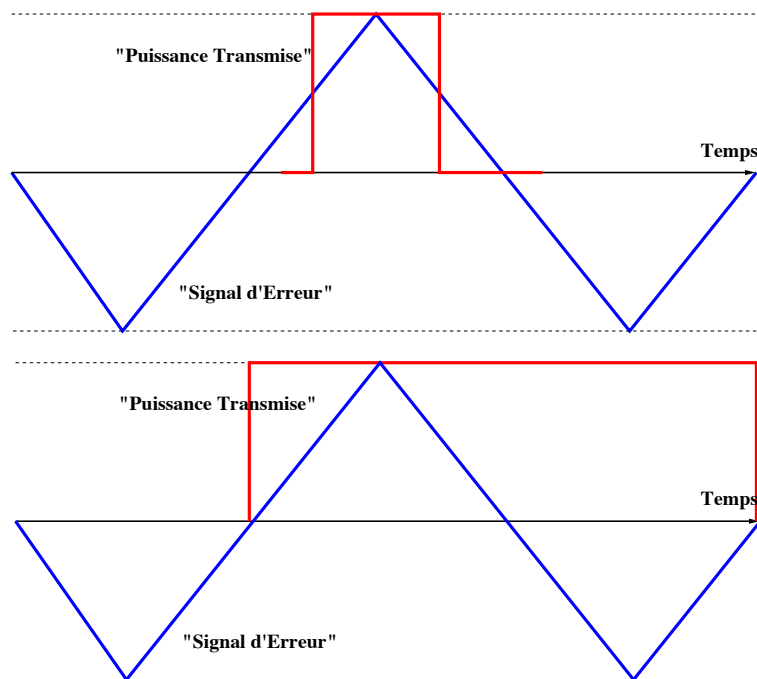


Figure 3.28: Configurations 2/ et 3/ décrites précédemment. Dans le premier cas, où la vitesse est estimée alors que la pente du signal d'erreur change de signe, la vitesse reconstruite est nulle. Dans le second cas, la vitesse reconstruite a le bon signe mais l'erreur est de l'ordre de 50 %.

On voit donc que le seuil sur la puissance transmise devra donc être choisi avec précaution, et de telle sorte que la zone linéaire dans son intégralité soit comprise dans la zone prise en compte par le *trigger* sur la puissance transmise. Si d'autre part, le signal d'erreur est simulé par une rampe de tension entre +5 V et -5V, puis par une valeur nulle pendant un temps équivalent (plus proche de la forme réelle du signal d'erreur), on peut observer les points suivants lors de l'estimation de la vitesse (voir la figure 3.29) :

- 1/ Si la zone prise en compte par le *trigger* sur la transmission dépasse la zone linéaire, l'erreur sur la reconstruction peut atteindre 68 % de la valeur réelle (avec le bon signe),
- 2/ Si, dans la zone linéaire, le signal est rectangulaire (à +5V) au début, puis nul (ou -5V) , puis +5V à nouveau juste avant la fin de la zone linéaire, l'erreur sur la vitesse est de l'ordre de 45 %, avec un signe faux : le signal de correction envoyé aura donc le mauvais signe,
- 3/ Si le début de la fenêtre dans laquelle $P = 5V$ est décalée d'un temps ΔT , et dure ensuite jusqu'à la fin du temps où le signal d'erreur est nul, l'erreur sur la vitesse de l'ordre de 90 % s'accompagne d'une mauvaise estimation du signe de la vitesse.

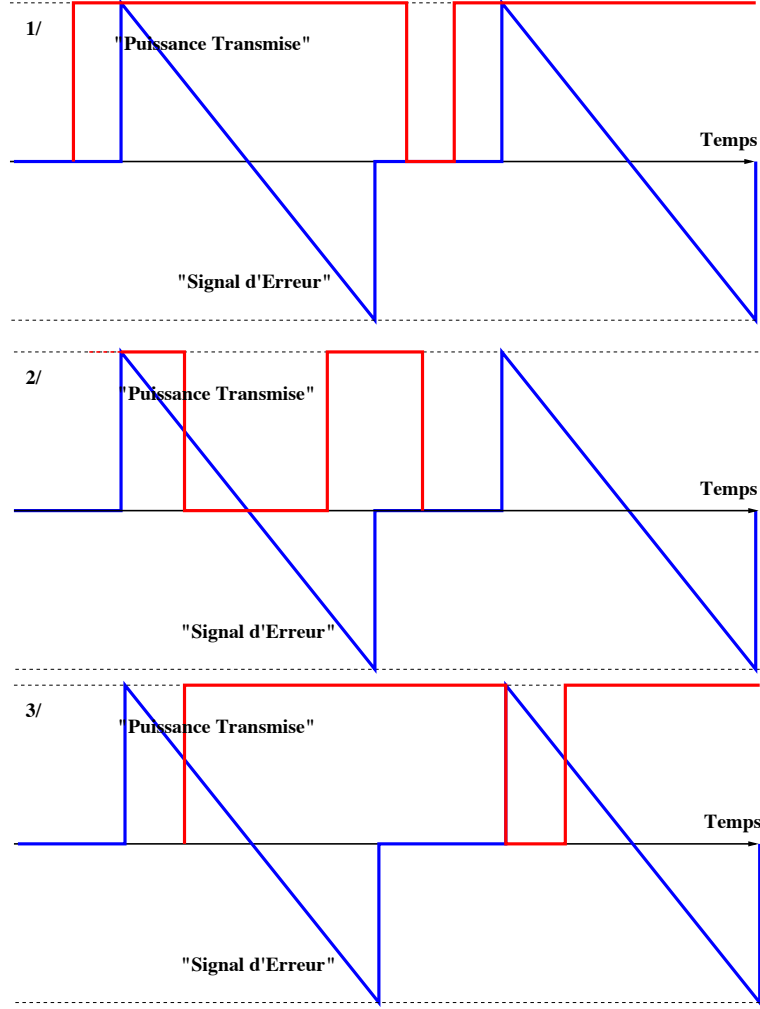


Figure 3.29: Configurations 1/, 2/ et 3/ décrites précédemment, avec un signal d'erreur plus réaliste. Dans le premier cas, l'erreur est de l'ordre de 68%, 45 % dans le deuxième cas (avec un signe faux), et 90 % (avec un signe faux) dans le dernier cas.

Dans tous les cas, ce que l'on peut en conclure, c'est que le seuil sur la puissance transmise doit être choisi avec soin, de manière à pouvoir prendre en compte dans sa totalité la zone linéaire du signal d'erreur ; d'autre part, le fait de prendre en compte lors de l'estimation de la vitesse de la cavité une fraction non-nulle de la zone linéaire du signal d'erreur peut causer de grandes erreurs sur cette estimation, jusqu'à des erreurs de signes dans la valeur de la vitesse. Dans ce cas-là, le signal appliqué aux bobines sera du même signe que celui de la vitesse de la cavité et celle-ci sera excitée au lieu d'être calmée par les impulsions.

L'amplitude A de l'impulsion (en V) donnée par :

$$A = \frac{\text{Force}(N) \times \text{Dyn}_{ADC} \times R_{\text{bobines}}(\Omega)}{G_{\text{drivers}} \times n_{\text{bobines}}} \times K^{-1}(A/N) \quad (3.22)$$

a en outre été vérifiée, avec Dyn_{ADC} l'atténuateur dynamique devant les ADC ($\simeq 3.3$), R_{bobines} la résistance des bobines ($\simeq 7 \Omega$), $n_{\text{bobines}} = 2$ le nombre de bobines contrôlant l'axe z , G_{drivers} le gain des amplificateurs des bobines ($\simeq 10$) et K le facteur traduisant en N/A la puissance des bobines.

3.7.1 Fonctions de base

Nous avons pu vérifier les fonctions de base du serveur et du client : la forme et la durée des impulsions appliquées, la fonction de *trigger* offerte par le client, la fonction de compensation de

la saturation du signal envoyé aux bobines, et des transitions lors du fonctionnement du serveur, tel que le changement de la forme des impulsions en cours de fonctionnement, ainsi que la mise en route du servo linéaire lorsque la condition d'acquisition de la résonance, définie par l'utilisateur au moyen du client, était réalisée.

Forme et durée des impulsions, seuil sur la puissance transmise

La figure suivante montre un exemple d'impulsions obtenues. La durée des impulsions est évidente à vérifier, puisque l'intégrale de la force appliquée à chaque pas de temps est obtenue à partir de l'équation (3.22) et de l'amplitude de l'impulsion (voir les figures 3.30, 3.31 et 3.32).

Sur la figure 3.30, on peut voir l'effet du *trigger* sur la correction envoyée. Le signal d'erreur est représenté par le signal triangulaire. La puissance transmise est un signal rectangulaire, et dans le cas de cette figure, le filtre unité est appliqué chaque fois que la puissance est positive.

La figure 3.31 montre la forme des impulsions rectangulaires résultant du calcul de la vitesse lorsque la "puissance" est positive et le résultat équivalent pour des impulsions triangulaires.

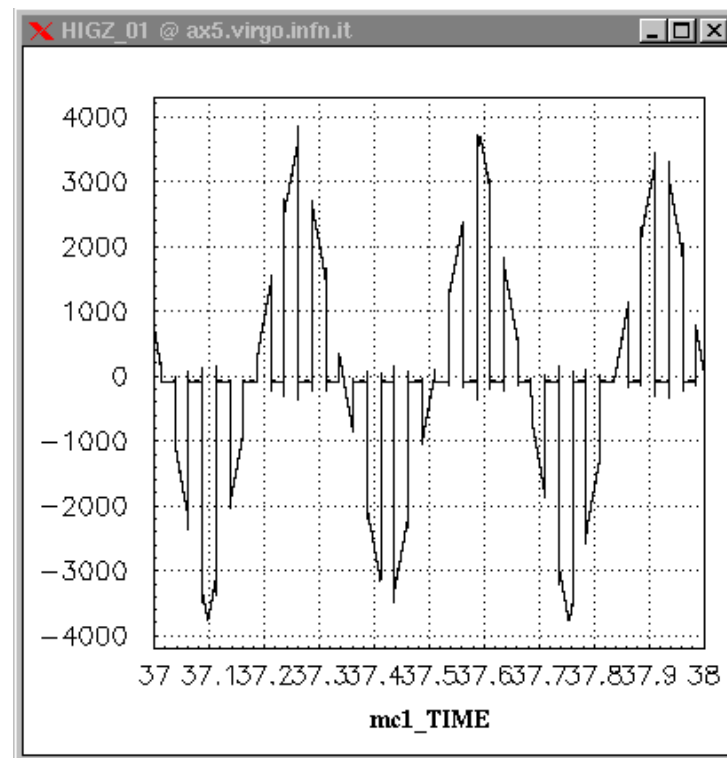


Figure 3.30: Le signal d'erreur simulé est un signal triangulaire, et la puissance transmise simulé est un signal rectangulaire. On voit ici l'effet du *trigger*: la correction (filtre unité dans cet exemple) n'est envoyée que lorsque la puissance transmise est positive.

Compensation de la saturation

Dans ce cas précis, il a été vérifié que la durée des impulsions varie en fonction des impulsions et de la force requise pour freiner le banc, ainsi que de la force maximale autorisée par l'utilisateur (à travers le client) (voir les figures 3.32 et 3.33). La figure 3.32 montre l'allure des impulsions triangulaires sans compensation de la saturation (à gauche) et avec compensation (à droite). La figure 3.33 montre l'effet de la compensation pour des impulsions rectangulaires. On remarque la durée plus longue de certaines impulsions, ce qui indique clairement qu'il y a saturation.

Transition entre deux formes d'impulsions différentes

En cours de fonctionnement du serveur, nous avons vérifié que la transition entre deux formes différentes d'impulsions s'effectuait sans problèmes de stabilité pour le serveur (voir la figure 3.34

à gauche). En outre, lorsque la condition de résonance est obtenue (avec ou sans réduction graduelle de la vitesse d'expansion de la cavité), le servo linéaire (ici un simple filtre unité) est mis en marche sans problèmes apparents (voir la figure 3.34 à droite). Dans cette dernière figure, on peut voir la transition entre des impulsions et le filtre unité, obtenue en entrant grâce au client une valeur assez petite de la vitesse seuil pour que le servo se déclenche immédiatement.

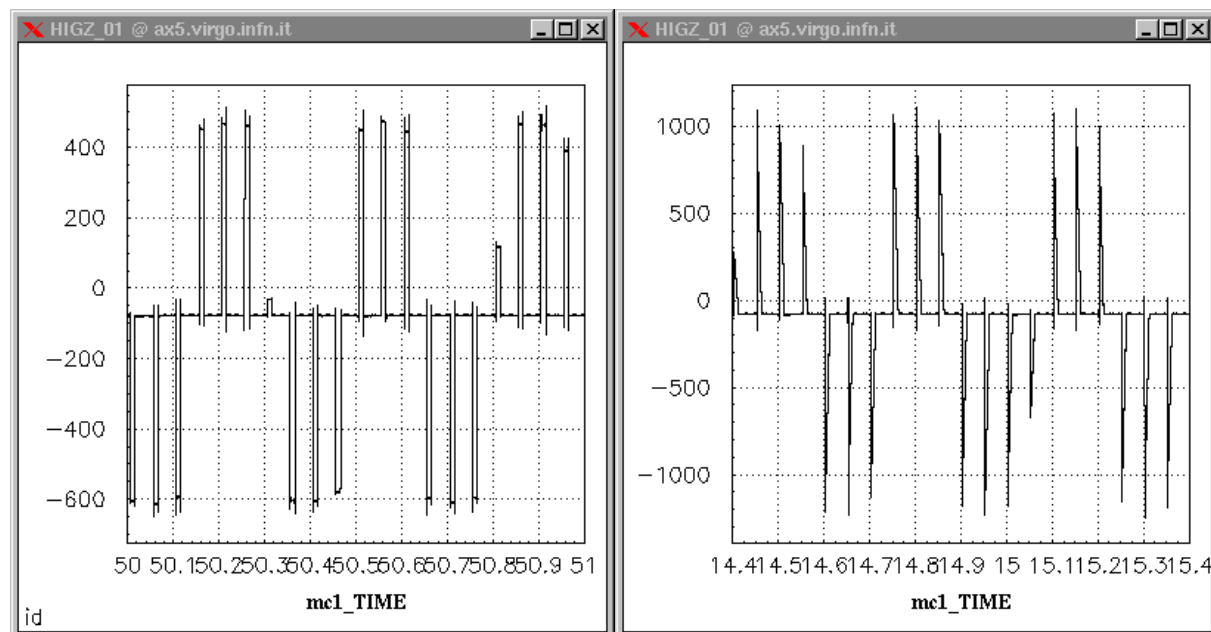


Figure 3.31: Exemples d'application d'impulsions rectangulaires (à gauche) et triangulaires (à droite).

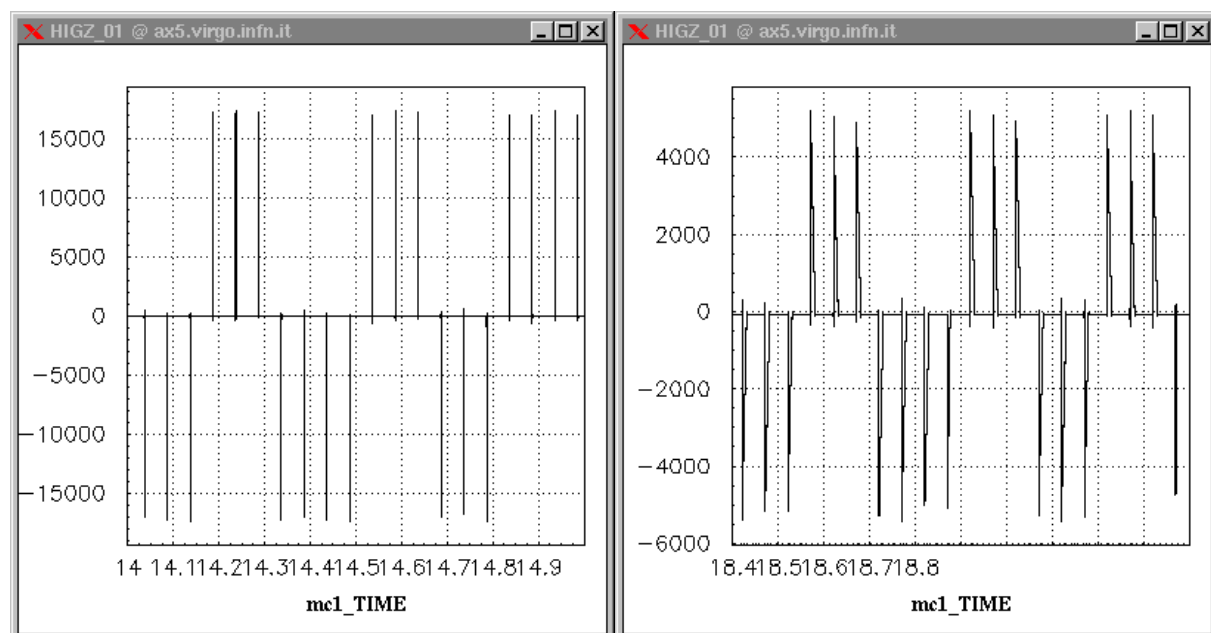


Figure 3.32: À gauche : sans prendre en compte la compensation de la saturation éventuelle des impulsions, les impulsions sont toutes de la même durée. À droite, la saturation est prise en compte : on remarque que les impulsions sont de durées différentes.

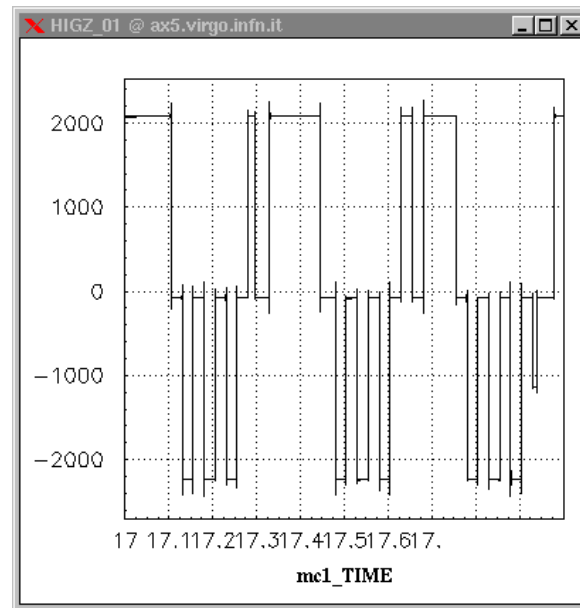


Figure 3.33: Effet de la compensation de la saturation dans le cas d'impulsions de forme rectangulaire. On remarque que les impulsions sont de durées différentes.

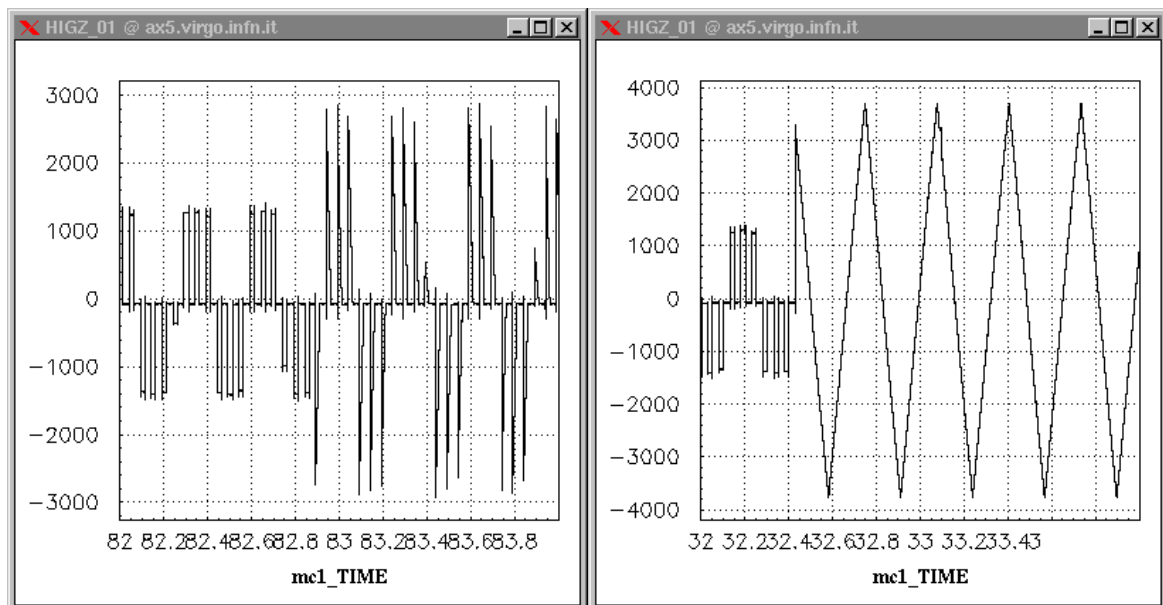


Figure 3.34: Transition entre des impulsions de forme rectangulaire et des impulsions de forme triangulaire (à gauche) et entre les impulsions et le servo linéaire (à droite) : ici le servo est un simple filtre unité.

3.7.2 Performances

Il faut bien entendu vérifier que le temps pris par l'algorithme pour estimer la vitesse d'expansion de la cavité, en y ajoutant le temps de réception et de numérisation du signal d'erreur, ainsi que l'écriture dans les DACs, jusqu'au mouvement du banc induit par le courant dans les bobines, est inférieure à la fréquence d'échantillonnage. D'autre part, il faut vérifier que la variation de phase induite par la chaîne d'acquisition et de traitement ne va pas altérer la marge de gain et de phase du servo linéaire que l'on a développé pour contrôler la cavité.

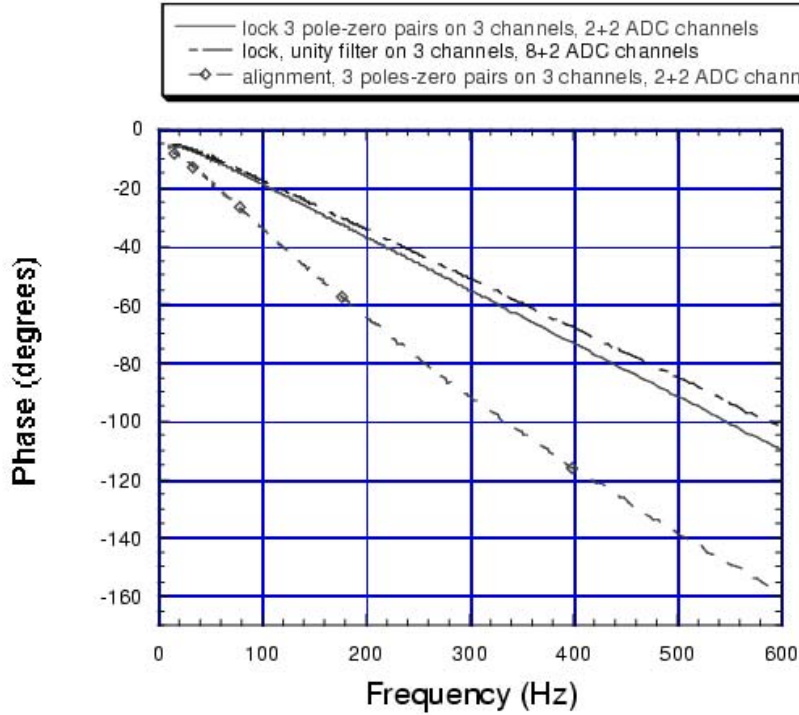


Figure 3.35: Phase de la fonction de Transfert entre le signal reçu par le serveur et la correction envoyée aux bobines, en fonction de la fréquence.

Retard de phase

Cette variation de phase peut être estimée en mesurant des fonctions de transfert entre un signal envoyé sur un ADC lu par le serveur, puis traité, et la correction envoyée *via* les DAC aux bobines. Cette fonction de transfert nous donne un module et une phase, qui traduit en quelque sorte un retard de la sortie par rapport à l'entrée. Un signal sinusoïdal est envoyé sur un ADC, transmis à l'algorithme, et le signal délivré par le DAC correspondant est enregistré. La variation totale de phase est représentée en fonction de la fréquence du signal sur la figure 3.35. Elle prend la forme :

$$\Phi \simeq 2\pi f \times 400\mu s + \phi \quad (3.23)$$

avec $\phi = 1.5$ kHz, qui représente la phase induite par un filtre passe-bas à l'entrée de l'ADC, pour ce qui est du contrôle de la coordonnée z dans le cas du *lock* de la cavité ($\phi = 300$ Hz dans le cas du canal d'alignement automatique, implémenté peu de temps après). Des optimisations de ce retard de calcul ont été réalisées et ont permis d'atteindre :

$$\Phi \simeq 2\pi f \times 312\mu s + \phi \quad (3.24)$$

Ce retard possède deux composantes :

- 1/ 125 μs proviennent de l'attente de l'interruption (synchronisation à 4 kHz) des DAC,
- 2/ 187 μs ont pour origine la séquence lecture/calcul/écriture

Il se traduit par une variation de phase de 33.7 degrés à 300 Hz, ce qui donne un total de 45 degrés (en incorporant 11.3 degrés provenant du filtre passe-bas à 1.5 kHz). Un tel déphasage autorise donc une fréquence de gain unité autour de 300 Hz (dans le cas où le *lock* est fait en agissant sur les piézos du miroir concave).

Le module de la fonction de transfert est montré dans la figure 3.36. Les données sont reproduites par une fonction qui prend la forme :

$$|G| = \frac{\sin(\pi \frac{f}{f_{samp}})}{\pi \frac{f}{f_{samp}}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} = g(f) \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \quad (3.25)$$

où $f_0 = 300$ Hz (pour l'alignement automatique), qui représente l'effet de filtrage passe-bas des ADC, et la fonction $g(f)$ représente l'attente de l'interruption des ADC.

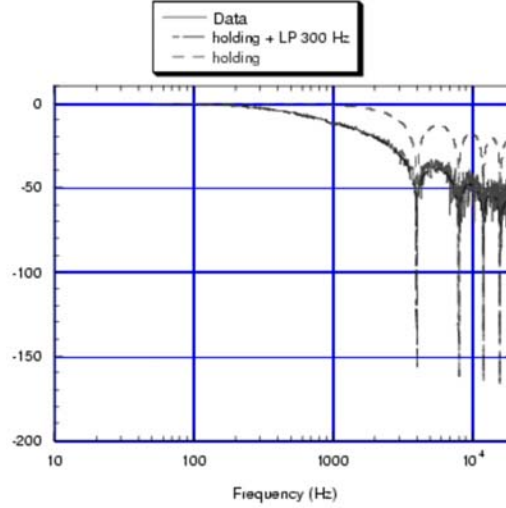


Figure 3.36: Module de la fonction de Transfert entre le signal reçu par le serveur et la correction envoyée aux bobines, en fonction de la fréquence. Il prend la forme d'un sinus cardinal multiplié par l'effet de filtrage passe-bas des ADC.

Vitesse

L'histogramme du temps requis par la séquence lecture des ADC/calcul/écriture dans les DAC est montrée dans la figure 3.37. On peut voir que le temps moyen est de l'ordre de $110 \mu s$.

Bruit

La correction, une fois calculée, est envoyée aux DAC, et le signal est ensuite transmis par DOL dans le bâtiment *Mode-Cleaner*, 144 m plus loin. Il a été vérifié que les niveaux de bruit sont les mêmes dans les deux bâtiments (salle d'acquisition et bâtiment *Mode-Cleaner*). On peut voir le résultat sur la figure 3.38. La mesure a été réalisée en envoyant un signal non-nul aux ADC.

Finalement, on notera que les niveaux de bruit pour les ADC 12 bits mesurés semblent acceptables, tandis que le bruit des DAC 13 bits sont vraisemblablement trop importants pour le *Mode-Cleaner*. Il est envisagé à l'heure actuelle de pouvoir agir sur les bobines contrôlant le banc ainsi que sur les bobines contrôlant la marionnette soutenant le banc suspendu.

Robustesse

Au cours des tests effectués (qui ont duré plusieurs jours) aucun dysfonctionnement du système n'a été observé (printemps 2000). L'architecture a été intensivement utilisée pendant la phase de contrôle de la cavité *Mode-Cleaner* (à partir de l'été 2000), et, bien évidemment des problèmes nouveaux sont apparus. Ces problèmes étaient essentiellement dus à des mauvaises utilisations de la mémoire qui pour l'utilisation de l'asservissement pouvaient se traduire par une excitation du banc *Mode-Cleaner*. Ces problèmes ont été résolus depuis, mais malheureusement seule la partie servo (éventuellement avec un *trigger* sur la puissance transmise pour son utilisation) a été testée. Des tests de la méthode des impulsions pour amener la cavité à résonance sont prévus à partir du printemps 2001.

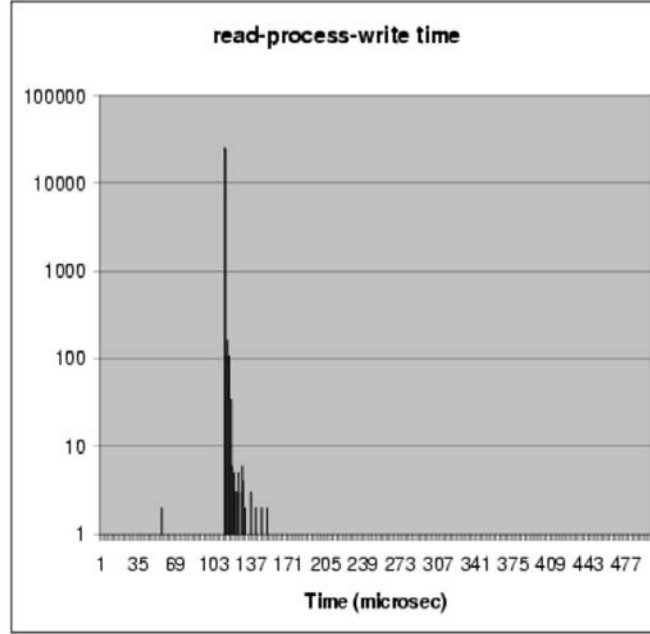


Figure 3.37: Durée de la séquence lecture/calcul/écriture du correcteur numérique. Le temps moyen est égal à $110 \mu\text{s}$.

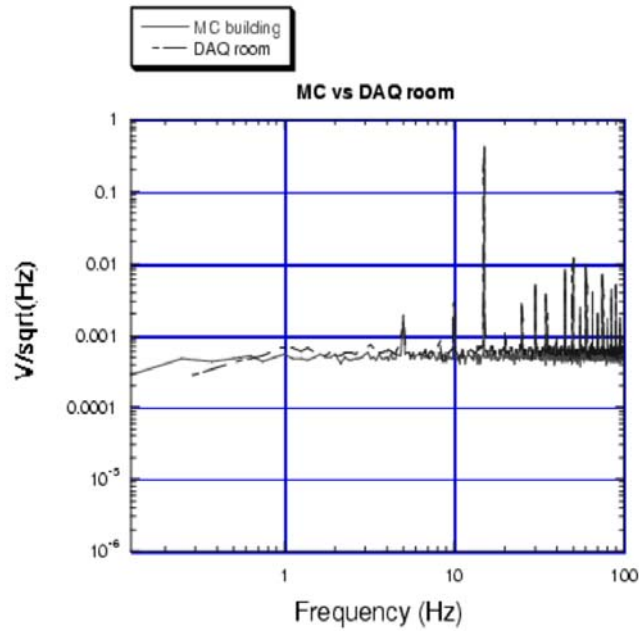


Figure 3.38: Niveaux de bruits en sortie des ADC dans la salle d'acquisition (où la correction est calculée) et dans le bâtiment *Mode-Cleaner* (où la correction est appliquée aux bobines contrôlant le banc suspendu).

3.8 Simulations et expérience

La méthode des impulsions, d'abord étudiée dans le cadre différent du CITF ([221] puis [280]), a été étudiée ici dans le contexte d'une cavité Fabry-Perot simple de finesse $\mathcal{F} = 1000$ et de longueur $L \simeq 144$ m, contrôlée par un système numérique ou analogique. Pour un système analogique, l'acquisition de la résonance requiert un temps de l'ordre de la minute (une fraction de seconde pour une basse finesse). Pour un système numérique fonctionnant à 10 kHz, ce temps moyen d'acquisition devient $\simeq 90$ s, pour un servo utilisé *sans trigger*, démontrant par la même la contribution non négligeable du signal d'erreur hors résonance (puisque la présence de *trigger* interdit toute ac-

quisition). Pour une fréquence d'échantillonnage de 5 kHz, l'acquisition est impossible avec *trigger*, tandis que l'acquisition prend en moyenne ~ 10 minutes pour le servo utilisé sans *trigger*.

Les simulations montrent qu'à 5 ou 10 kHz, la méthode des impulsions utilisées dans sa configuration minimale permet d'atteindre la résonance dans un temps de l'ordre de ~ 60 et 10 secondes respectivement, soit un gain d'un facteur ~ 10 environ par rapport aux performances du servo linéaire seul. Les améliorations apportées à l'algorithme permettent en outre de diminuer la fraction de *locks* perdus, grâce à un amortissement plus sûr des mouvements relatifs de la cavité. Le temps moyen d'acquisition de la résonance est alors de l'ordre de 45 s, avec une efficacité de 99 % sur une minute. La fraction de non-*locks* ou de *locks* perdus est de plus négligeable.

Cette méthode qui se révèle donc **indispensable** pour pouvoir acquérir le contrôle longitudinale de la cavité *Mode-Cleaner* a été implémentée et testée sur le site, et la robustesse de l'architecture client-serveur développée a été démontrée. Les premiers tests de la technique des impulsions pour amener le *Mode-Cleaner* de VIRGO à résonance devrait avoir lieu au cours du printemps 2001.

Les simulations présentées ici sont simples, et visaient uniquement à quantifier l'apport de cette méthode par rapport à une acquisition classique utilisant un asservissement conçu pour maintenir la cavité à résonance. À l'avenir, des simulations plus réalistes, prenant en compte toute la chaîne d'électronique de contrôle (comme pour le CITF) ainsi que la mécanique complexe des tours courtes du *Mode-Cleaner* devraient être réalisées, permettant peut-être au moment des tentatives d'acquisition de la résonance en haute finesse pour le *Mode-Cleaner* de VIRGO de comparer mesures et simulations. Dans le chapitre qui suit, nous allons présenter les premiers résultats expérimentaux obtenus avec le *Mode-Cleaner* au cours de la période Été - Hiver 2000.

Chapitre 4

Premiers résultats sur le contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO

Contenu du chapitre

4.1	La stratégie de contrôle	280
4.2	Caractéristiques optiques de la cavité	280
4.2.1	Signal Pound-Drever-Hall et mesure de la Finesse de la cavité	280
4.2.2	Spectre des Modes de la cavité	282
4.2.3	Mesure du rayon de courbure du miroir	284
4.2.4	Mesure de la finesse par effets transitoires	285
4.3	Estimation des Fonctions de Transfert	288
4.3.1	Mesure avec les contrôles locaux	288
4.3.2	Mesures par l'asservissement du laser sur la cavité	289
4.4	Contrôle longitudinal de la cavité <i>Mode-Cleaner</i>	292
4.4.1	Optique	293
4.4.2	Correcteur	294
4.4.3	Bobines	294
4.4.4	Conception du Filtre Compensateur	294
4.4.5	Amortissement de la masse <i>Mode-Cleaner</i>	297
4.5	Une nouvelle topologie	298
4.5.1	Présentation	299
4.5.2	Asservissement du <i>Mode-Cleaner</i> sur la cavité de référence	300
4.5.3	Diagonalisation de degrés de liberté	302
4.5.4	Résonances et bruits à 50 Hz	303
4.6	Discussion	303
4.7	Résumé des résultats importants	304



ES CHAPITRES PRÉCÉDENTS nous ont appris les caractéristiques et propriétés essentielles d'une cavité résonnante, en particulier dans le cas d'une cavité triangulaire telle que le *Mode-Cleaner* de VIRGO, ainsi que les éléments permettant de la contrôler et l'asservir à la résonance. Nous venons aussi de voir que l'acquisition de la résonance proprement dite pour une cavité de haute finesse, avec un système numérique, n'est pas sans poser de réels problèmes. Nous allons dans ce chapitre nous intéresser aux premiers résultats obtenus avec la cavité suspendue *Mode-Cleaner* de VIRGO, en fonctionnement depuis le printemps 2000.

Ce chapitre décrira le contrôle longitudinal du *Mode-Cleaner*, et les mesures effectuées pour pouvoir le réaliser. Un tel contrôle nécessite une connaissance parfaite du système et des fonctions de transfert des différents actionneurs et détecteurs intervenant à tous les niveaux de la chaîne de contrôle. Ces mesures peuvent être réalisées pour nombre d'entre elles par l'asservissement de la fréquence du laser sur la longueur de *Mode-Cleaner*, effectué par un filtre analogique de bande passante très importante (≥ 100 kHz). Ces mesures permettent alors de concevoir un filtre compensateur qui va pouvoir conserver la cavité à la résonance.

Les résultats présentés ici ont été obtenus avec un miroir concave ne remplissant pas les spécifications pour le *Mode-Cleaner* (planéité, rugosité et rayon de courbure), et la cavité résultante possédait une finesse de l'ordre de 120 au lieu de $\simeq 1000$. Le nouveau miroir (correspondant à une finesse $\simeq 1000$) sera installé au printemps 2001. Des résultats obtenus avec une nouvelle topologie de contrôle seront aussi présentés.

4.1 La stratégie de contrôle

Pouvoir contrôler la cavité et donc l'amener à la résonance requiert une connaissance de ses propriétés optiques et mécaniques. Les propriétés optiques peuvent être obtenues grâce à une analyse du signal d'erreur en réflexion de la cavité, autrement dit le signal de Pound-Drever-Hall. Cette mesure permet de connaître la finesse de la cavité. Les propriétés mécaniques des suspensions et leur influence sur le contrôle de la cavité peuvent être obtenues en asservissant la fréquence du laser sur la longueur de la cavité *Mode-Cleaner*. Cette étape intermédiaire permet de caractériser complètement la cavité ainsi que tous les actionneurs intervenant dans son contrôle, par la mesure de leur fonction de transfert. Enfin, le filtre compensateur construit à partir de la connaissance de ces différentes caractéristiques permet le contrôle longitudinal de la cavité, autrement dit l'asservissement de la longueur de la cavité selon l'axe du faisceau sur la fréquence du laser (pré-stabilisé sur la cavité de référence). Ce sont ces différentes mesures, qui constituent les tests de la première cavité suspendue en fonctionnement dans VIRGO, que nous allons présenter dans la suite.

4.2 Caractéristiques optiques de la cavité

Les caractéristiques optiques de la cavité peuvent être obtenues en analysant son spectre de modes, ainsi que le signal de Pound-Drever-Hall, qui permet entre autre de mesurer sa finesse. D'autres mesures optiques ont permis d'estimer le rayon de courbure du miroir concave. Le miroir installé initialement dans la tour *Mode-Cleaner* possédait en fait un rayon de courbure de l'ordre de $R_c \simeq 140$ m, qui rend une cavité Fabry-Perot de longueur $L \simeq 144$ m instable. Il a ensuite subi un traitement correctif pour amener son rayon de courbure autour de 180 m, au prix d'une perte de réflectivité. En outre, le rayon de courbure moyen est de 180 m, avec un défaut très prononcé au centre (rayon de courbure plus petit au centre). Comme on va le voir dans la suite, la finesse résultant pour la cavité n'était pas de 1000 mais plutôt autour de 120.

4.2.1 Signal Pound-Drever-Hall et mesure de la Finesse de la cavité

Le signal de Pound-Drever-Hall mesuré ainsi que le signal obtenu en transmission sont montrés dans les figures 4.1 et 4.2. On peut remarquer que le signal d'erreur a un fort décalage positif, qui peut être corrigé au moyen d'un circuit électronique. Le signal de transmission possède lui aussi un décalage (modification de la transimpédance à $10\text{ k}\Omega$ ¹).

¹Lorsque le courant de la photodiode (transformé en tension) est trop faible, il faut augmenter le gain de conversion. Une telle augmentation provoque le décalage observé.

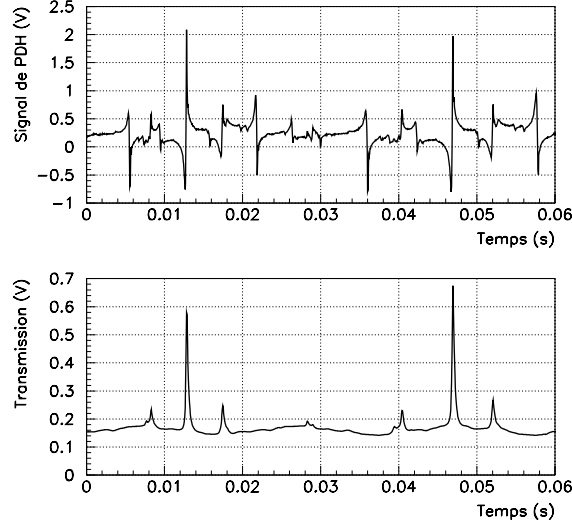


Figure 4.1: Mesure du Signal d’erreur et signal en transmission. On discerne la porteuse et les bandes latérales. Les irrégularités dans le signal d’erreur sont dues à des modes d’ordres supérieurs, *i.e.* à l’alignement imparfait de la cavité et aux défauts du miroir concave.

Ces courbes permettent une estimation grossière de la finesse de la cavité. En effet, la finesse est reliée à l’intervalle spectral libre (ISL) et à la largeur à mi-hauteur de la raie de résonance par la relation $\Delta\nu$:

$$\mathcal{F} = \frac{\text{ISL}}{\Delta\nu} \quad (4.1)$$

En pratique, on peut obtenir cette quantité en balayant la fréquence du laser (par exemple), en appliquant une rampe de tension aux piézoélectriques contrôlant le laser. Pour que ce résultat soit indépendant de la vitesse de balayage, il faut réunir deux conditions. Tout d’abord, la pente de la rampe (donc la vitesse) doit être supérieure aux vitesses résiduelles provoquées par le bruit sismique. Dans le cas du *Mode-Cleaner* de VIRGO, les mouvements sont concentrés autour de $f_0 \sim 1$ Hz (mode pendule des suspensions), avec une amplitude de l’ordre de $A_{\text{sism}} \sim 1.5 \mu\text{m}$. En considérant un déplacement z de la forme :

$$z(t) = A_{\text{sism}} \cos 2\pi f_0 t \quad (4.2)$$

la vitesse maximale selon l’axe du faisceau z est alors :

$$v_{\text{max}} \simeq 2\pi f_0 A_{\text{sism}} = 9 \mu\text{m.s}^{-1} \quad (4.3)$$

La rampe de tension appliquée aux piézos du laser doit donc remplir la condition :

$$v_{\text{laser}} \gg 9 \mu\text{m.s}^{-1} \quad (4.4)$$

D’autre part, le temps de traversée de la résonance T_{res} doit être supérieur au temps de stockage τ de la lumière dans la cavité : la cavité doit avoir le temps de se “remplir” de lumière. Autrement dit :

$$T_{\text{res}} \gg \tau = \frac{2L}{c} \mathcal{F} \pi \quad (4.5)$$

En outre, à cause de la rampe de tension appliquée au laser, le temps de traversée de la résonance est $T_{\text{res}} = \frac{\lambda}{2\mathcal{F}} / v_{\text{laser}}$. On a donc la condition :

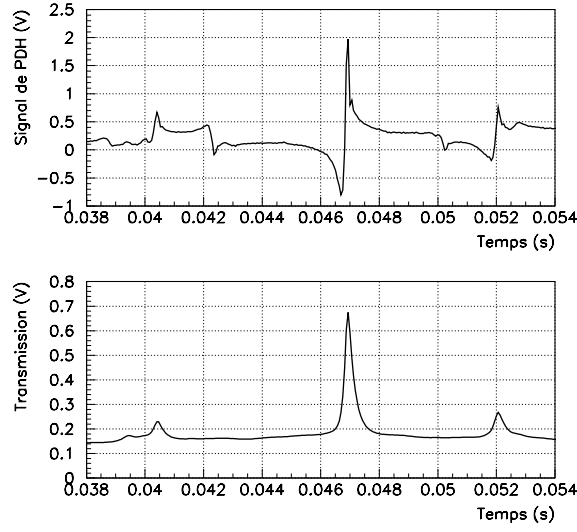


Figure 4.2: Signal d'erreur mesuré et signal en transmission sur un intervalle spectral libre.

$$v_{laser} \ll \frac{\lambda c \pi}{4L\mathcal{F}^2} \simeq \frac{7}{\mathcal{F}^2} \text{m.s}^{-1} \quad (4.6)$$

En résumé :

$$9\mu\text{m.s}^{-1} \ll v_{laser} \ll 700\mu\text{m.s}^{-1} \quad (4.7)$$

Le rapport entre l'ISL et la largeur à mi-hauteur de la résonance obtenu à partir des figures 4.1 et 4.2 nous permettent de calculer une finesse \mathcal{F} :

$$\mathcal{F} \simeq 120 \quad (4.8)$$

La finesse obtenue est donc similaire à celle de la cavité prototype *Mode-Cleaner* à Orsay, dans le cas de la polarisation "p". Les largeurs de raies (en fréquence et déplacement) correspondantes sont cependant différentes et de valeurs :

$$\begin{cases} \Delta\nu &= \frac{c}{4L\mathcal{F}} \simeq 4.3 \text{kHz} \\ \Delta z &= \frac{\lambda}{4\mathcal{F}} \simeq 2.2 \times 10^{-9} \text{m} \end{cases} \quad (4.9)$$

4.2.2 Spectre des Modes de la cavité

La figure 4.3 montre le spectre des modes transmis par la cavité, obtenu en balayant la fréquence du laser à une vitesse supérieure à la vitesse des déplacements dus au bruit sismique. Cette mesure a été réalisée après le traitement optique qui a permis de corriger le rayon de courbure **moyen** du miroir (le miroir montrait en effet un rayon de courbure plus petit en son centre, sur un diamètre de l'ordre du centimètre). Comme le montrent les modes d'ordres supérieurs nombreux autour du mode fondamental, on a là un effet conjugué du mauvais état de surface du miroir et des désalignements de la cavité. On peut néanmoins calculer le spectre théorique d'une cavité de longueur $L = 144\text{m}$ et de rayon de courbure R_c , et ainsi donner une estimation de R_c .

Comme on l'a vu dans le premier chapitre de cette même partie, une cavité en anneau provoque la levée de dégénérescence des modes TEM_{mn} suivant la parité de m . L'intervalle de fréquence entre le fondamental et le mode TEM_{mn} peut s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = (m+n)\frac{\phi}{\pi} & \text{pour } m \text{ pair} \\ \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{1}{2} + (m+n)\frac{\phi}{\pi} & \text{pour } m \text{ impair} \end{cases} \quad (4.10)$$

avec $\phi = \arccos\sqrt{1 - \frac{L}{R_c}}$. Les modes théoriques de la cavité avec $R_c \simeq 181\text{m}$ sont représentés sur la figure 4.4. L'intervalle entre deux modes fondamentaux successifs représente l'intervalle spectral libre de la cavité et permet de calibrer l'axe des temps en fréquence.

Dans le cas du mode TEM_{10} à droite du fondamental, le rapport entre sa distance au mode 00 et l'ISL est égal à $\frac{1}{2} + \arccos\sqrt{1 - \frac{R_c}{L}}/\pi \simeq 0.78$. On en déduit un facteur g :

$$g = 1 - \frac{L}{R_c} \simeq 0.38 \quad (4.11)$$

ce qui donne un rayon de courbure $R_c \simeq 230\text{ m}$. Pour le mode TEM_{01} , on trouve $R_c \simeq 188\text{ m}$, et $R_c \simeq 175\text{ m}$ pour le mode TEM_{11} .

On retrouve là le fait que le traitement correctif a donné un rayon de courbure **moyen** de l'ordre de 180m, mais on connaît la présence d'un trou au centre du miroir, lui conférant ici un rayon de courbure plus petit, impliquant un rayon de courbure plus grand sur les bords, d'où la dispersion des résultats mesurés.

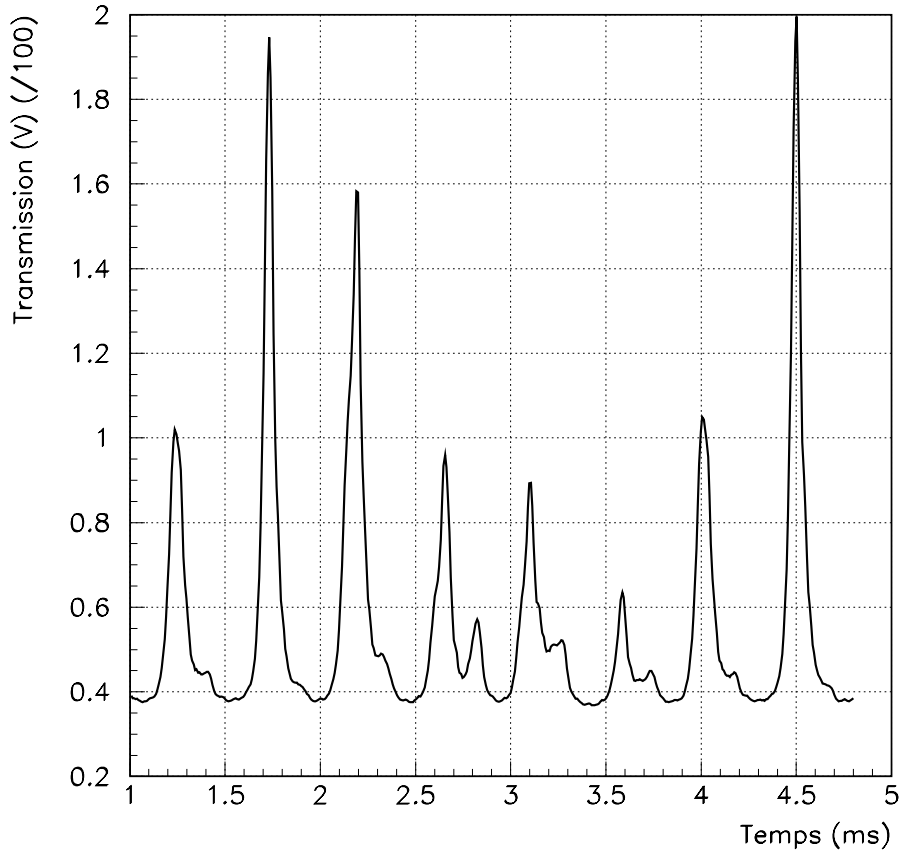


Figure 4.3: Spectre des modes du *Mode-Cleaner* de VIRGO.

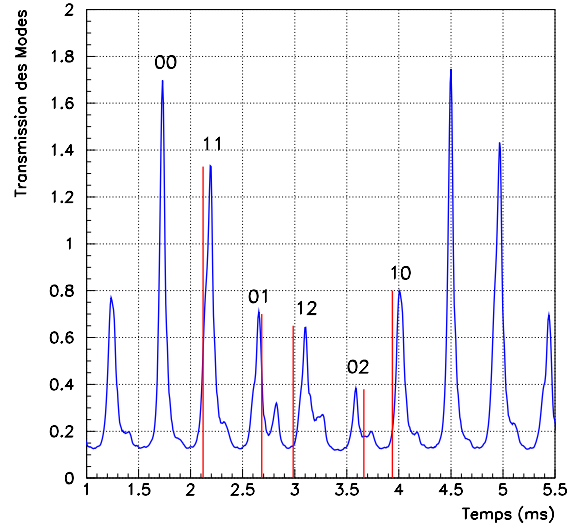


Figure 4.4: Spectre des modes théoriques du *Mode-Cleaner* de VIRGO. On a indiqué les premiers modes de la cavité (pour $L = 144$ m et un rayon de courbure de 181 m). Les pics non étiquetés sont expliqués par des modes d'ordre supérieurs, et de forts désalignements. On remarque le décalage entre le mode 10 théorique et le mode TEM_{10} expérimental.

L'évaluation complète de ce spectre demanderait donc des simulations étudiant l'effet de désalignements et de position du miroir différents, en prenant en compte les imperfections de la surface du miroir.

4.2.3 Mesure du rayon de courbure du miroir

Comme on vient de le voir, la mauvaise qualité du miroir (état de surface) ne permet pas dans notre cas de procéder à une mesure précise du rayon de courbure du miroir. Une seconde méthode, purement géométrique celle-là, a été testée avec le *Mode-Cleaner*. Elle consiste à envoyer le faisceau sur le miroir courbe, puis à déplacer le faisceau (sur le miroir courbe), grâce aux moteurs picométriques qui permettent le contrôle fin du dièdre d'entrée, d'une grandeur calibrée. On mesure ensuite le déplacement du faisceau sur une cible qui est en fait une des montures utilisées pour les contrôles locaux du banc d'entrée. En balayant de droite à gauche le miroir courbe, on doit vérifier que le faisceau se déplace bien de droite à gauche du côté du banc d'entrée : le miroir est bien courbe.

Ensuite, on peut voir sur la figure 4.5 que le rayon de courbure du miroir, le déplacement l observé sur le banc d'entrée, le déplacement a du miroir courbe, et la longueur L_{MC} de la cavité sont reliés par la simple relation :

$$\frac{R}{L_{MC}} = \frac{1}{1 - \frac{l}{2a}} \quad (4.12)$$

Les déplacements des picomoteurs doivent être calibrés dans un sens puis dans l'autre. Dans un sens, la mesure donne $R_c \simeq 180$ m et $R_c \simeq 174$ m dans l'autre sens (moyennes sur quelques séries de mesure). L'erreur sur l étant de l'ordre de 1 mm, et celle sur a de l'ordre de 6 mm (erreur sur la mesure de la vitesse de déplacement du miroir), l'incertitude sur la valeur du rayon de courbure est donc de l'ordre de 6 m. Le rayon de courbure du miroir corrigé est donc de l'ordre de $R_c \simeq 177 \pm 6$ m.

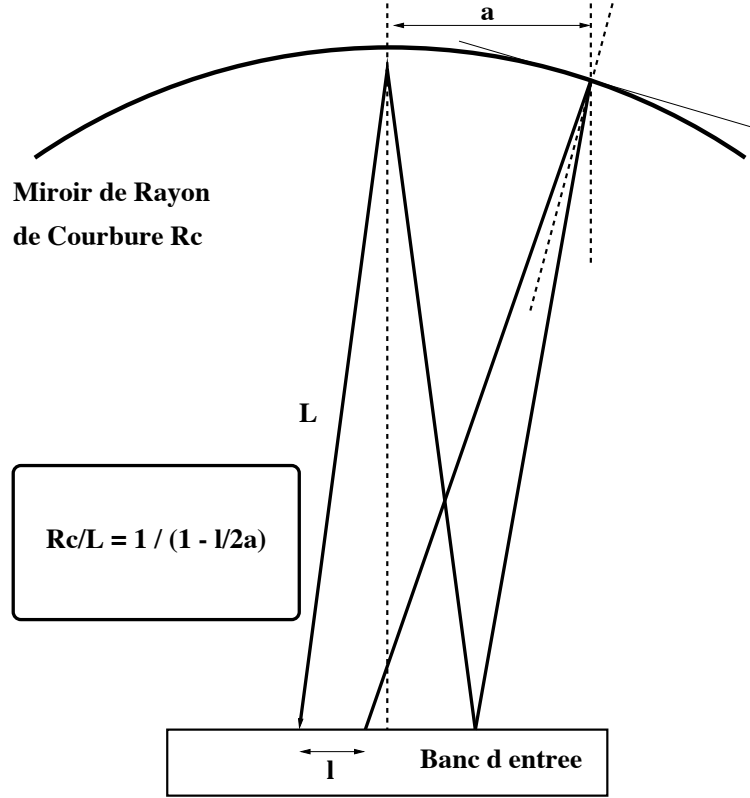


Figure 4.5: Principe de la mesure (géométrique) du rayon de courbure du miroir *Mode-Cleaner*. On envoie le faisceau sur le miroir courbe, puis on déplace le faisceau sur le miroir courbe. On mesure ensuite le déplacement du faisceau sur une cible (contrôles locaux). Le rayon de courbure et les déplacements mesurés sont reliés par la relation donnée dans la figure.

4.2.4 Mesure de la finesse par effets transitoires

La mesure de la finesse permet de caractériser la cavité. Sur le mode fondamental, les fluctuations de puissance transmise observées sont de l'ordre de 80 % (avec des sauts entre mode fondamental et mode TEM_{01} ou TEM_{10}) et sont en grande partie dues à la qualité de la surface du miroir. Une technique de mesure de la finesse a déjà été présentée dans [221]. Elle consiste en un fit du signal observé en transmission, en tenant compte des effets transitoires de la cavité. Brièvement, cet effet apparaît lorsque la cavité traverse la résonance en un temps $T_{res} \lesssim \tau$ où τ est le temps de stockage de la lumière à l'intérieur de la cavité. Si la cavité n'a pas le temps de se remplir de lumière, on observe un battement entre le champ incident et le champ stocké à l'intérieur de la cavité, qui donne naissance à un comportement oscillatoire dans la puissance transmise. Ainsi, pour des hautes valeurs de la finesse, la distortion du pic d'Airy introduite par cet effet transitoire modifie la largeur de la résonance, ce qui peut rendre plus difficile l'estimation de la finesse (voir la figure 4.6).

Les actuators piézo-électriques du miroir courbe permettent de faire varier la longueur de la cavité, en imposant une certaine vitesse et doivent donc permettre l'observation de tels effets transitoires. En fait, "balayer" $1.5 \mu m$ en 250 ms n'a pas permis d'observer l'apparition de cet effet, et donc de mesurer la finesse par cette méthode, à cause d'une trop faible vitesse de balayage et donc de traversée de la résonance.

Ajustement des courbes de transmission

Pour bien rendre compte de l'effet transitoire qui peut intervenir dans une cavité Fabry-perot, le temps de trajet non nul de la lumière à l'intérieur de la cavité doit être pris en compte. En négligeant les déplacements des miroirs pour une cavité Fabry-Perot simple, de longueur $L = 144m$, sur un temps correspondant à un aller-retour dans la cavité $\tau_0 = 2 \frac{L}{c} = 960$ ns, le champ stocké dans la cavité $\Psi_s(t)$ à l'instant t peut être écrit :

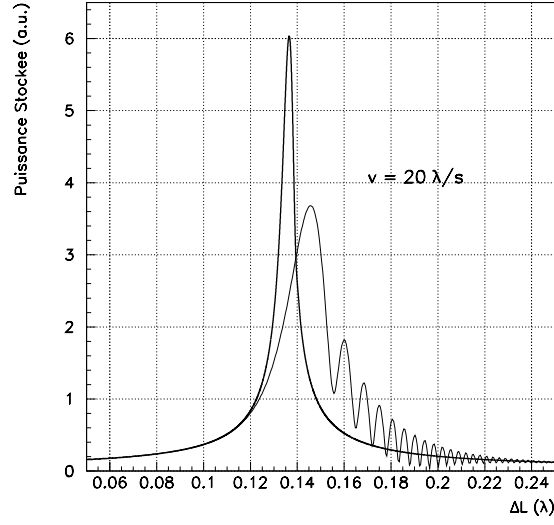


Figure 4.6: Apparition des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$. La première courbe (traits gras) correspond à une vitesse de traversée de la résonance faible. Dans le deuxième cas, la vitesse est $v \simeq 500 \lambda/s$, et les effets transitoires sont clairement visibles. On remarque la diminution et l'élargissement du pic principal dans le second cas, et les oscillations qui le suivent.

$$\Psi_s(t) = t_1 \Psi_{in} + r^2 e^{(-2ikL)} \Psi_s(t - \tau_0) \quad (4.13)$$

où r désigne la réflectivité en amplitude de chaque miroir, t_1 la transmission du miroir d'entrée, Ψ_{in} le champ incident, et L la longueur de la cavité à l'instant t . Pour une vitesse d'expansion peu variable pendant τ_0 , on peut écrire :

$$L = L_0 + vt \quad (4.14)$$

v désignant la vitesse de la cavité. Les coefficients r fixent la finesse de la cavité. L'ajustement des courbes de transmission, avec comme paramètres la vitesse v et la finesse \mathcal{F} , permet d'estimer avec une bonne précision (de l'ordre de 10 %) la finesse de la cavité.

Application au *Mode-Cleaner* en $\mathcal{F} = 120$

Dans le cas du *Mode-Cleaner* de VIRGO (Finesse de $\simeq 120$ au moment des mesures), les effets transitoires obtenus en simulation grâce à ce modèle simple, n'apparaissent que pour des vitesses correspondant à la relation $T_{res} \lesssim \tau$, *i.e.* à une vitesse de traversée de la résonance $\simeq 90 \mu\text{m.s}^{-1}$. La rampe de fréquence utilisée lors de la mesure est de l'ordre de $v_{laser} = 1.5 \times 10^{-6}/0.25$ soit environ $6 \mu\text{m.s}^{-1}$. Expérimentalement, on a observé qu'une augmentation de la vitesse de balayage de la fréquence du laser provoque une diminution de la taille des pics, jusqu'à leur disparition. La mesure de la finesse de la cavité avec cette méthode n'a donc pas été possible.

Les figures 4.7 et 4.8 montrent ainsi les résultats obtenus en simulation. On peut remarquer que cet effet transitoire apparaît pour $v \simeq 35 \lambda/s$, alors que la valeur théorique nous donne :

$$v_{theo} = \frac{\text{FWHM}^2 c}{2L\mathcal{F}\pi} \simeq 15 \lambda.s^{-1} \quad (4.15)$$

Les effets transitoires apparaîtraient donc pour des vitesses plus grandes que celles attendues théoriquement. Il aurait fallu augmenter considérablement le balayage du miroir du *Mode-Cleaner* pour observer cet effet.

Il est à noter que c'est ce même modèle simple qui a permis une mesure précise de la finesse de la cavité *Mode-Cleaner* prototype d'Orsay, en polarisation "s".

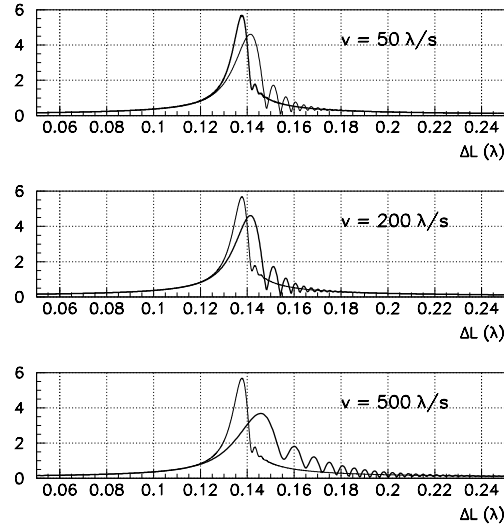


Figure 4.7: Apparition et développement des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$ (simulations). La première courbe correspond à une vitesse de traversée de la résonance $v \simeq 50 \lambda/s$, et c'est à cette vitesse que commence à apparaître le pic secondaire dans les simulations. La courbe superposée correspond à la vitesse $v \simeq 200 \lambda/s$, qui est montrée sur la deuxième courbe. La troisième courbe montre la puissance transmise pour $v \simeq 500 \lambda/s$. On a superposé à chaque fois la puissance transmise dans le cas $v \simeq 50 \lambda/s$, pour laquelle l'effet d'oscillation commence à être bien visible.

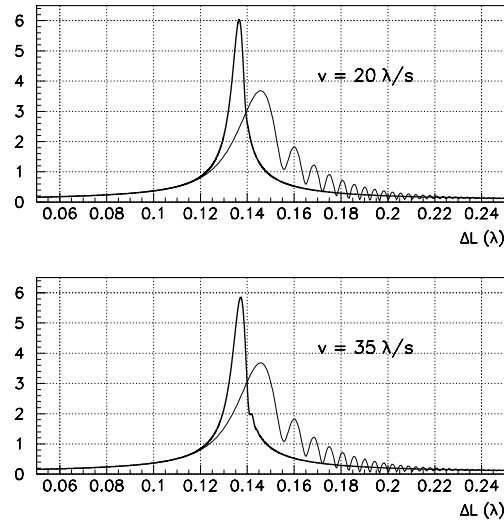


Figure 4.8: Apparition des effets transitoires pour une cavité Fabry-Perot de longueur $L = 144$ m et de finesse $\mathcal{F} = 120$ (simulations). La première courbe correspond à une vitesse de traversée de la résonance $v \simeq 20 \lambda/s$, pour laquelle aucun effet transitoire n'est visible. La deuxième courbe correspond à une vitesse de traversée de la résonance $v \simeq 35 \lambda/s$, pour laquelle le pic secondaire commence à apparaître.

Estimation de la vitesse relative

Dans [221], on peut en outre trouver une méthode d'estimation de la vitesse relative d'expansion de la cavité. Ainsi, si on note t_{zero} la position en temps des maxima et minima de la courbe représentant la puissance transmise (transitoires), et n_{zero} un indice tel que le premier zéro de la dérivée soit représenté par $n_{zero} = 0$, le deuxième par $n_{zero} = 1$, etc ..., on peut montrer que le n ième zéro est une fonction quadratique du temps de l'extrémum, et qu'il est possible d'écrire :

$$n_{zero} = p_1 + p_2 t_{zero} + p_3 t_{zero}^2 \quad (4.16)$$

où p_1, p_2, p_3 sont des paramètres réels, et un coefficient p_3 qui dépend de la vitesse v de la cavité :

$$p_3 = \frac{cv}{\lambda L} \quad (4.17)$$

On a donc là une méthode supplémentaire pour estimer la finesse et la vitesse d'expansion de la cavité, qui peut être complémentaire à la méthode des impulsions déjà présentée dans le chapitre précédent.

Mesure des hauteurs relatives des pics

On peut estimer la finesse d'une cavité en mesurant les amplitudes des pics principaux et secondaires A_1 et A_2 , séparés d'une fréquence $\Delta\nu$ par la relation [221] :

$$\mathcal{F} = \frac{\frac{2\pi c}{L}}{\frac{A_1}{A_2} + 2 - e} \quad (4.18)$$

où L est la longueur de la cavité. Cette méthode permet d'obtenir des erreurs sur l'estimation de la finesse inférieures à 1 % pour $\mathcal{F} \geq 3000$, et de l'ordre de 10 à 20 % pour des finesse plus petites. Si nécessaire, cette méthode plus rapide que celle présentée dans [221] pourra être utilisée en ligne, et implémentée dans l'architecture de contrôle du *Mode-Cleaner*.

4.3 Estimation des Fonctions de Transfert

Des fonctions de transfert doivent être évaluées tout au long de la chaîne de contrôle, pour pouvoir caractériser chaque élément la composant. C'est alors qu'un filtre compensateur capable de conserver la cavité à résonance pourra être élaboré. On a pu mesurer ces fonctions de transfert de deux manières différentes : au moyen des contrôles locaux d'une part, et en asservissant la longueur d'onde du laser sur la longueur de la cavité *Mode-Cleaner* laissée libre.

4.3.1 Mesure avec les contrôles locaux

Les résultats de ces mesures sont reportées dans [285]. Les fonctions de transfert mécaniques ont été effectuées en excitant les combinaisons des 8 bobines correspondant à chaque degré de liberté, et en mesurant le déplacement avec les caméras des contrôles locaux.

On peut voir sur la figure 4.9 la fonction de transfert selon l'axe x avec et sans amortissement inertiel (*damping* inertiel, voir le chapitre I.6). La résonance la plus basse (pendule inversé) disparaît avec le *damping* inertiel et la deuxième résonance se déplace vers les plus basses fréquences. Il est intéressant de noter que des effets notables dus au changement de température dans le bâtiment *Mode-Cleaner* ont été observés : le point de fonctionnement des anti-ressorts magnétiques, et donc leur raideur effective, est modifié par un changement de température, pouvant provoquer le déplacement inattendu de certaines résonances (sans parler des problèmes de contrôle lorsqu'un banc suspendu s'abaisse de quelques mm).

Les fonctions de transfert selon l'axe z n'ont pu être mesurées avec cette méthode, en raison de l'angle de vue trop petit de la caméra pour ce degré de liberté (voir [285]). Pour des raisons de symétrie, on peut penser que la fonction de transfert selon x est très proche de celle selon z (ce n'est bien sûr pas le cas en ce qui concerne les couplages avec les autres degrés de liberté). Les fonctions de transfert pour x, y, z et $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ sont montrées dans la figure 4.10.

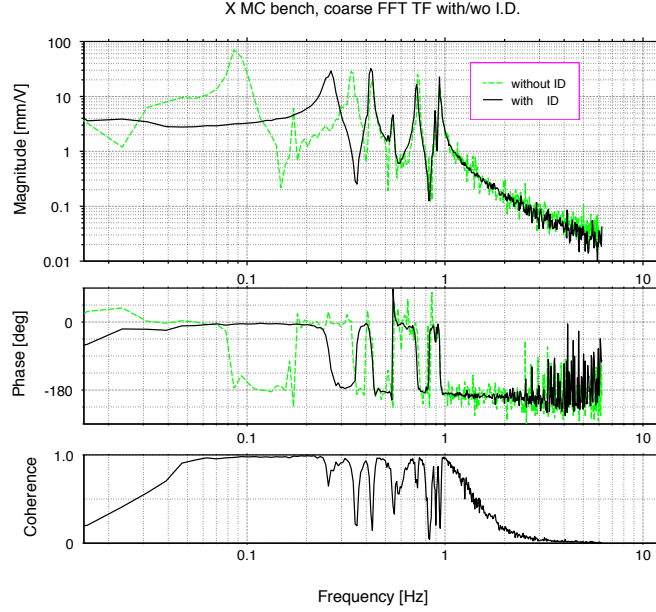


Figure 4.9: Fonction de transfert (module en mm/V et phase) selon l'axe x pour le banc *Mode-Cleaner*, avec et sans *damping inertiel*. En bas, on peut trouver la cohérence qui mesure la signification des fonctions de transfert mesurée (cohérence de l'excitation et de la réponse mesurée).

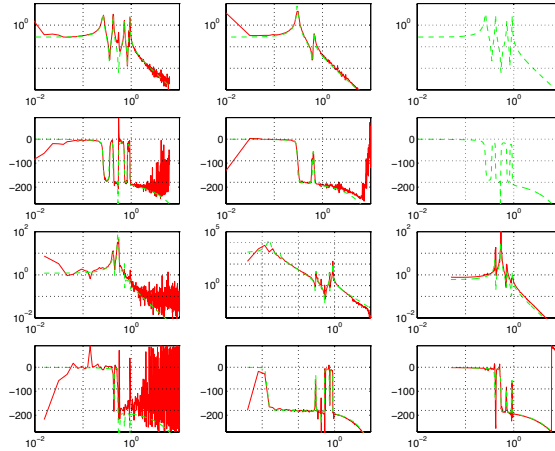


Figure 4.10: Fonctions de transfert pour les 6 degrés de liberté pour le banc *Mode-Cleaner*. en mm/V et mrad/V entre la tension aux bobines (après les amplificateurs) et la position mesurée avec la caméra des contrôles locaux, en fonction de la fréquence d'analyse. On donne tout d'abord le module puis la phase des fonctions de transfert selon x, y, z , puis les mêmes quantités pour les fonctions de transfert pour les degrés de liberté de rotation.

4.3.2 Mesures par l'asservissement du laser sur la cavité

L'avantage de l'asservissement de la longueur d'onde du laser sur la longueur de la cavité est qu'elle peut se faire avec un filtre analogique de grande bande passante. Dans ce cas-là, la cavité de référence n'est plus la cavité de préstabilisation, mais le *Mode-Cleaner* lui-même. Au lieu d'agir sur la longueur de la cavité, c'est donc la fréquence du laser qui est modifiée.

Contrôle de la fréquence du laser

L'asservissement analogique utilisé possède une grande bande passante, de l'ordre de 10 à 100 kHz. C'est le même que celui qui a été utilisé pour le contrôle du prototype du *Mode-Cleaner* à Orsay [221, 220]. Il est très stable, avec un gain et une dynamique très élevés. Il a fallu tout de même réduire le décalage du signal d'erreur (voir figure 4.1), au moyen d'un circuit électronique supplémentaire. On peut facilement vérifier que la cavité est bien à la résonance : la puissance transmise est maximale, et le mode fondamental en résonance remplit la cavité de lumière, phénomène observable au moyen d'une caméra CCD. On peut voir sur la figure 4.11 un événement typique de *lock* du laser sur la cavité *Mode-Cleaner* : la puissance transmise (en haut) est maximale, et le signal d'erreur (signal de Pound-Drever-Hall) est conservé autour de la résonance.

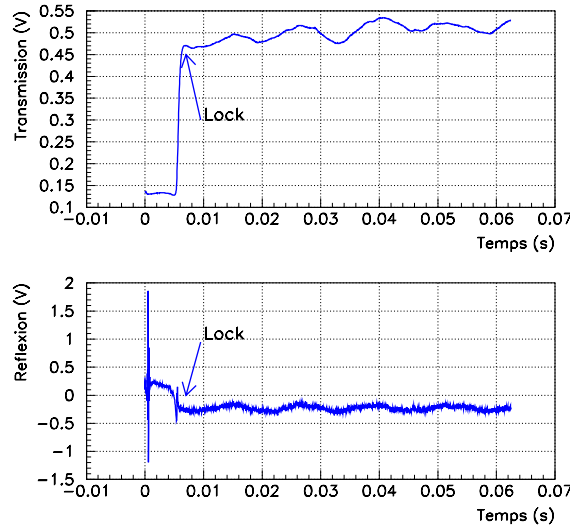


Figure 4.11: *Lock* du laser sur la cavité *Mode-Cleaner*. Haut : puissance transmise par la cavité maximale. Bas : signal d'erreur maintenu autour de la résonance.

Bruit sismique

Mesurer le mouvement résiduel de la masse *Mode-Cleaner* nous permet tout d'abord de connaître avec précision le gain de l'asservissement qui sera nécessaire pour maintenir la résonance, en contrôle longitudinal. Ensuite, cela permet de valider les mesures effectuées au moyen de contrôles locaux. Enfin, une telle mesure permet d'obtenir des informations très précises sur les différentes résonances présentes suivant z (contrôle longitudinal). On peut visualiser le bruit sismique en enregistrant le signal de correction envoyé aux piézoélectriques contrôlant la fréquence du laser, qui est véritablement une mesure des mouvements résiduels de la cavité.

Les résultats sont montrés sur les figures 4.12 et 4.13. On retrouve bien les mesures de la figure 4.10 : le bruit de longueur est $\sim 2\mu\text{m}$ (selon z) avec une vitesse résiduelle (RMS) de l'ordre de $\sim 4\mu\text{m.s}^{-1}$.

Actuateurs : Bobines

La fonction de transfert de bobines a été mesurée en asservissant la fréquence du laser sur la longueur de la cavité, en appliquant à l'entrée des amplificateurs des bobines une excitation sinusoïdale de fréquence variable, et en mesurant la correction envoyée aux piézoélectriques du laser, avec une calibration de $6\mu\text{m/V}$. On peut voir le résultat de la mesure sur la figure 4.14 : on discerne bien un comportement en $1/f^2$ à partir de la dernière résonance de la suspension ($\simeq 1\text{ Hz}$), et un comportement en $1/f^3$ à partir du pôle des amplificateurs des bobines ($\simeq 20\text{ Hz}$). La fonction de transfert de l'actuateur est environ $4 \times 10^{-8}\text{ m/V}$ à une fréquence de 50 Hz .

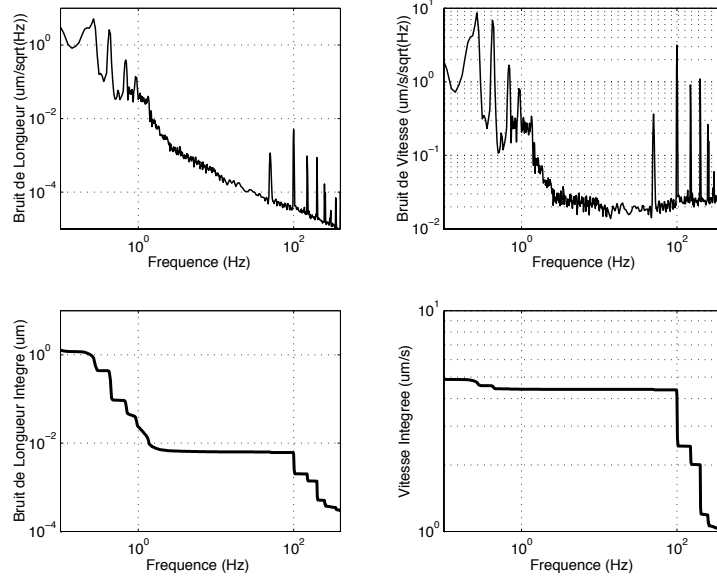


Figure 4.12: Haut : Bruit de longueur et bruit de vitesse selon z mesuré en asservissant le laser sur la cavité *Mode-Cleaner*, en fonction de la fréquence d'analyse. Bas : Mêmes quantités intégrées.

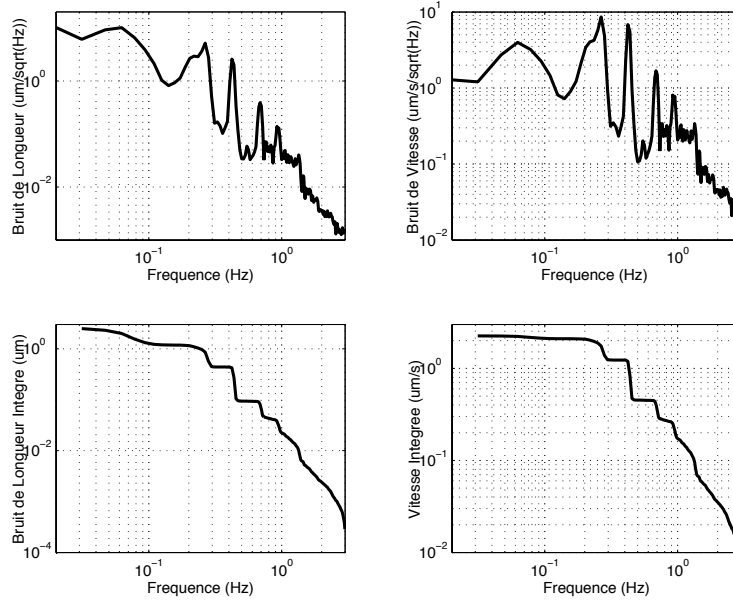


Figure 4.13: Haut : Bruit de longueur et bruit de vitesse selon z mesuré en asservissant le laser sur la cavité *Mode-Cleaner*, en fonction de la fréquence d'analyse. Détail pour les basses fréquences. Bas : Mêmes quantités intégrées.

Les composantes à basse fréquence des fonctions de transfert des bobines ont été mesurées au moyen des contrôles locaux (voir la figure 4.9 et le tableau 4.1). Le gain en continu est de l'ordre de 7.5×10^{-3} m/V.

Actuateurs : Piézoélectriques du miroir courbe

Pour avoir une bande passante d'asservissement plus importante, on peut choisir de contrôler la longueur de la cavité au moyen des piézoélectriques situés derrière le miroir courbe. Le gain en continu est de l'ordre de 1.5×10^{-7} m/V, et la fréquence de résonance se situe autour de 1.1 kHz (avec un facteur de qualité ~ 200). Comme on peut le voir sur la figure 4.15, la structure

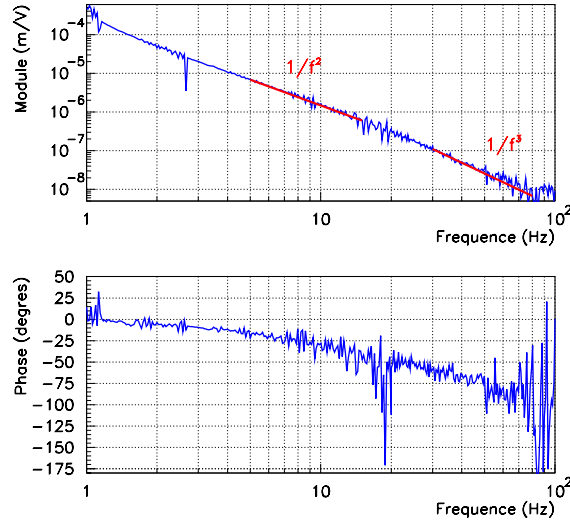


Figure 4.14: Fonction de transfert (module et phase) des bobines contrôlant le banc *Mode-Cleaner*. On remarque le comportement en $1/f^2$ à partir de la dernière résonance de la suspension ($\simeq 1$ Hz), et un comportement en $1/f^3$ à partir du pôle des amplificateurs des bobines ($\simeq 20$ Hz).

Pôle (Hz)	0.096	0.35	0.43	0.72	0.92
Facteur de Qualité	38	100	160	23	22
Zéro (Hz)	0.158	0.4	0.57	0.85	
Facteur de Qualité	38	120	40	60	

Tableau 4.1: Zéros et pôles de la fonction de transfert des bobines, à basse fréquence.

de la fonction de transfert, mesurée en asservissant la fréquence du laser sur la longueur de la cavité est complexe, et présente de nombreuses paires pôle/zéro [287] (de plus la mesure est très bruitée à haute fréquence). L'utilisation des piézoélectriques étant potentiellement plus bruyante que l'utilisation des bobines seules, nous avons donc choisi dans un premier temps de ne contrôler la cavité qu'au moyen des bobines.

4.4 Contrôle longitudinal de la cavité *Mode-Cleaner*

Asservir la fréquence du laser sur la longueur du *Mode-Cleaner* pour rendre la cavité résonnante et ainsi obtenir une puissance transmise maximale n'est pas suffisant pour obtenir toutes les caractéristiques de filtrage propres à une telle cavité. La condition de résonance est obtenue en agissant sur la longueur de la cavité, au moyen des bobines qui agissent sur le banc sur lequel est fixé la masse courbe, uniquement suivant la direction de l'axe du faisceau (axe z). Pour cela, la fréquence du laser est comparée à la fréquence de résonance du *Mode-Cleaner* grâce à la technique de Pound-Drever. Une photodiode reçoit le faisceau réfléchi par la cavité, signal qui est ensuite démodulé à environ 14 MHz grâce à un mélangeur.

Ensuite, le signal de Pound-Drever est envoyé au serveur *LockMC* contenant les coefficients du filtre compensateur qui va permettre le contrôle du banc suspendu *Mode-Cleaner*. Finalement, les corrections calculées par le serveur sont envoyées aux amplificateurs des bobines contrôlant le banc suspendu. Les aimants placés sur le banc sont soumis au champ créé par les bobines, et le banc se déplace suivant la direction voulue (uniquement z en l'occurrence).

La variation de longueur obtenue peut être vue comme une variation de la fréquence de résonance de la cavité, qui doit compenser le décalage en fréquence $\delta\nu$. Nous allons ici décrire la stratégie de contrôle utilisant les bobines comme actuateurs. C'est en effet celle-ci que nous avons

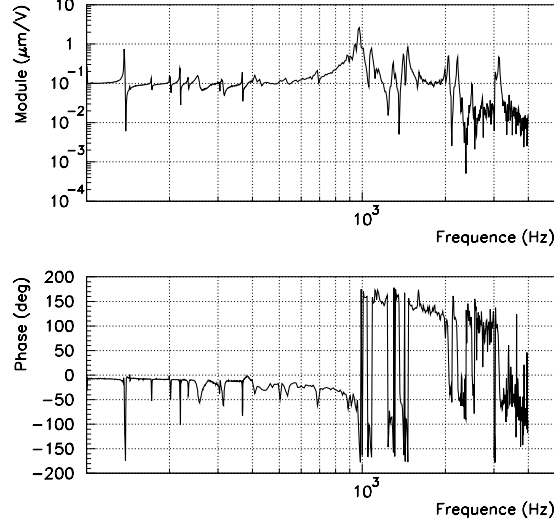


Figure 4.15: Fonction de transfert (module et phase) des actuators piézoélectriques contrôlant le miroir courbe. On peut y voir de nombreuses paires pôles/zéros.

utilisée pour les mesures présentées dans la suite. En outre, on verra plus loin que la solution utilisant les piézoélectriques du miroir courbe comme actuators se révèle être une source de bruits supplémentaires.

4.4.1 Optique

On suppose ici qu'un filtre de densité placé devant la photodiode enregistrant le signal réfléchi par la cavité permet d'obtenir le courant maximum (6 mA) des photodiodes lorsque la cavité n'est pas à la résonance, et qu'environ 10 % de la lumière est réfléchi dans le cas où la cavité est à résonance (courant $\simeq 0.6$ mA).

La tension du signal démodulé peut être reliée à la variation de longueur de la cavité par la relation [288]:

$$V(t) = R_{imp} \eta P_{in} G_{mix} 4J_o(m) J_1(m) \frac{4\mathcal{F}}{\lambda} l(t) \quad (4.19)$$

avec $R_{imp} \simeq 6k\Omega$, η représente la conversion de puissance en courant ($\simeq 0.8$ A/W), ηP_{in} représentant le courant continu lorsque la cavité est à la résonance (0.6 mA). \mathcal{F} est la finesse de la cavité, et m l'indice de modulation à 14 MHz. On prend $m = 0.4$ pour le laser maître et donc $m = 0.04$ après injection. L'efficacité du mélangeur est $G_{mix} \simeq 0.5$ V/V.

Le gain optique de la cavité est donc $G_{DC} \simeq 5.4 \times 10^9$ V/m, avec un pôle de la cavité à 500 Hz (pour une finesse de 1000).

Bruits

Le bruit de photon est $\tilde{i} = \sqrt{2eI_{DC}}$ (avec $I_{DC} = 0.6$ mA), soit donc [288]:

$$\tilde{i} \simeq 14 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.20)$$

Le bruit électronique a été mesuré comme étant:

$$\tilde{i} \simeq 9 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.21)$$

Dynamique

La valeur pic autorisée pour le signal Pound-Drever-Hall est donc $G_{mix} \times G_{opt} \times \text{HWHM} \simeq 0.5 \times 5.4 \times 10^9 \times 250 \times 10^{-12} \simeq 0.68$ V.

4.4.2 Correcteur

Le retard induit par le correcteur est (voir chapitre précédent) $T_{retard} = T_{ech}/2 + 110\mu s$, avec T_{ech} la période d'échantillonnage. La fonction de transfert du correcteur est typique d'un système numérique :

$$c_{\tilde{corr}} = \frac{\sin(\pi \frac{f}{f_{ech}})}{\pi \frac{f}{f_{ech}}} \quad (4.22)$$

et il faut aussi tenir compte du pôle des ADC.

Bruits

Les bruits dans le cas du correcteur sont ceux des ADC et des DAC. Ce niveau de bruit a été mesuré comme étant [288] :

$$\begin{cases} \text{ADC:} & \tilde{V} \simeq 25\mu V/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{à l'entrée des ADC} \\ \text{DAC:} & \tilde{V} \simeq \frac{6\mu V}{\sqrt{f}}/\sqrt{\text{Hz}} \quad \text{jusqu'à 3 kHz, et plat au-dessus} \end{cases} \quad (4.23)$$

Dynamique

Les ADC utilisés sont des ADC 12 bits (± 5 V), d'une résolution de 2.4 mV. Les DAC utilisés quand à eux sont des DAC 13 bits, d'une résolution de 1.2 mV.

4.4.3 Bobines

La fonction de transfert des bobines, actuateurs que nous allons utiliser dans la suite, a déjà été présentée dans le paragraphe 4.3. Nous ne nous intéresserons ici qu'aux aspects de bruits et de dynamique des bobines.

Bruits

La fonction de transfert de niveau de bruit des amplificateurs (en déplacement) peut être écrite sous la forme :

$$\tilde{V}^2 \simeq 50^2 \left(\frac{284}{f^{0.6}} \right)^2 V^2/\sqrt{\text{Hz}} \quad (4.24)$$

Dynamique

Les amplificateurs peuvent tolérer une tension maximale, en entrée et en sortie, égale à ± 20 V, avec une bande passante d'environ 100 kHz. D'autre part, les bobines supportent un courant maximum de 3 A, pour une puissance d'environ 55 W. Enfin, l'intervalle de correction mécanique est ± 15 mm (si le banc est initialement centré).

4.4.4 Conception du Filtre Compensateur

Nous possédons maintenant tous les éléments pour concevoir la boucle du contrôle longitudinal de la cavité *Mode-Cleaner*. Nous allons décrire ici la solution qui se base sur les bobines pour contrôler le banc, et amener la cavité à la résonance. Il a aussi été envisagé d'utiliser les piézoélectriques contrôlant le miroir courbe lui-même, mais c'est une solution que nous ne décrivons pas ici, puisque ce n'est pas celle que nous avons utilisée.

Optique

L'intervalle spectral libre est $ISL = \frac{c}{2L} \sim 10^6$ Hz, et la cavité est caractérisée par un pôle à la fréquence $\frac{c}{4\mathcal{F}L}$ soit ~ 5 kHz. Le gain "optique" (voir la figure 4.16), pour un signal de 2 V (crête à crête V_{pic}) est donc :

$$G_{opt} = \frac{V_{pic}}{\lambda/2\mathcal{F}} \sim 4 \times 10^8 \quad (4.25)$$

La largeur de la résonance en basse finesse est $\sim 5 \times 10^{-9}$ m et le temps de réponse du système numérique est $T_{response} \sim \frac{1}{f_u}$ où f_u est la fréquence de gain unité du système correcteur.

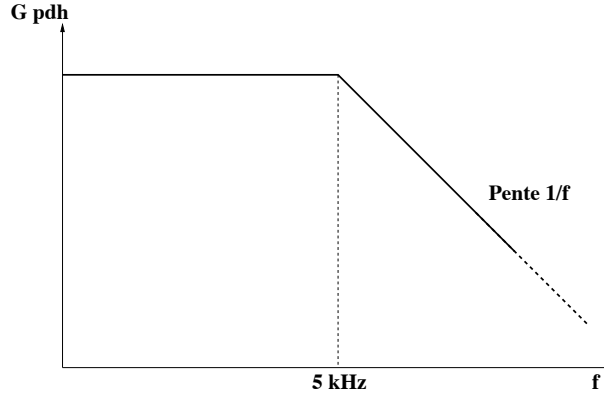


Figure 4.16: Fonction de transfert optique de la cavité, caractérisée par un pôle à 5 kHz.

Actuateurs

Les bobines ont été caractérisées par le pôle (à ~ 20 Hz) de leur amplificateurs et, par des paires pôles/zéros à basse fréquence, suivies par la résonance du mode pendule des suspensions à ~ 1 Hz, avec un gain en continu de l'ordre de quelques mm/V (voir la figure 4.17).

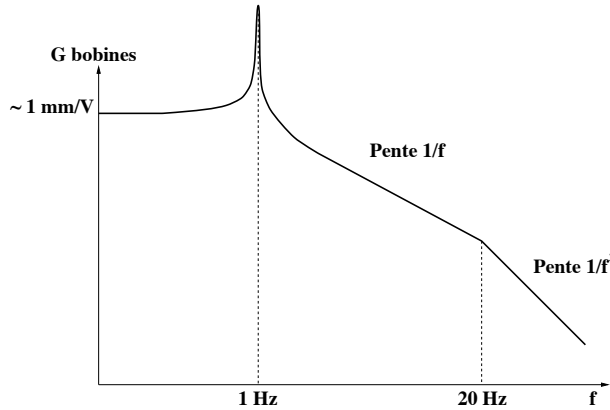


Figure 4.17: Fonction de transfert des bobines + amplificateurs (échelle log-log).

Spécifications sur le gain du correcteur

En se fixant un gain unité de l'ordre de 50 Hz, le gain en boucle ouverte doit avoir un comportement en $1/f$ autour de $f_u \sim 50$ Hz pour garantir la stabilité du système d'asservissement². Sans correcteur, le bruit sismique provoque des déplacements selon z de l'ordre de quelques μ m pour des

²C'est un critère empirique pour obtenir un asservissement stable. La condition rigoureuse de stabilité d'un asservissement est que la fonction de transfert en boucle fermée doit avoir tous ses pôles à partie réelle négative. Le critère de pente en $1/f$ autour du gain unité implique en fait une condition sur les racines de la fonction de transfert en boucle fermée.

fréquences autour de 1 Hz. La largeur de la résonance étant 5 nm, imposer la condition suivante sur les variations de longueur de la cavité δL en présence du correcteur :

$$\delta L \lesssim 1 \text{ nm} \quad (4.26)$$

implique que le compensateur doit posséder un gain $G_{BO} \geq 5000$ (boucle ouverte). Le système Signal Pound-Drever-Hall - Bobines a d'après les paragraphes précédents un gain de l'ordre de 4×10^5 à 1 Hz. La fonction de transfert résultante est montrée sur la figure 4.18.

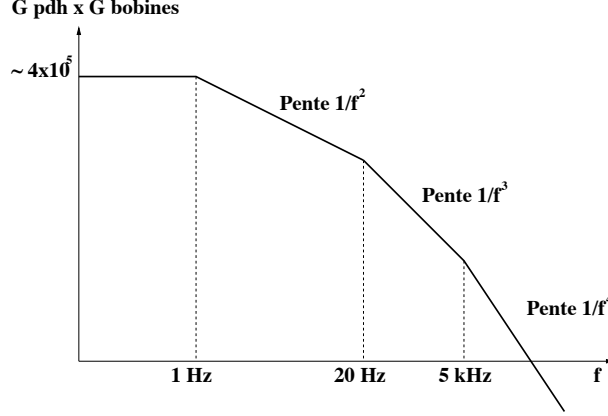


Figure 4.18: Fonction de transfert du système actuateurs + signal de PDH (échelle log-log). Elle prend en compte la mécanique (résonances des suspensions).

On peut écrire :

$$G_{BO} = G_{corr} \times G_{opt} \times G_{bobine} = G_{corr} \times G_{sys} \quad (4.27)$$

G_{sys} désignant le produit $G_{opt} \times G_{bobine}$. On en déduit que $G_{corr} = \frac{G_{BO}}{G_{sys}}$. On doit croiser le gain unité avec une pente en $1/f$; cela implique une pente en $1/f^n$ pour $f \in [1, f_0]$ avec f_0 à définir, et $1/f$ au-delà. La condition sur le gain à 1 Hz pour la boucle ouverte implique donc, puisque le gain à $f_0 = 7$ Hz (par exemple) vaut ~ 1 :

$$\frac{G(1\text{Hz})}{G(7\text{Hz})} \geq \frac{5000}{7} = 7^n \quad (4.28)$$

On obtient donc que $n \geq 4$ pour le gain en boucle ouverte entre 1 Hz et $f_0 = 7$ Hz (comportement en $1/f^4$).

Le gain en boucle ouverte ainsi que la fonction de transfert du correcteur établis ici sont montrés dans les figures 4.19 et 4.20.

Résultats

Les tentatives d'accrochage de la résonance, même avec une basse finesse, n'ont rien donné pour le moment. Ces tentatives, avec ou sans *trigger* sur la puissance transmise (technique qui avait permis d'asservir le prototype d'Orsay [282, 283] avec un filtre analogique en basse finesse) se sont toujours manifestées sous la forme d'une excitation du banc suspendu.

C'est sans doute une convergence de problèmes à ce moment-là qui a empêché toute acquisition : des problèmes *software* corrigés au fur et à mesure, le bruit de fréquence du laser libre autour de 100 Hz, ainsi que de fortes résonances autour de 50 Hz. Cet ensemble de problème a empêché toute acquisition de la résonance et n'a pas permis l'application de la méthode des impulsions.

Cela peut aussi aller dans le sens des observations faites dans le chapitre 3 de cette même partie, concernant l'acquisition de la résonance avec un système numérique. On a ainsi pu voir que l'acquisition est quasiment impossible avec un *trigger* sur la puissance transmise, à cause du nombre de points trop faibles autour de la résonance. De telles tentatives de *locks* se traduisent

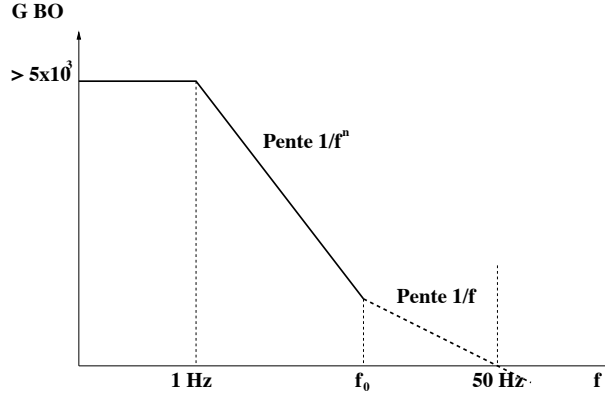


Figure 4.19: Fonction de transfert du système en boucle ouverte (échelle log-log).

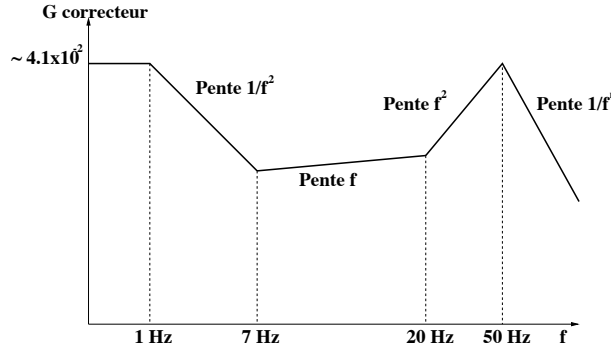


Figure 4.20: Fonction de transfert du système correcteur (échelle log-log).

par une excitation du système. En revanche, sans *trigger* sur la puissance transmise, l'acquisition a été possible sur des temps de l'ordre de 7 minutes. Malheureusement, les essais de *locks* n'ont pas duré aussi longtemps, puisque toute tentative ratée au bout de quelques dizaines de secondes était arrêtée à cause de l'excitation dangereuse du banc suspendu.

La méthode des impulsions n'a pour le moment pas été testée sur la cavité *Mode-Cleaner* de VIRGO. Cependant, même si la cavité ne peut être amenée à résonance, les mouvements de la masse *Mode-Cleaner* peuvent être amortis, et cette expérience particulière nous a permis de tester plus avant le fonctionnement du système *software* de contrôle de la cavité.

4.4.5 Amortissement de la masse *Mode-Cleaner*

En asservissant la fréquence du laser, on peut utiliser le signal de correction qui est envoyé aux piézos contrôlant le laser, qui est une mesure des fluctuations de longueur du *Mode-Cleaner*, pour amortir ces fluctuations. Un filtre dérivateur, dont les coefficients (pôles, zéros et coefficients de qualité des résonances) peuvent être fixés grâce au client *LockMC*, a été utilisé dans ce but : ce choix semble judicieux, puisqu'un tel filtre calcule une correction qui est, en première approximation, proportionnelle à la vitesse d'expansion de la cavité.

En utilisant un filtre simple, composé d'un zéro à 0.1 mHz et d'un pôle résonnant à 10 Hz ($Q \simeq 0.7$) agissant sur le miroir courbe (fréquence de gain unité ~ 5 Hz), on a observé qu'une telle technique permettait effectivement d'amortir les mouvements relatifs de la cavité. Sur la figure 4.21, on peut voir l'effet d'une variation du gain de l'asservissement sur le mouvement de la masse. La partie supérieure représente le signal de correction envoyée au laser, qui est une mesure des fluctuations de longueur de la cavité. La partie inférieure représente la correction envoyée aux bobines.

Dans la première partie des figures, le signal envoyé aux bobines est uniquement celui des contrôles locaux. On peut voir que cette correction est bruitée à haute fréquence. Ensuite, aucune correction n'est appliquée aux bobines : la masse *Mode-Cleaner* est soumise uniquement au bruit sismique, et le signal de correction du laser traduit les résonances de la suspension.

Dans la troisième partie des figures, le filtre dérivateur est appliqué : la correction envoyée au

laser diminue sensiblement, traduisant un amortissement des mouvements résiduels de la masse. Dans la quatrième partie des figures, le gain sur le filtre dérivateur est multiplié par un facteur 10 : la correction envoyée au laser diminue encore, l'amortissement de la masse est donc plus important. Dans la dernière partie des figures, le signe de la correction est changée et le système devient instable au bout de quelques secondes, puisque le signal de correction envoyé au laser augmente dramatiquement, jusqu'au décrochage du servo linéaire du *lock* du laser sur la cavité.

On remarque en outre dans les troisième et quatrième parties des figures que le signal de correction envoyé aux bobines est extrêmement faible, de la valeur d'un bit de DAC (pour la troisième partie).

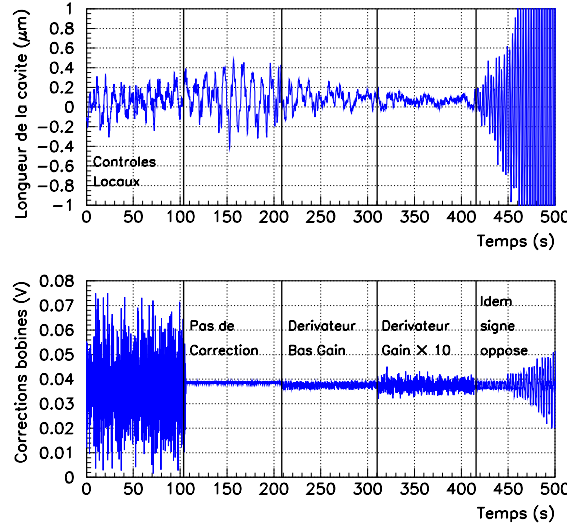


Figure 4.21: Longueur de la cavité (en fait, signal de correction envoyé aux piézos du laser) en μm (haut), et signal de correction envoyé aux bobines contrôlant le banc suspendu *Mode-Cleaner* en Volts (bas). Le signal de correction à appliquer au banc suspendu est calculé à partir du signal de correction des piézos du laser. Dans la première partie, le signal de correction est uniquement celui des contrôles locaux. Dans la deuxième partie, aucune correction n'est envoyée aux bobines. Dans la troisième partie, un filtre dérivateur est appliqué, avec un gain peu élevé. Dans la quatrième partie, le gain est multiplié par 10, et l'amortissement du miroir est plus important. Dans la dernière partie, le gain du filtre a un signe opposé, et les mouvements du miroir courbe deviennent instables.

Le but de cette simple série de mesures était de fixer une fois pour toutes le signe de la correction à appliquer pour amortir les mouvements résiduels du miroir. On a ainsi pu voir qu'un tel amortissement fonctionne, validant ainsi le serveur *LockMC* comme maître d'oeuvre du contrôle du *Mode-Cleaner*. Le bruit de longueur résultant, ainsi que le bruit de longueur obtenu pour le laser libre (bruit de fréquence reconverti en longueur équivalente pour le *Mode-Cleaner*) ou les contrôles locaux (gain au minimum), sont reproduits sur la figure 4.22. On voit bien la résonance de boucle à 5 Hz, et qu'ailleurs les fluctuations suivent le bruit de fréquence du laser libre. Une action de contrôle sur le miroir courbe, pour amortir les mouvements résiduels de la cavité, est donc possible en utilisant l'architecture de *LockMC*.

4.5 Une nouvelle topologie

Dans la topologie actuelle de contrôle de la cavité, la fréquence du laser est asservie sur la longueur de la cavité de référence avec une bande passante $\simeq 100$ kHz, en utilisant la lumière réfléchie par la cavité de référence. Ensuite, la longueur du *Mode-Cleaner* doit être asservie sur la longueur d'onde du laser, en utilisant la lumière réfléchie par la cavité, avec un servo de bande passante 50 Hz.

Il a été imaginé une autre stratégie de contrôle [289], qui consiste à asservir la longueur d'onde du laser sur la cavité *Mode-Cleaner*, avec une bande passante de 300 kHz, en utilisant la lumière

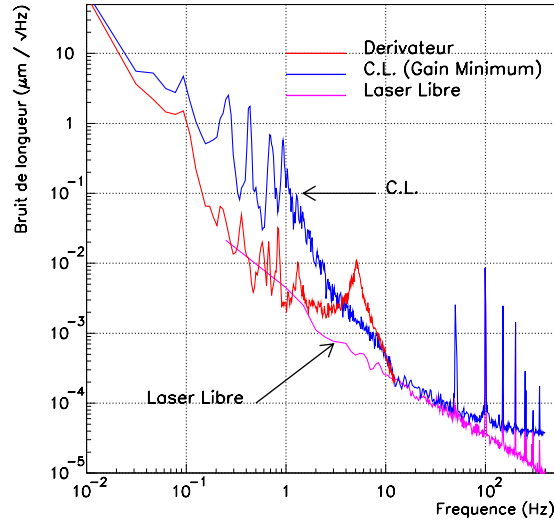


Figure 4.22: Bruit de longueur du *Mode-Cleaner* (en $\mu\text{m}/\sqrt{\text{Hz}}$) obtenu en fonction de la fréquence, pour le laser libre, la cavité étant contrôlée avec les contrôles locaux uniquement (gain au minimum), et le filtre dérivateur précédemment décrit, ayant été calculé à partir du signal de correction envoyé aux piézos du laser.

réfléchi par la cavité *Mode-Cleaner*, puis d'asservir la longueur du *Mode-Cleaner* sur la cavité de référence, avec une bande passante de 50 Hz. L'avantage d'une telle technique est que la largeur de la résonance dans le cas de la cavité de référence est d'environ $0.25 \mu\text{m}$ au lieu de 0.5 nm dans le cas d'une finesse 1000. L'intervalle spectral libre est de $250 \mu\text{m}$ au lieu de $0.5 \mu\text{m}$. L'acquisition de la résonance devrait donc être logiquement plus facile.

4.5.1 Présentation

La figure 4.23 montre le schéma de principe de cette nouvelle configuration de contrôle [289]. En haut à droite, on montre comment le laser est asservi sur la longueur de la cavité *Mode-Cleaner*. Puis le signal d'erreur de la cavité de référence est utilisé pour asservir la longueur du *Mode-Cleaner* sur celle de la cavité ULE. Nous allons maintenant détailler les implications de cette configuration en terme de stabilité en fréquence et en puissance, par rapport à la configuration classique. On verra plus loin que ce ne sont pas les seules à prendre en compte.

Stabilité en fréquence

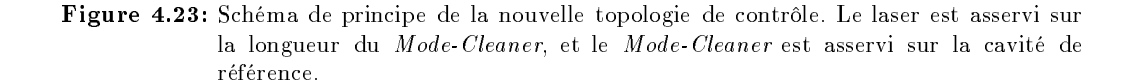
Pour des hautes fréquences (de 10 Hz à 15 kHz), si le laser est asservi sur la cavité de référence ULE, la stabilité en fréquence en sortie du *Mode-Cleaner* est :

$$\tilde{\nu} \geq \max \left(\tilde{l}_{CRef} \frac{\nu_0}{L_{CRef}}, \tilde{l}_{MC} 8\pi \frac{\mathcal{F}}{\lambda} f \right) \quad (4.29)$$

avec ν_0 la fréquence du laser, \tilde{l}_{CRef} la densité spectrale linéaire de la variation de longueur de la cavité de référence (idem pour \tilde{l}_{MC} pour le *Mode-Cleaner*). Dans le cas où le laser est asservi sur la longueur du *Mode-Cleaner*, la stabilité en fréquence est :

$$\tilde{\nu} = \tilde{l}_{MC} \frac{\nu_0}{L_{MC}} \quad (4.30)$$

Pour des fréquences $\lesssim 1 \text{ Hz}$, la cavité ULE devient une référence pour des fluctuations à long terme. Le gain de boucle à 1 Hz peut être réduit pour asservir la longueur de la cavité sur la cavité de référence, mais la conception du filtre compensateur n'est pas modifiée.



Pour remplir les spécifications présentées dans le chapitre 2 de cette même partie, à savoir :

on a vu que les variations de longueur de la cavité selon z devaient être inférieures à 20 pm. Dans le cas où le laser est asservi sur le *Mode-Cleaner*, la bande passante est 1 MHz, et le gain disponible est très important. À l'inverse, dans le cas où le *Mode-Cleaner* est asservi sur la longueur d'onde du laser, l'atténuation du bruit est pratiquement nulle au-dessus de quelques Hz.

D'autre part, les temps de passage par la résonance (pour la cavité actuelle avec $\mathcal{F} \simeq 100$) sont de l'ordre de 0.1 ms, et le temps de réponse du système numérique est de l'ordre de quelques ms. Dans cette solution alternative, la cavité de référence a une haute finesse mais une raie de résonance plus large, et les temps de passage à la résonance seraient plutôt de l'ordre de 0.2 s (au maximum). Ces temps estimés doivent être confirmés par des mesures précises. D'autre part, il faut noter que la technique des impulsions a justement été implémentée dans l'architecture de contrôle pour faciliter l'acquisition de la résonance.

Les propriétés de filtrage d'une cavité maintenue à résonance en utilisant cette stratégie de contrôle, ainsi que les stabilités en puissance et en fréquence que l'on peut atteindre, sont donc *a priori* les mêmes que dans la topologie de contrôle classique. L'acquisition de la résonance paraît en outre plus facile ; cette technique ne demandant pas de modifications de matériel ou d'architecture du contrôle numérique, elle a logiquement été testée.

Le signal PDH observé possède une amplitude crête à crête d'environ 20V (on a rajouté un amplificateur $\times 10$). La finesse de la cavité de référence a été mesurée à environ $\simeq 1150$. La calibration du signal d'erreur est donc 85×10^{-6} V/Hz. Le filtre compensateur utilisé est composé d'une paire pôle/zéro (0.01 Hz, 1 Hz) et (500 Hz, 20 Hz), ainsi que d'un pôle à 500 Hz. Le gain en boucle ouverte est en $1/f$ sur une large plage de fréquence. Le gain à 1 Hz est faible (c'est une raison pour laquelle la topologie classique ne fonctionnait pas), mais la grande largeur en fréquence

de la raie de résonance de la cavité de référence compense la faiblesse du gain. Dans la topologie classique, des oscillations non prévues ont empêché le rajout d'intégrateur supplémentaires.

On peut voir sur les figures suivantes les signaux d'erreur et de correction de l'asservissement (figure 4.24), ainsi que la fonction de transfert mesurée du correcteur numérique utilisé (figure 4.25). On peut voir sur ces premières figures que le problème principal est ici le manque de gain à 1 Hz (courbe en haut à gauche). L'augmentation du gain provoque l'apparition de résonances à plusieurs centaines de Hz, qui font décrocher l'asservissement. La bande passante est ici trop faible pour que des intégrateurs puissent être rajoutés. On remarque la forte amplitude des résonances autour de 50 Hz, qui a empêché tout contrôle durable de cavité (i.e. sur un temps supérieur à plusieurs minutes).

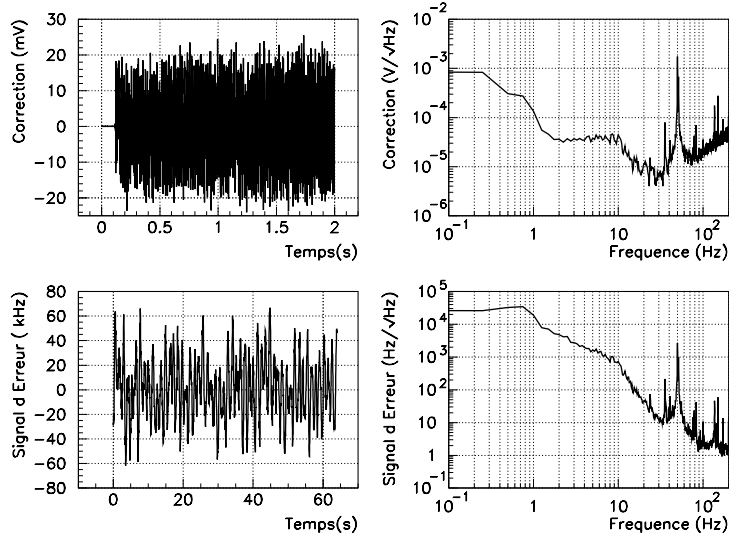


Figure 4.24: Résultats du premier *lock* du *Mode-Cleaner* sur la cavité de référence. On peut voir à gauche le signal d'erreur en Hz (en bas) et le signal de correction en V (en haut) en fonction du temps. À droite, on donne les densités spectrales linéaires correspondantes.

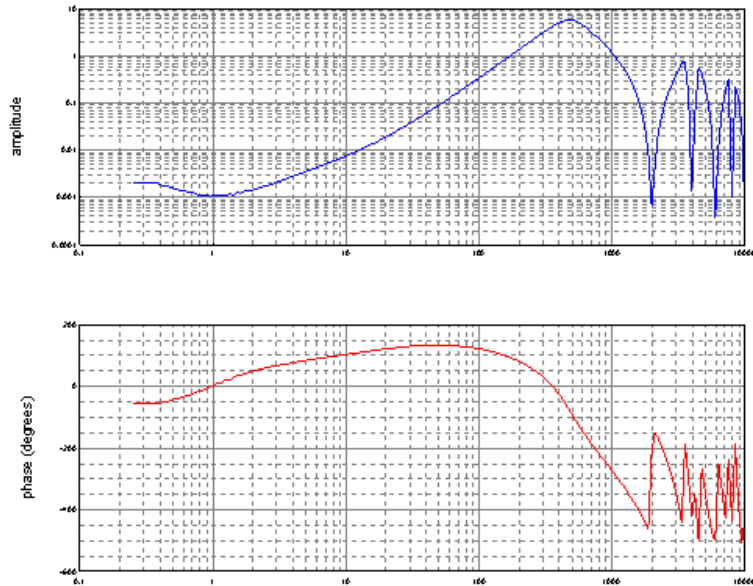


Figure 4.25: Fonction de Transfert mesurée du correcteur numérique. On peut voir les zéros à 1 et 20 Hz, ainsi que les pôles à 500 Hz (grâce aux changements de pente qu'ils provoquent dans la fonction de transfert).

4.5.3 Diagonalisation de degrés de liberté

En contrôlant le miroir courbe (masse *Mode-Cleaner*), on a pu observer un couplage fort entre les rotations autour de l'axe des suspensions θ_y et l'axe z . En d'autres termes, le contrôle longitudinal des mouvements du banc provoquait des oscillations du banc autour de l'axe vertical, qui, à terme, pouvaient faire perdre le contrôle local du banc, ou faire décrocher le *lock* du laser sur la cavité. Le mouvement selon z est induit par une correction envoyée à deux bobines contrôlant le banc (voir la figure 4.26). Le serveur *LockMC* se charge de répartir la force sur les deux bobines. Il est donc possible de changer cette répartition des forces au moyen d'une matrice de mélange. La valeur de θ_y a été mesurée au moyen d'un DAC espion.

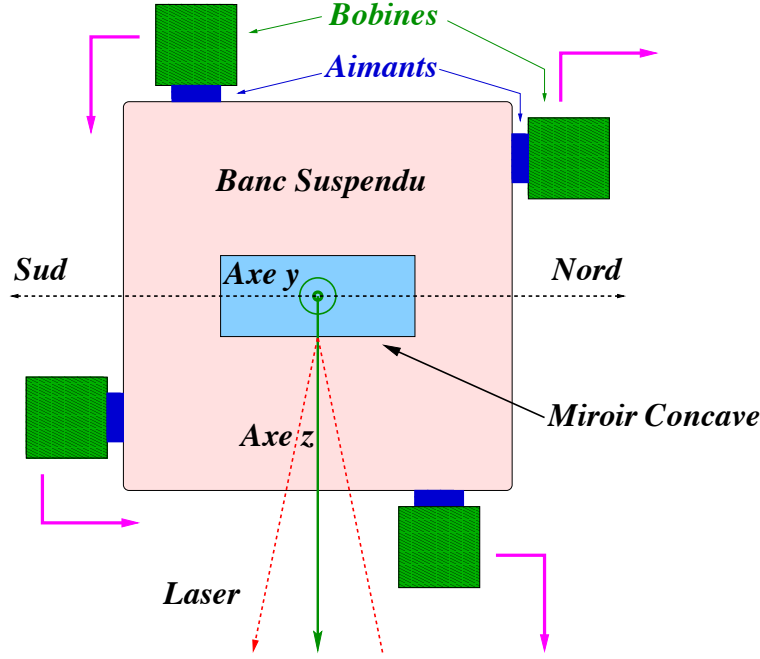


Figure 4.26: Répartition des forces entre deux bobines pour contrôler l'axe z du banc *Mode-Cleaner*. On voit qu'une différence d'amplitude entre les deux corrections sur les bobines contrôlant z va induire une rotation autour de l'axe θ_y des suspensions.

L'étude s'est concentrée autour de 1 Hz. On envoie ainsi une perturbation de 0.1 V entre 0.9 et 1.1 Hz, sur les bobines contrôlant la direction longitudinale. On mesure la fonction de transfert (autour de 1 Hz) entre l'excitation envoyée sur z et le déplacement en θ_y . Initialement, les coefficients répartissant les forces sur les deux bobines sont ± 1 . On a donc modifié ce couplage, en faisant varier l'écart entre les coefficients déterminant la répartition des forces. Les résultats (module et phase de la fonction de transfert) sont montrés dans la figure 4.27.

Cette figure montre le couplage entre z et θ_y pour différentes valeurs de la différence entre les coefficients de mélange entre les deux bobines contrôlant la direction z . On a normalisé le résultat par le couplage observé lorsque les deux coefficients sont égaux à 1. On remarque l'existence d'un minimum pour le module de la fonction de transfert, et ce module est réduit d'un facteur ~ 3 si les deux coefficients sont égaux à $\sim \pm 0.9465$ et $\sim \mp 1.0535$ au lieu de ± 1 . La phase subit un déphasage brutal de 180 degrés, et est égale à zéro lorsque le module du couplage est minimum.

Des paires pôles/zéros, probablement dues à des couplages entre degrés de liberté (θ_x et θ_y , voir [285]), peuvent éventuellement provoquer des instabilités. D'autre part, la valeur de θ_y est mesurée au moyen des contrôles locaux, qui mesurent en fait un couplage entre z et θ_y . La réduction du couplage mesurée ici est donc au moins d'un facteur 3. Il faut noter que l'influence sur les autres degrés de liberté de ce découplage $z - \theta_y$ n'a pas été étudiée, mais aucune instabilité particulière n'a été observée à la suite de ce changement.

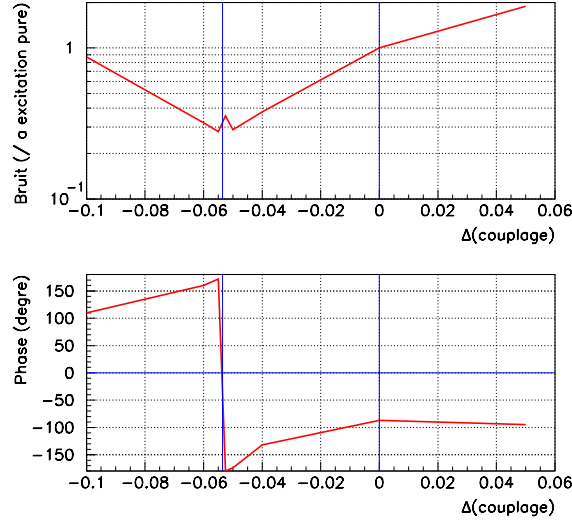


Figure 4.27: Module et phase de la fonction de transfert mesurée entre z et θ_y (autour de 1 Hz), en fonction de la différence de coefficients de la matrice de mélange entre les bobines contrôlant la direction z . On remarque un minimum dans l'évolution de l'amplitude, et une variation de 180 degrés de la phase autour de ce minimum.

4.5.4 Résonances et bruits à 50 Hz

On a pu voir que l'asservissement de la cavité *Mode-Cleaner* sur la cavité de référence a fait apparaître de nombreuses résonances autour de 50 Hz. La fréquence de gain unité n'a donc pas pu être portée au-delà de 20 Hz, et le gain résultant à 1 Hz est trop faible pour que la boucle soit stable, et la résonance est perdue au bout de quelques minutes. Dans [286], on peut trouver une étude complète de ce problème. Il a pu être montré que ce qui était mesuré autour de 50 Hz était un bruit de longueur de la cavité, et non pas un bruit d'origine électrique : c'est donc un problème d'origine mécanique, localisé dans les suspensions ou dans les piézoélectriques contrôlant le miroir courbe. La présence des nombreuses résonances dans les fonctions de transfert des piézoélectriques suggérait déjà qu'une solution de contrôle reposant sur ces actuateurs est à proscrire.

Depuis, il semble que la nature des résonances autour de 50 Hz a été identifiée. Il s'agit de résonances dans le fil reliant la marionnette au banc suspendu. Des modifications seront apportées au système au courant du printemps 2001.

4.6 Discussion

Le *Mode-Cleaner* de VIRGO a donc pu être amené à résonance, et le contrôle a pu être conservé pendant plusieurs minutes. La fréquence de gain unité est pour le moment trop faible, dans cette topologie alternative, pour que le gain de boucle à 1 Hz soit suffisant. En conséquence, une activité humaine et mécanique importante autour de la salle laser et du bâtiment *Mode-Cleaner*, en journée, diminue considérablement la durée des périodes pendant lesquelles la cavité peut être maintenue à résonance.

La nouvelle topologie de contrôle introduite ici semble prometteuse. Pourtant, les implications quant à la stabilisation en fréquence pour VIRGO (où VIRGO sert de référence à haute fréquence pour le laser) ne sont pas encore claires.

Cette topologie nous a pourtant permis pour la première fois d'amener et de conserver le *Mode-Cleaner* de VIRGO à la résonance pour plusieurs minutes. En outre, elle nous a permis d'effectuer des mesures qui ont mis en évidence des résonances très fortes autour de 50 Hz. L'identification de la nature de ces résonances, localisées dans les suspensions de la tour *Mode-Cleaner*, permettra rapidement un contrôle stable et fiable de la cavité. Le nouveau miroir (correspondant à une finesse $\simeq 1000$) devrait être installé dans le courant du printemps 2001, et des tests de la technique des

impulsions présentées dans le chapitre précédent, devraient avoir lieu. Cette technique permettra alors peut-être une acquisition rapide et robuste de la résonance du *Mode-Cleaner*, première cavité suspendue en fonctionnement dans l'expérience, dans une topologie classique d'asservissement.

4.7 Résumé des résultats importants

Les propriétés importantes de la cavité *Mode-Cleaner* de VIRGO ont été mesurées. Ainsi, la basse finesse mesurée résulte de la qualité du miroir installé, et le spectre des modes, ainsi qu'une nouvelle méthode de mesure, ont permis de confirmer que le rayon de courbure du miroir installé n'était pas celui attendu.

Les fonctions de transfert mesurées sur le site ont permis de concevoir un filtre compensateur pour le contrôle longitudinal de la cavité. Même si une topologie classique n'a pas fonctionné, un amortissement des mouvements résiduels du miroir courbe a pu être réalisé, validant ainsi le *software* développé dans cette thèse destiné au contrôle de la cavité.

Une nouvelle topologie d'asservissement a été testée pendant ces quelques mois de travail sur le *Mode-Cleaner*: elle a permis de découpler les degrés de liberté z et θ_y , réduisant le couplage d'un facteur 3. D'autre part, pour la première fois, la cavité a été conduite à la résonance, ce qui a permis de mettre en évidence de nombreuses résonances autour de 50 Hz, en cours de traitement.

Conclusion



LE DÉTECTEUR VIRGO devrait être opérationnel au cours de l'année 2003. Car VIRGO est bien un détecteur, et non pas un simple télescope gravitationnel. Une analyse efficace et fiable de ses données requiert en effet une connaissance approfondie du fonctionnement et des performances de chacun de ses sous-systèmes, des sources de bruits parasites qui peuvent intervenir à tous les niveaux, entre la source laser et l'acquisition des données. On peut se dire qu'une étude des signaux en coïncidence obtenus par LIGO et VIRGO par exemple résout en partie ce problème, et permettra de s'affranchir de cette connaissance du détecteur dans l'analyse des données. Il n'en est rien : ainsi, des études récentes montrent que des particules tombant devant le faisceau dans les tubes à vide de 3 km de VIRGO pourraient occasionner jusqu'à 1 fausse détection en coïncidence par an entre les deux détecteurs. Ce n'est qu'en appréhendant VIRGO comme un détecteur à part entière que l'analyse des données d'un tel appareil sera un jour couronnée de succès.

Avant la mise en fonctionnement de VIRGO, l'étape intermédiaire que représente l'interféromètre central sera abordé dans le courant de l'année 2001. En pratique, son *commissioning* a déjà commencé. Les suspensions sont en cours d'alignement, les logiciels de contrôle sont testés les uns après les autres, pendant que le *Mode-Cleaner* se prépare à fournir le faisceau au reste de l'interféromètre.

Dans cette thèse, nous avons abordé deux aspects du contrôle du *Mode-Cleaner* de VIRGO : l'acquisition de la résonance de la cavité et son contrôle longitudinal. L'acquisition de la résonance est un problème qui peut se révéler critique, surtout dans le cas d'une cavité de grande finesse (largeur de la résonance étroite) contrôlée par un système numérique (fréquence d'échantillonnage petite). Comme on a pu le voir, un système numérique peut conserver le contrôle longitudinal de la cavité mais est incapable de l'amener seul à la résonance.

Une méthode conçue dans ce but a été testée par des simulations simples d'une cavité Fabry-Perot de haute finesse ; cette technique itérative repose sur l'estimation de la vitesse d'expansion de la cavité autour de la résonance et sur l'application d'une force proportionnelle à cette vitesse sur le banc suspendu sur lequel se trouve le miroir courbe de la cavité, pour le freiner et le forcer à traverser à nouveau la résonance. Le temps d'acquisition moyen obtenu est inférieur à la minute, soit un gain d'un facteur 10 environ par rapport à l'utilisation du servo conçu pour le contrôle longitudinal, avec une efficacité meilleure que 99 % sur une minute.

La fraction de *locks* perdus (sur une échelle de temps $\lesssim 1$ s après l'acquisition, *i.e.* la mise en fonctionnement du servo linéaire) est de l'ordre de 10 % et est essentiellement due à des mauvaises estimations de la vitesse réelle du banc (à cause de la fréquence d'échantillonnage). Elle pourrait être améliorée en prenant en compte l'accélération de la cavité au moment de la traversée de la résonance, et non plus seulement sa vitesse. D'autre part, les améliorations apportées au principe de base de la méthode des impulsions ont permis de réduire la fraction de non-*locks* ou de *locks* perdus à un niveau acceptable (quelques %).

Les résultats de ces simulations nous ont décidé à implémenter cette technique d'acquisition dans une architecture client-serveur, développée en collaboration avec les ingénieurs du LAL. Cette architecture permet aussi de tester d'autres méthodes d'acquisition : servo utilisé seul ou avec *trigger* sur la puissance transmise, linéarisation du signal d'erreur (qui augmente la plage

de linéarité du signal d'erreur et donc de fonctionnement du servo). Cette architecture sera aussi responsable du contrôle longitudinal de la cavité, ainsi que de son alignement automatique. Les tests menés sur le site, ainsi que l'utilisation qui en a été faite pour les mesures effectuées depuis lors, ont prouvé son fonctionnement et sa robustesse.

L'activité expérimentale sur le *Mode-Cleaner* a réellement débuté au début du printemps 2000, avec la mise au point d'une procédure d'alignement qui semble fiable. Ensuite, les caractéristiques optiques de la cavité ont pu être étudiées et ont confirmé la mauvaise qualité du miroir courbe (pourtant corrigé) : mesure de la finesse ($\simeq 120$ au lieu de $\simeq 1000$), spectre des modes de la cavité (présence de modes d'ordres supérieurs et décalage du mode TEM_{10}), mesure du rayon de courbure par une méthode nouvelle. Les fonctions de transfert mesurées (effectuées pour la plupart en asservissant le laser sur la longueur du *Mode-Cleaner*) ont permis de concevoir un filtre compensateur pour le contrôle longitudinal de la cavité. Malheureusement, la cavité n'a pu être, à l'heure actuelle, conduite à la résonance avec une topologie classique (servo utilisé seul). Cependant, nous avons pu montrer que l'amortissement des mouvements résiduels de la cavité était possible, validant par la même les tests effectués sur l'architecture client-serveur développée pour son contrôle.

Finalement, une nouvelle topologie d'asservissement de la cavité a été introduite, et elle a permis pour la première fois de conduire le *Mode-Cleaner* à résonance, et de l'y maintenir pendant plusieurs minutes. Elle consiste en un asservissement (classique) du laser sur la longueur du *Mode-Cleaner*, puis d'un asservissement de la longueur du *Mode-Cleaner* sur la longueur de la cavité de référence (qui sert d'ordinaire à stabiliser le laser). Ainsi, le laser est stabilisé sur la cavité de référence par un effet de *cascade*.

Cette stratégie de contrôle nous a permis de découpler des degrés de liberté (axe du faisceau et rotation autour de l'axe des suspensions) avec un gain d'un facteur 3 au moins sur ce couplage, et de mettre en évidence de nombreuses résonances à basse fréquence.

L'origine exacte de ces résonances a depuis été identifiée, et leur traitement est en cours d'étude et de réalisation. Le nouveau miroir (correspondant à une cavité de haute finesse) devrait être installé dans le courant du printemps 2001. La cavité *Mode-Cleaner* de VIRGO sera donc bientôt la première cavité suspendue en fonctionnement dans l'expérience, avec toutes les spécifications requises pour VIRGO.

À l'autre extrémité de l'interféromètre, la combinaison des différents signaux de VIRGO permet d'extraire la perturbation de la métrique de l'espace-temps $h(t)$. Les données qui ne sont pas éliminées par un veto provenant d'un capteur quelconque (acoustique, sismique, électromagnétique) sont envoyées aux filtres de sélection en ligne. Ces filtres sont à la recherche (entre autres) d'événements transitoires, peut-être caractéristiques d'un effondrement d'étoile en supernova de type II, ou de la formation d'un trou noir à la suite d'une coalescence d'un système binaire d'astres compacts. La forme exacte de ces signaux est très mal connue, ce qui interdit par la même l'utilisation du filtrage adapté pour leur détection. L'étude d'une famille d'algorithmes conçus dans ce but constitue la seconde partie de cette thèse.

Un des filtres imaginés dans cette thèse en particulier (ALF), testé sur un catalogue de formes d'ondes caractéristiques de l'émission gravitationnelle consécutive à un effondrement en supernova, permet d'obtenir des performances de l'ordre de 80 % de celles obtenues avec le filtrage adapté (qui suppose la connaissance exacte de la forme du signal), ce qui fait de ALF le filtre le plus performant à ce jour, parmi ceux conçus et étudiés dans ce cadre. Les méthodes développées au sein de LIGO (par exemple) permettent de détecter des événements galactiques avec une bonne efficacité jusqu'au centre galactique uniquement, alors qu'ALF permet de couvrir l'ensemble de la

Galaxie.

D'autre part, nous avons redéfini la notion d'événement dans le cadre des détecteurs interférométriques tels que VIRGO : un événement n'est plus une valeur unique d'un algorithme de détection supérieure à un seuil (un taux de fausses alarmes étant donné) mais un amas de déclenchements consécutifs, dont la taille dépend du filtre utilisé (longueur de corrélation). Cette remarque conduit bien entendu à une redéfinition du taux de fausses alarmes lui-même, et donc à une baisse des seuils de détection.

Différentes propriétés de ces filtres de sélection en ligne ont ici été étudiées. Tout d'abord, on s'est attaché à étudier les caractéristiques d'événements de bruit uniquement par rapport à des événements de signal, de deux manières différentes : en étudiant les coïncidences éventuelles entre différents filtres (qui doivent déclencher simultanément en présence d'un vrai signal) et la persistance des filtres, *i.e.* des déclenchements consécutifs plus nombreux en présence de signal. Chacune de ces deux méthodes peut être utilisée de deux façons opposées : réduire le nombre de fausses alarmes, auquel cas il faut quantifier la perte de signal occasionnée, ou incorporer cette information dans un nouveau filtre.

Dans la seconde utilisation, les performances globales des détecteurs résultants sont à peu près inchangées, sauf dans le cas de la persistance, où un gain de performance de l'ordre de quelques % est observé.

Dans le premier cas, on a pu montrer que la méthode des coïncidences permet d'éliminer plus de 95 % des fausses alarmes, avec une perte de signal de l'ordre de 15 %, pour des signaux forts (supernova galactique). La méthode de persistance, elle, permet d'éliminer plus de 98 % des fausses alarmes avec une perte de signal de l'ordre de 2 % (toujours pour un signal fort, correspondant à une supernova galactique). On voit donc que la prise en compte de toute l'information délivrée par les filtres de sélection, et plus uniquement la valeur de leur sortie, peut être très intéressante, dans une expérience comme VIRGO qui sera probablement *submergée* par les fausses alarmes, au moins dans les premiers mois de son fonctionnement.

Ensuite, des spécifications sur la procédure de blanchiment des données en ligne de VIRGO ont été données, la majorité des filtres étudiés à l'heure actuelle faisant l'hypothèse d'un spectre des données blanc. Finalement, nous avons étudié les performances des filtres développés en terme de résolution temporelle (erreurs systématiques et statistiques). En résumé, la majorité des signaux sont détectés à moins de 0.5 ms du pic principal, pour un signal fort (supernova galactique), et à moins de 0.8 ms pour un signal plus faible (et respectivement 0.1 et 0.5 ms pour des signaux de paramètres physiques *réalistes*).

C'est un résultat fondamental par exemple pour l'étude de coïncidences entre détecteurs d'ondes gravitationnelles et détecteurs de neutrinos émis lors du rebond qui se produit lors d'une supernova de type II. Le maximum de l'émission gravitationnelle est simultané avec le moment du rebond, tandis que les neutrinos sont émis quelques millisecondes après. La résolution temporelle obtenue ici permet donc de localiser avec précision le moment exact du rebond. Ceci permettra de connaître plus avant la physique mise en jeu lors de l'effondrement (par l'obtention de l'intervalle de temps entre le maximum gravitationnel et le temps d'arrivée des neutrinos), mais aussi de mettre des limites sur les masses des neutrinos, et éventuellement de mesurer leur masse avec précision. Enfin, l'observation de l'arrêt brutal du signal de neutrinos en coïncidence avec un fort signal gravitationnel dans VIRGO, serait un signe fort de la formation d'un trou noir, consécutive à la supernova.

L'implémentation de ces algorithmes de détection dans l'architecture d'acquisition et de traitement des données en ligne de VIRGO dans le courant de l'année 2001, ainsi que la mise en service de VIRGO au milieu de l'année 2003 marquera la naissance d'une toute nouvelle fenêtre d'observation de l'Univers.

Bibliographie

Relativité Générale et Ondes Gravitationnelles

- [1] J. Weber, cité par D.G. Blair dans **The detection of gravitational waves**, Ed. D.G. Blair (Cambridge University Press, 1991)
- [2] K.S. Thorne, *Gravitational Radiation*, dans **300 Years of Gravitation**, Eds. S.W.Hawking, W.Israel (Cambridge University Press, 1987)
- [3] S. Weinberg, **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity** (John Wiley & Sons, New York, 1972)
- [4] I.R. Kenyon, **General Relativity** (Oxford University Press, 1995)
- [5] Ph. Tourrenc, *General Relativity and Gravitational Waves*, École d'été internationale **Experimental Physics of Gravitational Waves**, Urbino, Italie (1999) (World Scientific, 2000)
- [6] P.S. Saulson, **Fundamentals of Interferometric Gravitational Wave Detectors** (World Scientific Publishing, 1994)
- [7] V. Faraoni, **Pacific Conference on Gravitation and Cosmology**, Séoul, Corée 1996, Eds. Y.M. Cho, C.H. Lee, S.-W. Kim (World Scientific, 1998)
Y. Wang, A. Stebbins, E. L. Turner, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) p. 2875
F. De Paolis, G. Ingrosso, A.A. Nucita, *Astron. Astrophys.* **366** (2001) p. 1065
A.A. Ruffa, *Astrophys. Jour.* **517** (1999) L31
- [8] R. F. Coker, S. Markoff, **IAU 205**
M.R. Corbin, E. O'Neil, M.J. Rieke, *Astron. Jour.* à paraître (Mai 2001)
- [9] E. Gourgoulhon, *Objets Compacts*, Cours du DEA **Astrophysique et Méthodes**, Université Paris VII - Observatoire de Meudon
- [10] J.H. Taylor, J.M. Weisberg, *Astrophys. Jour.* **345** (1989) p. 434
- [11] J.H. Taylor, *Rev. Mod. Phys.* **66** (1994) p. 711
R.A. Hulse, *Rev. Mod. Phys.* **66** (1994) p. 699
- [12] D.G. Blair, *Sources of gravitational waves*, dans **The detection of gravitational waves**, Ed. D.G. Blair (Cambridge University Press, 1991)
- [13] T. Damour, J.H. Taylor, *Astrophys. Jour.* **366** (1991) p. 501
- [14] J. Weber, *Phys. Rev.* **117** (1960) p. 306-313
P. Bonifazi, *Nucl. Phys. B* (Proc. Sup.) **54B** (1997) p. 157-166
- [15] Voir par exemple M. Cerdonio *et al.*, *Class. Quantum Grav.* **14** (1997) p. 1491
Z.A. Allen *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) p. 5046-5050
L. Baggio *et al.*, *Nucl. Phys. B* **70** (Proc. Suppl.) (1999) p. 537-544 et références citées

- [16] M.A. Serrano, J.A. Lobo, soumis à *Phys. Rev. Lett.* [gr-qc/9911056]
S.M. Merkowitz, W.W. Johnson, *Phys. Rev. D* **56** (1997) p. 7513-7528 [gr-qc/9706062]

Sources continues

Généralités

- [17] E.E. Flanagan, contribution à **GR15**, Pune, India [gr-qc/9804024]
[18] B.F. Schutz, *Class. Quant. Grav.* **16** (1999) A131-A156 [gr-qc/9911034]
[19] B.F. Schutz, Albert Einstein Institute (Postdam)-044(A), rapport interne [gr-qc/9710079]
[20] B.F. Schutz, **Encyclopedia of Astronomy and Astrophysics** (2000) [gr-qc/0003069]
[21] J.A. de Freitas Pacheco, **6th International Workshop on Relativistic Aspects of Nuclear Physics** - Tabatinga - Brazil - October 2000 [astro-ph/0012128]
[22] L.P. Grishchuk *et al.*, *Physics-Uspekhi*, à paraître [astro-ph/0008481]
[23] L. Yungelson *et al.*, **Second Workshop of Gravitational Wave Data Analysis**, Eds. M. Davies, P. Hello (Éditions Frontières, 1998)

Fond stochastique

- [24] J.C.N de Araujo *et al.*, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 124015 [astro-ph/0004395]
[25] M. Maggiore, cours donné à **ICTP**, June 2000
Voir aussi *Physics Reports*, **331**, p. 283-367 (2000), **General Relativity and Gravitational Physics 12th Italian Conference**, Eds. M. Bassan, V. Ferrari, M. Francaviglia, F. Fucito, I. Modena (World Scientific Press, 1997) p. 369 [gr-qc/0008027]
[26] M. Kamionkowski *et al.*, **DPF2000**, Columbus, 9-12 August 2000
Gravitational Waves: A Challenge to Theoretical Astrophysics, Trieste, 5-9 June 2000 [astro-ph/0011329]
[27] S. Burles *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999), p. 4176
[28] S. Thorsett *et al.*, *Phys. Rev. D* **53** (1996), p. 3468
[29] R. Schneider *et al.*, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **317** (2000) p. 385 [astro-ph/9909419]
[30] V. Ferrari, *Annalen Phys.* **1** (2000) p. 3-17 [gr-qc/9912074]
[31] R. Schneider *et al.*, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **000**, p. 1-14 (2000)

Pulsars

- [32] S.R. Valluri *et al.*, **MG9 2000**, Rome [astro-ph/0012002]
[33] P. Jaranowski *et al.*, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 063001, **59** 063003
[34] I.H. Stairs *et al.* [astro-ph/9712296]

Coalescence de Systèmes Binaires d'astres compacts

- [35] K. Belczynski *et al.*, accepté pour publication dans *Astrophys. Jour. Letters* [astro-ph/0012172]

- [36] G. Ushomirsky *et al.*, **3rd Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves** [astro-ph/0001129]
- [37] W. Ogawaguchi *et al.*, *Prog. Theor. Phys.* **96** (1996) p. 901-916 [gr-qc/9610032]
- [38] S. A. Hughes, **3rd Edoardo Amaldi meeting** (1999) [gr-qc/9912031]
- [39] Ph. Canitrot, *Détection des ondes gravitationnelles émises par des étoiles binaires compactes spiralantes avec l'interféromètre VIRGO*, thèse de l'Université Paris-Sud, centre d'Orsay (2001), non publiée

Sources impulsives

Supernovae de type Ia

- [40] D. Branch, **11th Annual Astrophysics Conference Maryland**, dans **Young Supernova Remnants**, Ed. S. S. Holt, U. Hwang (AIP), *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **113** (2001) p. 169 [astro-ph/0012300]
- [41] I. Domínguez *et al.*, **Nuclei in the Cosmos 2000**, Aarhus, Denmark, June 27-July 1, 2000 *Astrophys. Jour. Lett.* **528** (2000) p. 854. [astro-ph/0010368]
- [42] P. Ruiz-Lapuente, R. Canal, Soumis à *Astrophys. Jour. Lett.* [astro-ph/0009312]
- [43] R. Canal, J. Mendez, P. Ruiz-Lapuente, Soumis à *Astrophys. Jour. Lett.* [astro-ph/0010177]
- [44] W. Hillebrandt, J.C. Niemeyer, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **338** (2000) p. 191 [astro-ph/0006305]
- [45] P. Höflich *et al.*, **17th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology**, **759** (1995) p. 348, Eds. G.E. Morfill et J.E. Trümper
- [46] S.E. Woosley *et al.*, *ibid.*, p. 352
- [47] J. Spyromilio, B. Leibundgut, *ibid.*, p. 356
- [48] K. Nomoto *et al.*, *ibid.*, p. 360
- [49] E. Müller, H.T. Janka, *ibid.*, p. 368
- [50] A. Burrows, J. Hayes, *ibid.*, p. 375
- [51] J.C. Niemeyer, **Second Oak Ridge Symposium on Atomic and Nuclear Astrophysics**, Ed. A. Mezzacappa (Institute of Physics Publishing, 1998), p. 673 [astro-ph/9802182]
- [52] K. Nomoto *et al.*, *Science* **276** (1997) p. 1378
- [53] B. Leibundgut, *Astron. Astrophys. Review* **10** (2000) p. 179 [astro-ph/0003326]
- [54] S. Perlmutter *et al.*, *Astrophys. Jour.* **517** (1999) p. 565-586
- [55] J.C. Wheeler *et al.*, **5th Huntsville Conference on Gamma-Ray Bursts** (1999) [astro-ph/9912080]
- [56] N. Panagia, G. Bono, **The Largest Explosions Since the Big Bang: Supernovae and Gamma Ray Bursts**, 1999 *STScI May Symposium*, Eds. M. Livio, N. Panagia & K. Sahu [astro-ph/0003201]

Asymétrie dans les Supernovae

- [57] K.Kifonidis, E. Müller, T. Plewa, in *Nucl. Phys. A., Nuclei in the Cosmos 2000*, Aarhus, Denmark, June 27-July 1, 2000
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **531**, L123 [astro-ph/0010085]
- [58] A. Burrows, J. Hayes, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) p. 352
- [59] S.N. Nazin, K.A. Postnov, *Astron. Astrophys.* **317** (1997) L79-L81 [astro-ph/9701073]
- [60] T. Shimizu, S. Yamada, K. Sato, *Astrophys. Jour.* **432** (1994) L119-122
- [61] D.Lai, **Physics of Neutron Star Interiors** (Lecture Notes in Physics), Eds. D. Blaschke, N.K. Glendenning, A. Sedrakian (Springer, 2001)
Phys. Rev. D **60**, 043001 [astro-ph/0012049]
- [62] H.T. Janka, communication personnelle (2000)
- [63] M. Rampp, E. Müller, M. Ruffert, *Astron. Astrophys.* **332**, (1998) p. 969
- [64] E. Nardi, J.I. Zuluaga, CERN-TH/2000-172, UdeA-PE/00-03 (soumis à *Astrophys. Jour. Letters*) [astro-ph/0006285]
- [65] K.S. Bjorkman *et al.*, *Astrophys. Jour.* **425** (1994) p. 247-251
- [66] K.R. De Nisco, S.W. Bruenn, A. Mezzacappa, **Stellar Evolution, Stellar Explosions, and Galactic Chemical Evolution**, *Second Oak Ridge Symposium on Atomic and Nuclear Astrophysics*, Ed. A. Mezzacappa (Bristol: IOP Publishing, 1998) p. 571 [astro-ph/9808048]

Supernovae - Effondrement gravitationnel

- [67] E.ourgoulhon, *Étude d'effondrements gravitationnels en Relativité Générale*, Thèse de l'Université Paris VIII (1992)
- [68] F. Cavalier, *Le Contrôle Global de VIRGO*, Thèse d'Habilitation à diriger des Recherches (2001), non publiée
- [69] R. Mönchneyer, G. Schaeffer, E. Müller & R.E. Kates, *Astron. Astrophys.* **246** (1991) p. 417
- [70] S. Yamada & K. Sato, *Astrophys. Jour.* **450** (1995) p. 245
- [71] S. Bonazzola, & J.-A. Marck, *Astron. Astrophys.* **267** (1993) p. 623
- [72] I.A. Bonnel, J.E. Pringle, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **273** (1995) L12
- [73] A. Burrows, *Nucl.Phys.A* **606** (1996) p. 151
- [74] A. Burrows & J. Hayes, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) p. 352
- [75] S.N. Nazin & K.A. Postnov, *Astron. Astrophys.* **317** (1997) L79
- [76] T. Zwerger & E. Müller, *Astron. Astrophys.* **320** (1997) p. 209
- [77] M. Rampp, E. Müller & M. Ruffert, *Astron. Astrophys.* **332** (1998) p. 969
- [78] B. Leibundgut, **Compact Stars in Binaries**, *IAU Symposium 165*, Ed. E. P. J. van den Heuvel
- [79] K. Nomoto, K. Iwamoto & N. Kishimoto, *Science* **276** (1997) p. 1378
- [80] E. Cappellaro *et al.*, *Astron. Astrophys.* **322** (1997) p. 431
- [81] V.M. Lipunov *et al.*, *Astron. Astrophys.* **298** (1995) p. 677

- [82] S. Chandrasekhar, **Ellipsoidal Figures of Equilibrium** (New Haven: Yale Univ. Press, 1969)
- [83] J. Friedman & B.F. Schutz, *Astrophys. Jour.* **222** (1978) p. 281
- [84] J.L. Houser, J.M. Centrella & S.C. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) p. 1317
- [85] S.C. Smith, J.L. Houser & J.M. Centrella, *Astrophys. Jour.* **458** (1996) p. 236
- [86] J.L. Houser & J.M. Centrella, *Phys. Rev. D* **54** (1996) p. 7278
- [87] J.L. Houser, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **299** (1998) p. 1069
- [88] D. Lai & S.L. Shapiro, *Astrophys. Jour.* **442** (1995) p. 259
- [89] J.A. De Freitas Pacheco, *Astron. Astrophys.* **336** (1998) p. 397
- [90] C.W. Misner, K.S. Thorne, J. Wheeler, **Gravitation** (W.H.Freeman, S.Francisco, 1973)
- [91] R.A. Chevalier, *Astrophys. Jour.* **346** (1989) p. 847-859
- [92] M. Rampp, H.T. Janka, *Astrophys. Jour.* **539** (2000) L33-L36 [astro-ph/0005438]
- [93] H.T. Janka, W. Keil, **Supernovae and Cosmology**, Augst, Switzerland, June 13, 1997, p. 7 [astro-ph/9709012]
- [94] H.T. Janka, **Summer School on Physics with Neutrinos**, Zuoz (Engadin), Switzerland, August 4-10, 1996 [astro-ph/9610214]
- [95] H.T. Janka, **Nuclei in the Cosmos V** (Editions Frontières) [astro-ph/9810058]
- [96] K. Kifonidis, T. Plewa, H.T. Janka, E. Müller, **10th Workshop on Nuclear Astrophysics**, Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, March 20-25, 2000 [astro-ph/0007282]
- [97] A. Burrows, J. Hayes, B.A. Fryxell, *Astrophys. Jour.* **450** (1995) p. 830
- [98] A. Burrows, *Nucl.Phys. A* **606** (1996) p. 151-166 [astro-ph/9606035]
- [99] H.T. Janka, E. Müller, *Astrophys. Jour.* **448** (1995) L109 [astro-ph/9503015]
- [100] E. Cappellaro, M. Turatto, **The influence of binaries on stellar population studies**, Ed. D. Vanbeveren (Brussels 21-25 Aug. 2000) [astro-ph/0012455]
- [101] A. Burrows, **9th Workshop on Nuclear Astrophysics**, Ringberg Castle, Germany, March 23-29, 1998, Eds. E. Müller & W. Hillebrandt, p. 76 [astro-ph/9805170]
- [102] E. Müller, H.T. Janka, *Astron. Astrophys.* **317** (1997) p. 140
- [103] C.L. Fryer, A. Heger, *Astrophys. Jour.* **541** (2000) p. 1033 [astro-ph/990743]
- [104] H. Bethe, *Astrophys. Jour.* **449** (1995) p. 714-726 ; **473** (1996) p. 343-346 ; **490** (1997) p. 765-771

Proto-étoile à neutrons

- [105] J.M. Centrella, K.C.B New, L.L. Lowe, J.D. Brown, soumis à *Astrophys. Jour. Lett.* [astro-ph/0010574]
 - [106] N. Andersson, K.D. Kokkotas, *Int. J. Mod. Phys. D* ; *Astrophys. Jour.* **534** (2000) L75 [gr-qc/0010102]
 - [107] D. Psaltis, **33rd COSPAR Scientific Assembly**, Warsaw, Poland. [astro-ph/0012251]
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **526** (2000) L101
 - [108] M.Prakash, J.R. Cooke, J.M. Lattimer *Phys. Rev. D* **52** p. 661-665
-

-
- [109] N.K. Glendenning, *Astrophys. Jour.* **448** (1995) p. 797-802
 - [110] W. Keil, H.T. Janka, *Astron. Astrophys.* **296** (1995) p. 145-163
 - [111] J.A. Pons, J.A. Miralles, M. Prakash, J.M. Lattimer, Soumis à *Astrophys. Jour.* [astro-ph/0008389]
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **513** (2000) p. 780
 - [112] K.D. Kokkotas, J. Ruoff, *Astron. Astrophys.* **306** (2001) p. 565 [gr-qc/0011093]
 - [113] D. Gondek-Rosinska, P. Haensel, J.L. Zdunik, *ASP Conference Series Pulsar Astronomy - 2000 and Beyond*, Eds. Kramer, Wex, Wielebinski, **202**, p. 661 [astro-ph/0009282]
 - [114] S. Yoshida, U. Lee, *Astrophys. Jour. Suppl* **129** (2000) p. 353 [astro-ph/0002300]
 - [115] J.D. Brown, **Astrophysical Sources of Gravitational Radiation** (2000) [gr-qc/0012084]
 - [116] J.D. Brown, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 084024 [gr-qc/0004002]
 - [117] S. Karino, S. Yoshida, Y. Eriguchi, soumis à *Phys. Rev. D*
Voir aussi *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **316** (2000) L14 [astro-ph/0012430]
 - [118] M. Yasuhira, T. Tatsumi, accepté pour publication dans *Nucl. Phys. A* [nucl-th/0009090]
 - [119] M. Saijo, M. Shibata, T.W. Baumgarte, S.L. Shapiro, *Astrophys. Jour.* **542** (2000) p. 453 [astro-ph/0010201]
 - [120] W.A. Hiscock, MSUPHY98.16. [gr-qc/9807036]
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **509** (1999) L101
 - [121] N. Andersson, *Astrophys. Jour.* **502** (1999) p. 708 [gr-qc/9706075]
 - [122] J.L. Friedman, K.H. Lockitch, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **136** (1999) p. 121-134 [gr-qc/9908083]
 - [123] B.J. Owen, **3rd Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves** (1999) [gr-qc/9912065]
 - [124] J.L. Houser, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **299** (1998) p. 1069-1086
 - [125] J.S. Heyl, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **317** (2000) p. 310 [astro-ph/0001343]
 - [126] D. Lai, S.L. Shapiro, *Astrophys. Jour.* **442** (1995) p. 259 [astro-ph/9408053]
 - [127] C. Cutler, D.I. Jones, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 024002 [gr-qc/0008021]
 - [128] M. Prakash, J.M. Lattimer, J.A. Pons, A.W. Steiner, S. Reddy, *ECT Workshop on the Physics of Neutron Star Interiors*, Trento, Italy, June 2000 [astro-ph/0012136]
 - [129] S. Bonazzola, E. Gourgoulhon, *Astron. Astrophys.* **312** (1996) p. 675-690 [astro-ph/9602107]
 - [130] S. Bonazzola, J. Friebe, E. Gourgoulhon, *Astrophys. Jour.* **460** (1996) p. 379-389 [gr-qc/9509023]
 - [131] S. Bonazzola, J. Friebe, E. Gourgoulhon, *Astron. Astrophys.* **331** (1998) p. 280-290 [gr-qc/9710121]

Formation de trou noir

- [132] M. Shibata, *Prog. Theor. Phys.* **104** (2000) p. 325-358 [gr-qc/0007049]
 - [133] C. T. Cunningham, R.H. Price, V. Moncrief, *Astrophys. Jour.* **236** (1980) p. 674 - 692
 - [134] C. T. Cunningham, R.H. Price, V. Moncrief, *Astrophys. Jour.* **230** (1979) p. 870 - 892
 - [135] C. T. Cunningham, R.H. Price, V. Moncrief, *Astrophys. Jour.* **224** (1978) p. 643 - 667
-

- [136] S.E. Woosley, F.X. Timmes, *Nucl.Phys. A* **606** (1996) p. 137-150 [astro-ph/9605121]
- [137] P. Papadopoulos, J.A. Font, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 044016 [gr-qc/0009024]
- [138] K.C.B. New, S.L. Shapiro, **Third LISA Symposium** [astro-ph/0009095]
- [139] E.V. Bugaev, K.V. Koniskhev [astro-ph/0005295]
- [140] K. Strobel, M.K. Weigel, *Astron. Astrophys.* **367** (2001) p. 582 [astro-ph/0012321]
- [141] C. Fryer, *Astrophys. Jour.* **522** (1999) p. 413 [astro-ph/9902315]
- [142] C. Palomba, soumis à *Int. Journ. of Mod. Phys. D* [astro-ph/0003321]
- [143] F. Echevarria, *Phys. Rev. D* **40** (1989) p. 3194
- [144] R. F. Stark, T. Piran, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) p. 891
- [145] S. Balberg, L. Zampieri, S. L. Shapiro, *Astrophys. Jour.* **540** (2000)
- [146] E. Seidel, *Phys. Rev. D* **42** (200) p. 1884
- [147] E. Seidel, *Phys. Rev. D* **35** (1987) p. 2287
- [148] M. Prakash, **XIX Conference on Neutrino Physics and Astrophysics** (Neutrino2000) [astro-ph/0009279]
- [149] L.Zampieri, M. Colpi, S. L Shapiro, I. Wasserman, *Astrophys. Jour.* **505** (1998) p. 876-896
- [150] T. W. Baumgarte, S. L. Shapiro, S.L Teukolsky, *Astrophys. Jour.* **458** (1996) p. 680-691
- [151] T. W. Baumgarte, H.T. Janka, W. Keil, S. L. Shapiro, S.L. Teukolsky, *Astrophys. Jour.* **468** (1996) p. 823-833
- [152] T. W. Baumgarte, S. L. Shapiro, S.L. Teukolsky *Astrophys. Jour.* **443** (1995) p. 717-734
- [153] K. Kokkotas, B.G. Schmidt, *Living Rev.Rel.* **2** (1999) p. 2 [gr-qc/9909058]

Mergers

- [154] J.M. Centrella, **Conference on Stellar Collisions** (American Museum of Natural History, June 2000), Ed. M. Shara, ASP Conference Series [gr-qc/0011109]
Voir aussi *Phys. Rev. D* **50** (1994) p. 6247
 - [155] A. Buonanno, T. Damour, **IX Marcel Grossmann Meeting**, Rome, July 2000 [gr-qc/0011052]
 - [156] A. Buonanno, T. Damour, *Phys. Rev. D* **62** (2000) 064015 [gr-qc/0001013]
 - [157] F.A. Rasio, S.L. Shapiro, *Class. Quant. Grav.* **16** (1999) R1-R29 [gr-qc/9902019]
 - [158] M.E. Prokhorov *et al.*, **Very High Energy Phenomena in the Universe, XXXII Ind Rencontres de Moriond**, Les Arcs, France, January 18-25, 1997 [astro-ph/9704039]
 - [159] K. Oohara, T. Nakamura, Cours de l'École des Houches **Astrophysical Sources of Gravitational Radiation** (Les Houches, France, Sept. 26 - Oct. 6, 1995), Eds. J.-A. Marck, J.-P. Lasota [astro-ph/9606179]
 - [160] M. Shibata, K. Uryu, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 064001 [gr-qc/9911058]
 - [161] V. Kalogera, **3rd Amaldi Conference on Gravitational Waves** [astro-ph/9911532]
 - [162] S. Portegies Zwart, *ESO workshop on Black Holes in Binaries and Galactic Nuclei*, Garching 1999 [astro-ph/9912022]
-

- [163] W.H. Lee, W. Kluźniak, **2nd Edoardo Amaldi conference on gravitational waves** [astro-ph/9709301]

Sources impulsives - Neutrinos

- [164] T. Totani, K. Sato, H.E. Dalhed, H.R. Wilson, *Astrophys. Jour.* **496** (1998) p. 216-225 [astro-ph/9710203]
- [165] L. Cadonati, F.P. Calaprice, M.C. Chen, soumis à *Astroparticle Physics* [hep-ph/0012082]
- [166] K. Mannheim, **Heidelberg International Symposium on High Energy Gamma-Ray Astronomy**, Heidelberg, June 26-30, 2000, Eds. H.J. Voelk, F. Aharonian, AIP Conf. Proc [astro-ph/0010353]
- [167] J.F. Beacon, R.N. Boyd, A. Mezzacappa, FERMILAB-Pub-00/277-A, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) p. 3568 [astro-ph/0010398]
- [168] H.T. Janka, MPA 1305 [astro-ph/0008432]
- [169] K.S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev. D* **38** (1998) p. 448
- [170] J.F. Beacon, P. Vogel, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 033007 [astro-ph/9811350]
- [171] J.F. Beacon, **22nd Symposium on Nuclear Physics**, Oaxtepec, Morelos, Mexico, 5-8 Jan. 1999 [hep-ph/9901300]
- [172] Z.G Dai, T. Lu, accepté pour publication dans *Astrophys. Jour.*
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **546** (2001) L33 [astro-ph/0002430]
- [173] A. Mezzacappa, **Neutrino 2000**, Laurentian University, Sudbury, Canada, June 16-21, 2000 [astro-ph/0010579]
- [174] A. Mezzacappa *et al.*, *Astrophys. Jour.* **495** (1998) p. 911-926 [astro-ph/9709188]
- [175] H.J. Mosquera Cuesta, *Astrophys. Jour.* **544** (2000) L61 [astro-ph/9904200]
- [176] W.C. Haxton, **TASI summer school lectures** [nucl-th/99010761998]
- [177] E. Roulet, cours à **ICTP Summer School on Particle Physics and Cosmology**, june 2000 [astro-ph/0011570]
- [178] A. Burrows, *Astrophys. Jour.* **334** (1998) p. 891-908
- [179] T.K. Gaisser, **International Workshop on Observing Ultra-high energy Cosmic Rays from Space and Earth** (Metepc, Puebla, Mexico, August 9-12, 2000) [astro-ph/0011525]
- [180] H.J. Mosquera Cuesta, **Gravitational waves: A challenge to theoretical astrophysics**. ICTP Trieste 5-9 June (2000), *ICTP Series*, Eds. V. Ferrari, J. C. Miller, L. Rezzolla [astro-ph/0012047]
- [181] P.M. Giovanoni, D.C. Ellison, S.W. Bruenn, *Astrophys. Jour.* **342** (1989) p. 416 - 429
- [182] A. Ray *et al.*, **SN1987A: Ten years later**, Chile, Février 1997 [astro-ph/9707218]
Voir aussi *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) p. 1599
- [183] E. Gourgoulhon, P. Haensel, *Astron. Astrophys.* **271** (1993) p. 187-208
- [184] M. Guidry, **Nuclear and Particle Astrophysics**, *Mexican School on Nuclear Astrophysics*, Guanajuato, Mexico August 13-20, 1997, Eds. J.G. Hirsch, D. Page (Cambridge University Press, 1998) p. 115

Sources impulsives - Gamma-ray bursts

- [185] J.C. Tan *et al.*, accepté à *Astrophys. Jour.* [astro-ph/0012003]
- [186] M. Ruffert, H.T. Janka, *Astron. Astrophys.* **338** (1998) p. 535-555 [astro-ph/9804132]
Voir aussi **Detectable Signals from Mergers of Compact Stars**, *Stellar Collisions and Mergers* (American Museum of Natural History, June 2000), Ed. M. Shara, ASP Conf. Series
- [187] S.E. Woosley, *Astrophys. Jour.* **405** (1993) p. 273-277
- [188] K.S. cheng, Z.G. Dai [astro-ph/9908248]
- [189] P. Mészáros, **Cosmic Explosions**, 10th *October Astrophysics Conference*, Maryland, Oct. 11-13 1999 [astro-ph/9912474]
- [190] C. Porciani, P. Madau, accepté pour publication dans *Astrophys. Jour.*
Voir aussi *Astrophys. Jour.* **532** (2000) p. 679 [astro-ph/0008294]
- [191] D.F. Torres *et al.*, **The nature of the unidentified galactic gamma-ray sources**, INAOE, Mexico, October 2000, Eds. A. Carraminana, O. Reiner, D. Thompson (Kluwer Academic Press) [astro-ph/0012160]
- [192] C.L. Fryer *et al.*, soumis à *Astrophys. Jour.* [astro-ph/0007176]
- [193] C.L. Fryer, *Astrophys. Jour.* **526** (1999) p. 152-177
- [194] M.T. Murphy *et al.*, *Mon. Not. R. Ast. Soc.* **000** (1999) p. 1-9
- [195] J.C. Wheeler, **The Largest Explosions Since the Big Bang: Supernovae and Gamma-Ray Bursts**, Eds M. Livio, K. Sahu, N. Panagia (Cambridge: Cambridge University Press) [astro-ph/9909096]
- [196] K. Postnov, *Bogolyubov Theoretical Physics Laboratory of JINR (Dubna) Workshop Hot topics in astrophysics*, August 2000 [astro-ph/0010031]
- [197] S.S. Gershtein, *Astronomy Letters* **26** (2000) p. 730 [astro-ph/0005078]
- [198] M.A. Ruderman *et al.*, *Astrophys. Jour.* **542** (2000) p. 243-250 [astro-ph/0003462]
- [199] K. Abazajian *et al.*, *IAU Symposium 194, Activity in Galaxies*, Byurakan, Armenia (1999) [astro-ph/9812287]
- [200] L.S. Finn, S.D. Mohanty *et al.*, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 121101 [gr-qc/9903101]
- [201] J.C. Wheeler *et al.*, **Fifth Huntsville Conference on Gamma-Ray Bursts** [astro-ph/9912080]
- [202] J.N. Abdurashitov *et al.* [astro-ph/9911093]
- [203] Z. Fodor, S.D. Katz, accepté pour publication dans *Astrophys. Jour.* [astro-ph/0007158]
- [204] S. Bonazzola, E. Gourgoulhon, **Second Workshop on Gravitational Wave Data Analysis** (Orsay, 13-15 November 1997) [astro-ph/9801162]
- [205] J.C. Wheeler *et al.*, *Astrophys. Jour.* **537** (2000) p. 810-823 [astro-ph/9909293]
- [206] M. Milgrom *et al.*, *Astrophys. Jour.* **531** (2000) L127-130 [astro-ph/0001283]
- [207] B. Paczinski, **The Largest Explosions Since the Big Bang: Supernovae and Gamma Ray Bursts**, Eds M. Livio, K. Sahu, N. Panagia (Cambridge: Cambridge University Press) [astro-ph/9909048]
- [208] S.E. Woosley, **5th Huntsville Conference on Gamma-Ray Bursts**, Eds. R. M. Kippen, R.S. Mallozzi, & V. Connaughton, AIP [astro-ph/9912484]

-
- [209] R. Ruffini, *ESO workshop on Black Holes in Binaries and Galactic Nuclei*, Eds. L. Kaper, E.P.J. van den Heuvel, P.A. Woudt, series *ESO Astrophysics Symposia* (Springer, 2000) [astro-ph/0001425]
 - [210] C.S. Kochanek, T. Piran, *Astrophys. Jour.* **417** (1993) L17-20
 - [211] P. Meszaros, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* (1999) p. 136 [astro-ph/9912546]
 - [212] A.I. MacFadyen, S.E. Woosley, *Astrophys. Jour.* **524** (1999) p. 262-289
 - [213] E. Andres, P. Askebjerg, X. Bai, G. Barouch, S. W. Barwick *et al.*, the AMANDA Collaboration, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **91** (2000) p. 423-430
R.C. Bay, *PhD Thesis*, University of California at Berkeley (2000) [astro-ph/0008255]
 - [214] G.E. Brown *et al.*, *New Astronomy* **5** (2000) p. 191 [astro-ph/0003361]
 - [215] A. Dar, A. De Rújula, CERN-TH 2001-033 [astro-ph/0008474]
 - [216] A. Dar, A. De Rújula, soumis à *Astron. Astrophys.* [astro-ph/0008474]
 - [217] A. Dar, contribution à **Young Supernova Remnants**, College Park, Maryland, October 14-16, 2000 [astro-ph/0101007]

La Détection

- [218] F.Bondu, *Étude du bruit thermique et stabilisation en fréquence du laser du détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*, Thèse de l'Université Paris-Sud, Centre d'Orsay (1996), LAL 96-01
- [219] R.W.P.Drever *et al.*, *Appl. Phys. B* **31** (1983) p. 97
- [220] M.Barsuglia, *Stabilisation en fréquence du laser et contrôle de cavités optiques à miroirs suspendus pour le détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO*, Thèse de l'Université Paris-Sud, Centre d'Orsay (1999), LAL 99-25
- [221] L.Matone, *Étude du Contrôle Global de l'Interféromètre Central de VIRGO*, Thèse de l'Université Paris-Sud, Centre d'Orsay (1999), LAL 99-57

Virgo

- [222] **Final Design Report**, The VIRGO Collaboration, 1997 (non publiée)
 - [223] S.Braccini *et al.*, *Rev. Sci. Instr.* **67** (1996) p. 2899
 - [224] L. Derome, *Le système de détection de l'expérience VIRGO dédiée à la recherche d'ondes gravitationnelles*, Thèse de l'Université de Savoie (1999) LAPP-TT 99/02
 - [225] G.Losurdo, *Ultra-Low Frequency Inverted Pendulum for the VIRGO Test Mass Suspension*, Thèse de la Scuola Normale Superiore di Pisa (1998), non publiée
 - [226] F.Marion, Mémoire d'Habilitation à diriger des Recherches (2000), non publiée
DAD, section *h reconstruction* (1999), non publiée
 - [227] P. Hello, *Compensation for thermal effects in VIRGO mirrors*, **VIR-NOT-LAL-1390-170** (2001)
-

Analyse des données dans les interféromètres

Le bruit et sa caractérisation

- [228] **Internal noises**, Data Analysis Design (1999), non publié
- [229] **Data Quality**, Data Analysis Design (1999), non publié
- [230] **VIRGO Final Design Report**, The VIRGO Collaboration (1997), non publié
- [231] A.Vicère et E.Cuoco, *Mathematical Tools for Data Analysis*, **Virgo Data Analysis Design** (1998), non publié
- [232] E.Cuoco, G.Curci, M.Beccaria, *Adaptive identification of Virgo-like noise spectrum*, **2nd Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Waves** (1997), p. 524
- [233] E.Cuoco, G.Curci, *Modeling a Virgo-like noise spectrum, Note I*, **VIR-NOT-PIS-1390-095** (1997)
- [234] M.Beccaria, E.Cuoco, G.Curci, *Adaptive identification of Virgo-like noise spectrum, Note II*, **VIR-NOT-PIS-1390-096** (1997)
- [235] E.Cuoco, *Whitening of noise power spectrum*, **VIR-NOT-PIS-1390-145** (2000)
- [236] A.M.Sintes, B.F Schutz (2000), dans **Second International LISA Symposium on gravitational waves** (1998) p. 135-140
- [237] A.M.Sintes, B.F Schutz, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 122003
- [238] A.M Sintes, B.F Schutz, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 062001
- [239] E. Chassande-Mottin, S. Dhurandhar (2000), **Gravitational Waves Data Analysis Workshop**, Rome (1999), à paraître dans *Int. Journ. of Mod. Phys. D* [gr-qc/00033099]
- [240] B.Allen, W.Hua, A.C. Ottewill (1999) [gr-qc/9909083]
- [241] J.D. Creighton, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 021101
- [242] B. Allen, W. Hua, A. Ottewill [gr-qc/9909083]

Les Binaires

- [243] B.S. Sathyaprakash [gr-qc/0010044]
- [244] T. Damour *et al.* [gr-qc/0010009]
- [245] A. Pai *et al.* [gr-qc/0009078]
- [246] R. Balasubramanian *et al.*, *Phys. Rev. D* **53** (1996) p. 3033 [gr-qc/9508011]
- [247] S.D Mohanty, *Phys. Rev. D* **57** (1998) p. 630 [gr-qc/9703081]
- [248] H. Tagoshi *et al.*, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 062001 [gr-qc/0012010]
- [249] S.V. Durandhar, A. Vecchio, soumis à *Phys. Rev. D* [gr-qc/0011085]
- [250] E.E. Flanagan, S.A. Hughes, *Phys. Rev. D* **57** p. 4535
- [251] E.E. Flanagan, S.A. Hughes, *Phys. Rev. D* **57** p. 4566
- [252] R. Balasubramanian, B.S. Sathyaprakash, S.V. Dhurandhar, *Phys. Rev. D* **53** (1996) p. 3033-3055

- [253] S. Mohanty, *Phys. Rev. D* **57** (1998) p. 630-658

Le Pulsar

- [254] J.D. Scargle, *Astrophys. Jour.* **263** (1982) p. 835
[255] W.H. Press, G.B. Rybicki, *Astrophys. Jour.* **338** (1989) p. 277
[256] X. Grave, Thèse de Doctorat, Annecy (1997) LAPP-T 97/03
[257] P. Jaranowski, A. Królak, *Phys. Rev. D* **58** (1998) 063001
[258] P. Jaranowski, A. Królak, B.F Schutz, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 063003

Le fond stochastique

- [259] B. Allen, J.D. Romano, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 102001
[260] B. Allen, **Les Houches School on Astrophysical Sources of Gravitational Waves**,
Eds. J.-A. Marck, J.-P. Lasota (Cambridge University Press, 1996) [gr-qc/9604033]
[261] B. Allen *et al.*, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 102001 [gr-qc/9710117]

Méthodes de détection pour sources impulsives

- [262] S. Mallat, *Signaux et Systèmes* (École Polytechnique, Département de Mathématiques Appliquées, 1996)
[263] A. Papoulis, *Signal Analysis* (McGraw-Hill, 1994)
[264] N. Arnaud *et al.*, *Phys. Rev. D* **59** (1999) 0820021
[265] P. Hello *et al.*, *The Page Detector for Detecting Gravitational Wave Bursts*, **VIR-NOT-LAL-1390-168** (2001)
[266] T. Pradier *et al.*, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 042002
[267] T. Pradier *et al.*, *Int. Journ. of Mod. Phys. D* **9** (2000) p. 309
[268] N. Arnaud, F. Cavalier, M. Davier, P. Hello, T. Pradier, *XXXIVth Rencontres de Moriond on Gravitational Waves and Experimental Gravity* (Les Arcs, Jan.99)
[269] T. Pradier *et al.*, *Improved Slope Filters for detecting bursts*, **VIR-NOT-LAL-1390-160** (1999)
[270] T. Pradier *et al.*, *Triggers for the detection of impulsive sources of gravitational waves*, **VIR-NOT-LAL-1390-128** (2000)
[271] W.G. Anderson, P.R. Brady, J.D. E. Creighton, E.E. Flanagan, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 042003
W.G. Anderson, P.R. Brady, J.D. E. Creighton, E.E. Flanagan, *Int. J. Mod. Phys. D* **9** (2000) p. 303
[272] N. Arnaud *et al.*, *Detection in coincidence of gravitational wave bursts with a network of interferometric detectors (I): Geometric acceptance and timing*, soumis à *Phys. Rev. D*
[273] M. Davier *al.*, *Gravity Wave and Neutrino Bursts from Stellar Collapse: A Sensitive Test of Neutrino Masses*, à paraître
[274] W.G. Anderson, R. Balasubramanian, *Phys. Rev. D* **60** (1999) 102001
-

- [275] L. Fabbroni, M. Vannucci, *Wavelet test for the detection of transients*, **VIR-NOT-FIR-1390-151** (2000)
- [276] S.D. Mohanty, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 122002
- [277] A. Burrows, T.L. Mazurek, *Nature* **301** (1983) p. 315

Le Mode-Cleaner

- [278] P. Hello, *Couplings in Interferometric Gravitational-Wave Detectors*, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, LAL 96-93
- [279] G.-H. Nguyen, *Étude des capacités de filtrage d'une cavité résonnante suspendue*, Thèse de l'Université Paris VII (1994), LAL 94-41
- [280] N. Arnaud, M. Barsuglia, F. Cavalier, M. Davier, L. Matone, *Simulation of the CITF Lock Acquisition: Tests of the 'Pulse Method'*, **VIR-NOT-LAL-1390-156** (2000)
- [281] Voir [http: //www.lal.in2p3.fr/technique/si/SI/](http://www.lal.in2p3.fr/technique/si/SI/)
- [282] L. Matone, M. Barsuglia, F. Bondu, F. Cavalier, H. Heitmann, C.N. Man, *Finesse and mirror speed measurement for a suspended Fabry-Perot cavity using the ringing effect*, *Phys. Lett. A* **271** (2000), p. 314-326
- [283] M. Barsuglia, F. Bondu, H. Heitmann, Ph. Heusse, C.N. Man, L. Matone, *Control of the double pendulum optics suspensions system of a 30 m triangular Fabry-Perot cavity*, (2000), LAL 99-25
- [284] F. Bondu, *Some issues on Lock Acquisition*, communication à **Aspen Winter Conference on Gravitational Waves and their Detection**, 21-26 Février 2000, Aspen, Colorado, USA
- [285] H. Heitmann, *Mode-Cleaner local control servo characteristics*, **VIR-TRE-OCA-4100-134** (2001)
- [286] F. Bondu, *Work on 50 Hz in Mode-Cleaner Lock*, **VIR-MEM-OCA-4100-132** (2001)
- [287] H. Heitmann, H. Trinquet, communication personnelle (2000)
- [288] F. Bondu, communication personnelle (2000)
- [289] F. Bondu, Présentation à la VIRGO Review (Janvier 2001)

Abstract

This thesis deals with two particular aspects of the gravitational waves interferometric detector VIRGO : the study of the longitudinal control of the *Mode-Cleaner* cavity and of its lock acquisition, upstream of the interferometer, and the definition and study of detection methods dedicated to impulsive sources of gravitational waves, downstream of the interferometer.

Simulations first showed that lock acquisition for the VIRGO *Mode-Cleaner* suspended optical cavity is impossible with the numerical system foreseen for its control, on a timescale smaller than 1 minute. A method already studied for the CITF has been used in the case (somewhat different) of the *Mode-Cleaner*. The cavity, thanks to this method and the improvements presented here, can be driven towards resonance on a time of 45 s (gain of a factor 10), with an efficiency better than 99 % on 1 minute.

This resonance acquisition technique has been implemented in a client-server software architecture developped in this thesis, responsible for the longitudinal control of the cavity. Tests carried out on this architecture on site, along with its intensive use for the measurements performed since then, have proven its performance and robustness.

During the experimental work on the *Mode-Cleaner*, we have showed that damping of the residual movements of the suspended benches was possible, validating the tests performed on the control software. Finally, it has been possible to decouple degrees of freedom of the suspended bench movements (reduction by a about a factor 3).

Impulsive sources of gravitational waves (such as Type II core-collapse supernovae) are poorly modelled. This lack of knowledge of the emitted waveforms forbids the use of Matched Miltering for their detection, and calls for robust detection methods.

The ALF method presented here allows to reach detection distances of the order of 80 % of the ones obtained with Matched Filtering, without any previous knowledge of the emitted signal : this is the most performant filter to date. The redefinition of an event allows to drastically decrease the detection thresholds.

Characteristics of noise only events with respect to signal events have been studied, by coincidences between filters, and by the mean of the persistence of filters. This latter method allows to discard more than 98 % of the noise events, with a signal loss of the order of 2 % for a galactic supernova.

Precise requirements on the VIRGO online data whitening procedure have been given. Finally, the time resolution (systematics and statistical errors) of ALF is presented. The bulk of the signal used as benchmarks are detected less than 0.5 ms around the main physical peak, for a galactic supernova signal, and less than 0.8 ms for an extragalactic signal. This resolution is thus sufficient in the framework of coincidences between gravitational wave detectors and neutrinos detectors (expected resolution ~ 2 ms) for the next galactic supernova).

Keywords :	VIRGO	Gravitational Waves
	Supernova	Transient detection
	Online Trigger	Time Resolution
	Suspended Cavity	Control Servo
	Resonance and lock Acquisition	

Résumé

Cette thèse couvre deux aspects particuliers du détecteur interférométrique d'ondes gravitationnelles VIRGO : l'étude du contrôle longitudinal de la cavité *Mode-Cleaner* et de l'acquisition de sa résonance, en amont de l'interféromètre d'une part, et la définition et l'étude de méthodes de détection de sources impulsives d'ondes gravitationnelles en aval du détecteur, d'autre part.

Des simulations ont tout d'abord montré que l'acquisition de la résonance pour la cavité suspendue *Mode-Cleaner* de VIRGO est impossible avec le système numérique prévu pour son contrôle, sur un temps inférieur à la minute. Une méthode déjà envisagée pour le CITF a donc été étudiée dans le cadre différent du *Mode-Cleaner*. La cavité peut avec cette méthode être conduite à la résonance dans un temps de 45 s (gain d'un facteur 10), avec une efficacité meilleure que 99 % sur une minute.

Cette technique d'acquisition a ensuite été implémentée dans une architecture client-serveur, responsable du contrôle longitudinal de la cavité, développée dans cette thèse. Les tests menés sur le site, ainsi que l'utilisation qui en a été faite pour les mesures effectuées depuis lors, ont prouvé son fonctionnement et sa robustesse.

Lors de l'activité expérimentale sur le *Mode-Cleaner*, nous avons pu montrer que l'amortissement des mouvements résiduels des bancs suspendus était possible, validant les tests effectués sur l'architecture de contrôle. Il a ensuite été possible de découpler des degrés de liberté de mouvements du banc suspendu (réduction d'un facteur 3 environ).

Les sources impulsives d'ondes gravitationnelles (typiquement des supernovae de type II) sont très mal modélisées. Cette méconnaissance des formes des signaux émis interdit l'utilisation du filtrage adapté pour leur détection, et implique des algorithmes de détection robustes.

Le filtre ALF développé ici permet d'obtenir des distances de détection de l'ordre de 80 % de celles obtenues avec le filtrage adapté : c'est le filtre le plus performant à ce jour. La redéfinition d'un événement permet en outre de baisser significativement les seuils de détection.

Les caractéristiques d'événements de bruit uniquement par rapport à des événements de signal ont été étudiées, par des coïncidences entre différents filtres, et à travers la persistance des filtres. La seconde méthode en particulier permet d'éliminer plus de 98 % de ces événements avec une perte de signal de l'ordre de 2 % pour une supernova galactique.

Des spécifications précises sur la procédure de blanchiment des données en ligne de VIRGO ont été données. Finalement, la résolution temporelle (erreurs systématiques et statistiques) de ALF est présentée. La majorité des signaux utilisés comme références sont détectés à moins de 0.5 ms du pic principal, pour un signal de supernova galactique, et à moins de 0.8 ms pour un signal extragalactique. La résolution temporelle de ALF est donc suffisante dans le cadre des coïncidences entre détecteurs d'ondes gravitationnelles et détecteurs de neutrinos (résolution attendue ~ 2 ms) pour la prochaine supernova galactique.

Mots Clés :	VIRGO	Ondes gravitationnelles
	Supernova	Détection de sources impulsives
	Trigger Online	Résolution temporelle
	Cavité suspendue	Asservissement
	Acquisition de la résonance	